数列（公式）

数列で使う文字

a 初項，d 公差，n 項数，ℓ 末項，r 公比

等差数列

一般項　$a_n = a + (n-1)d$

和　$S_n = \dfrac{1}{2}n(a+l)$　　末項があるとき 頻度低

$S_n = \dfrac{1}{2}n\{2a+(n-1)d\}$

等比数列

一般項　$a_n = ar^{n-1}$

和　$S_n = \dfrac{a(r^n-1)}{r-1}$　　分母を＋にする

$S_n = \dfrac{a(1-r^n)}{1-r}$

Σ の性質

$\Sigma(○+△) = \Sigma○ + \Sigma△$

$\Sigma(○-△) = \Sigma○ - \Sigma△$

Σ 数 $○ =$ 数 $\Sigma○$

Σ の公式

① $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} = n$

② $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k = \frac{1}{2}n(n+1)$

③ $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$

④ $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k^3 = \frac{1}{4}n^2(n+1)^2$　　（②の 2 乗）

Σ の計算

Σ 数$^{k\text{の式}}$ ⇨ 展開 ⇨ 等比数列の和

例

$\displaystyle\sum_{k=1}^{n} 3^{k-1} = 3^0 + 3^1 + 3^2 + \cdots\cdots + 3^{n-1}$

初 1　公比 3　項数 n　の等比数列の和

$= \dfrac{1(3^n-1)}{3-1} = \dfrac{1}{2}(3^n-1)$

階差数列

$n \geqq 2$ のとき　$a_n = a_1 + \displaystyle\sum_{k=1}^{n-1} b_k$

解き方

① $\{b_n\}$ を求める。

② $b_n =$ n の式 を、$b_k =$ k の式 に変えて

$n \geqq 2$ のとき　$a_n = a_1 + \displaystyle\sum_{k=1}^{n-1} b_k$ に代入。

③ $n=1$ のときを確認。

数列の和と一般項

$n \geqq 2$ のとき　$a_n = S_n - S_{n-1}$

解き方

① $n \geqq 2$ のとき　$a_n = S_n - S_{n-1}$ を計算。

② $n=1$ のときを確認。

漸化式

① $a_{n+1} = a_n +$ 数 ⇨ 等差数列

② $a_{n+1} =$ 数 a_n ⇨ 等比数列

③ $a_{n+1} = a_n +$ n の式 ⇨ 階差数列

④ $a_{n+1} =$ 数 $a_n +$ 数 ⇨ 特性方程式 ⇨ ②