

命題①

【真偽】

1 次の命題の真偽を調べ、偽のときは反例を1つ示せ。ただし、 a, b, c は実数、 m, n は自然数とする。

(1) $a=0 \implies ab=0$

| | |
|----|----|
| 真偽 | 反例 |
|----|----|

(2) m, n がともに素数 $\implies m+n$ は偶数

| | |
|----|----|
| 真偽 | 反例 |
|----|----|

(3) $ac=bc \implies a=b$

| | |
|----|----|
| 真偽 | 反例 |
|----|----|

(4) $|a|=|b| \implies a=b$

| | |
|----|----|
| 真偽 | 反例 |
|----|----|

(5) $a=2 \implies a^2-5a+6=0$

| | |
|----|----|
| 真偽 | 反例 |
|----|----|

(6) $a^2=3a \implies a=3$

| | |
|----|----|
| 真偽 | 反例 |
|----|----|

2 次の条件 p, q について、命題 $p \implies q$ の真偽を集合を用いて調べよ。ただし、 x は実数、 n は自然数とする。

(1) $p: x < -3, q: 2x+4 \leq 0$

| |
|----|
| 真偽 |
|----|

(2) $p: n$ は12の正の約数、 $q: n$ は24の正の約数

| |
|----|
| 真偽 |
|----|

(3) $p: 2x-4 < 0, q: -1 < x < 1$

| |
|----|
| 真偽 |
|----|

【必要十分条件】

3 次の \square に適するものを下の①～③から選べ。ただし、 x, y は実数とする。

(1) $x^2-6x+8=0$ は $x=4$ であるための \square 。

(2) $xy=1$ は $x=1$ かつ $y=1$ であるための \square 。

(3) $x > 0$ かつ $y > 0$ は $xy > 0$ であるための \square 。

(4) $\triangle ABC$ が正三角形であることは、 $\triangle ABC$ が二等辺三角形であるための \square 。

(5) $x^2 > 1$ は $x > 1$ であるための \square 。

(6) $|x|=|y|$ は $x^2=y^2$ であるための \square 。

- ① 必要十分条件である
- ② 必要条件であるが、十分条件ではない
- ③ 十分条件であるが、必要条件ではない

【否定】

4 次の条件の否定を述べよ。ただし、 x, y は実数、 m, n は整数とする。

(1) x は無理数である。

| | |
|----|--|
| 否定 | |
|----|--|

(2) $x \neq 0$ または $y=0$

| | |
|----|--|
| 否定 | |
|----|--|

(3) $x \leq 0$ または $y > 0$

| | |
|----|--|
| 否定 | |
|----|--|

命題②

(4) $-2 \leq x < 1$

| |
|----|
| 否定 |
|----|

(5) m, n はともに偶数である。

| |
|----|
| 否定 |
|----|

【逆・裏・対偶】

5 次の命題の逆・裏・対偶を述べ、それらの真偽を調べよ。ただし、 x, y は実数、 n は整数とする。

(1) $x^2 \neq -x \implies x \neq -1$

| | |
|---|----|
| 逆 | 真偽 |
|---|----|

| | |
|---|----|
| 裏 | 真偽 |
|---|----|

| | |
|----|----|
| 対偶 | 真偽 |
|----|----|

(2) n は 4 の倍数 $\implies n$ は 8 の倍数

| | |
|---|----|
| 逆 | 真偽 |
|---|----|

| | |
|---|----|
| 裏 | 真偽 |
|---|----|

| | |
|----|----|
| 対偶 | 真偽 |
|----|----|

(3) $x+y$ は有理数 $\implies x$ または y は有理数

| | |
|---|----|
| 逆 | 真偽 |
|---|----|

| | |
|---|----|
| 裏 | 真偽 |
|---|----|

| | |
|----|----|
| 対偶 | 真偽 |
|----|----|

【対偶を利用した証明】

6 対偶を利用して、次の命題を証明せよ。 m, n は整数とする。

(1) $n^2 + 4n + 1$ が 4 の倍数ならば、 n は奇数である。

| |
|----|
| 対偶 |
|----|

| |
|----|
| 証明 |
|----|

(2) mn が偶数ならば、 m, n のうち少なくとも 1 つは偶数である。

| |
|----|
| 対偶 |
|----|

| |
|----|
| 証明 |
|----|

【背理法を利用した証明】

7 $\sqrt{3}$ が無理数であることを用いて、次の命題を証明せよ。

$1 + 2\sqrt{3}$ は無理数である。

| |
|----|
| 証明 |
|----|