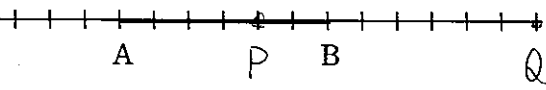


図形の性質①

【内分・外分】

1 線分 AB を 2:1 に内分する点 P と、線分 AB を 2:1 に外分する点 Q を下の図に示せ。

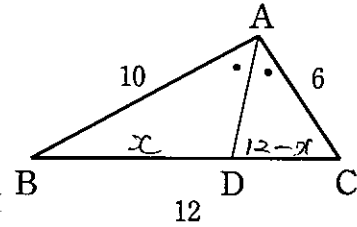


【角の二等分線】

2 AB=10, BC=12, AC=6 である $\triangle ABC$ において、 $\angle A$ の二等分線と辺 BC の交点を D とする。次のものを求めよ。

(1) BD:DC

$$10:6 = 5:3 //$$



(2) 線分 BD の長さ

$$BD = x \text{ とおす}$$

$$5:3 = x:12-x$$

$$3x = 60 - 5x$$

$$8x = 60$$

$$x = \frac{15}{2}$$

$$BD = \frac{15}{2} //$$

3 AB=20, BC=10, AC=15 である $\triangle ABC$ において、 $\angle A$ の外角の二等分線と辺 BC の延長との交点を D とする。線分 BD の長さを求めよ。

$$BD:CD = 20:15 = 4:3$$

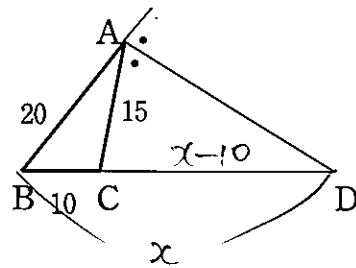
$$BD = x \text{ とおす}$$

$$4:3 = x:x-10$$

$$3x = 4x - 40$$

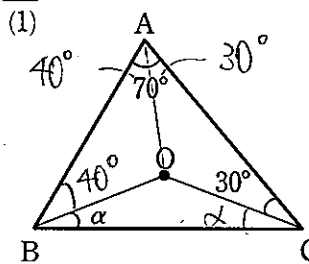
$$x = 40$$

$$BD = 40 //$$



【外心】

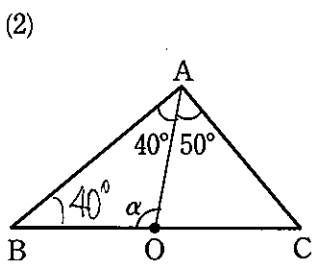
4 下の図で、点 O は $\triangle ABC$ の外心である。 α を求めよ。



$$70^\circ + (40^\circ + \alpha) + (30^\circ + \alpha) = 180^\circ$$

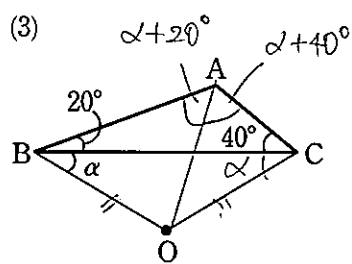
$$2\alpha = 40^\circ$$

$$\alpha = 20^\circ //$$



$$\alpha = 180^\circ - 80^\circ$$

$$= 100^\circ //$$



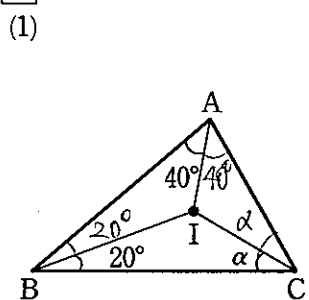
$$20^\circ + 40^\circ + (2\alpha + 60^\circ) = 180^\circ$$

$$2\alpha = 60^\circ$$

$$\alpha = 30^\circ //$$

【内心】

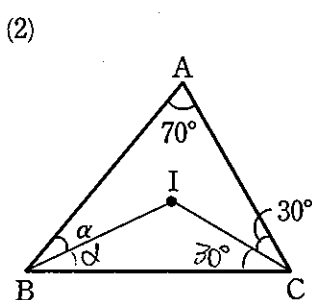
5 下の図で、点 I は $\triangle ABC$ の内心である。 α を求めよ。



$$40^\circ + 80^\circ + 2\alpha = 180^\circ$$

$$2\alpha = 60^\circ$$

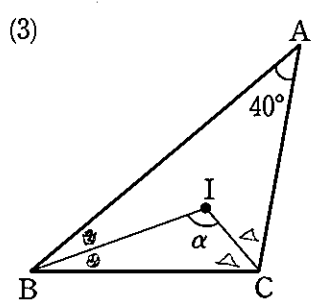
$$\alpha = 30^\circ //$$



$$70^\circ + 60^\circ + 2\alpha = 180^\circ$$

$$2\alpha = 50^\circ$$

$$\alpha = 25^\circ //$$



$$2\theta + 2\alpha + 40^\circ = 180^\circ$$

$$2\theta + 2\alpha = 140^\circ$$

$$\theta + \alpha = 70^\circ$$

$$\alpha = 180^\circ - (\theta + \alpha)$$

$$= 180^\circ - 70^\circ$$

$$= 110^\circ //$$

6 AB=4, BC=5, CA=3 である $\triangle ABC$ の内心を I とする。直線 AI と辺 BC の交点を D とするとき、次のものを求めよ。

(1) 線分 BD の長さ

$$BD:DC = 4:3$$

$$BD = x \text{ とおす}$$

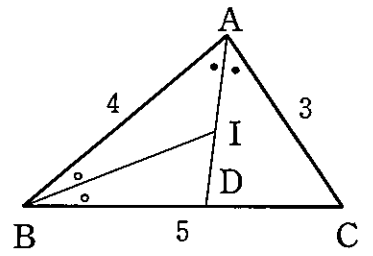
$$4:3 = x:(5-x)$$

$$3x = 20 - 4x$$

$$7x = 20$$

$$x = \frac{20}{7}$$

$$BD = \frac{20}{7} //$$



(2) AI:ID

$$AI:ID = 4:\frac{20}{7}$$

$$= 28:20$$

$$= 7:5 //$$

【重心】

7 次の図において、点 G は $\triangle ABC$ の重心である。 x, y の値を求めよ。

$$x = 4 //$$

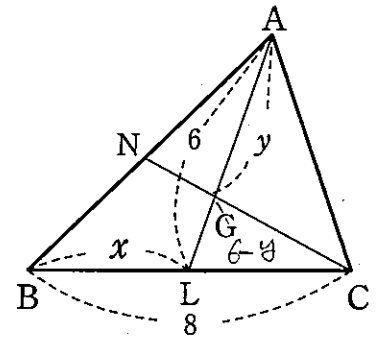
$$y = 6 - y = 2 = 1$$

$$2(6-y) = y$$

$$2y = 12$$

$$12 - 2y = y$$

$$y = 4 //$$



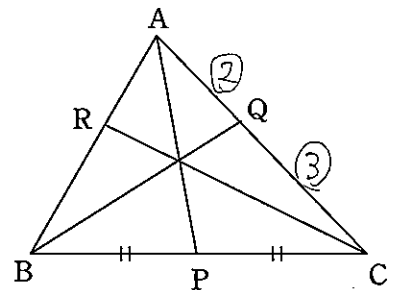
【チェバの定理】

8 次の図の $\triangle ABC$ において、 $AQ:QC = 2:3$, $BP=PC$ である。 $AR:RB$ を求めよ。

$$\frac{1}{1} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{AR}{RB} = 1 \quad (\text{チェバ})$$

$$\frac{AR}{RB} = \frac{2}{3}$$

$$AR:RB = 2:3 //$$



【メネラウスの定理】

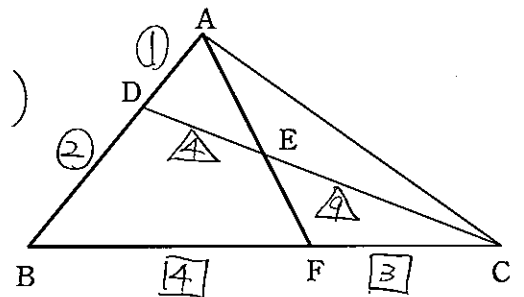
9 次の図の $\triangle ABC$ において、 $AD:DB = 1:2$, $CE:ED = 9:4$ とするとき、次の比を求めよ。

(1) BF:FC

$$\frac{3}{1} \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{FC}{BF} = 1 \quad (\text{メネラウス})$$

$$\frac{FC}{BF} = \frac{3}{4}$$

$$BF:FC = 4:3 //$$



(2) AE:EF

$$\frac{3}{3} \cdot \frac{EF}{AE} \cdot \frac{1}{2} = 1 \quad (\text{メネラウス})$$

$$\frac{EF}{AE} = \frac{6}{7}$$

$$AE:EF = 7:6 //$$

図形の性質②

10 △ABCの辺AB, ACを1:3に内分する点を、それぞれR, Qとする。線分BQとCRの交点をOとし、直線AOと辺BCの交点をPとする。

(1) BP:PCを求めよ。

$$\frac{BP}{PC} \cdot \frac{3}{1} \cdot \frac{1}{3} = 1 \quad (\text{チェバ})$$

$$\frac{BP}{PC} = 1$$

よって

$$BP:PC = 1:1$$

(2) △OBC:△ABCを求めよ。

$$\frac{2}{1} \cdot \frac{PO}{OA} \cdot \frac{1}{3} = 1 \quad (\text{メネラウス})$$

$$\frac{PO}{OA} = \frac{3}{2}$$

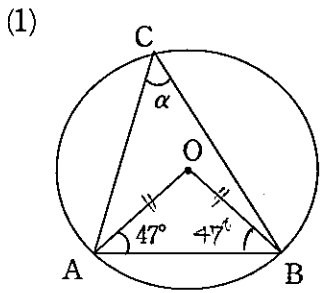
よって

$$\triangle OBC : \triangle ABC = 3 : 5$$

$$PO : OA = 3 : 2$$

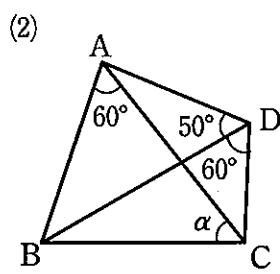
【円周角の定理】

11 下の図において、α, βを求めよ。ただし、Oは円の中心である。

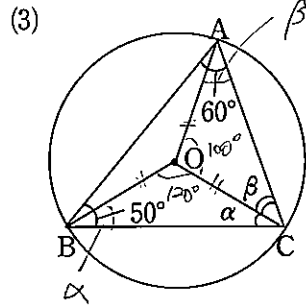


$$\angle AOB = 180^\circ - 94^\circ = 86^\circ$$

$$\alpha = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$$



$$\alpha = 50^\circ$$



$$\alpha + \alpha + 120^\circ = 180^\circ$$

$$2\alpha = 60^\circ$$

$$\alpha = 30^\circ$$

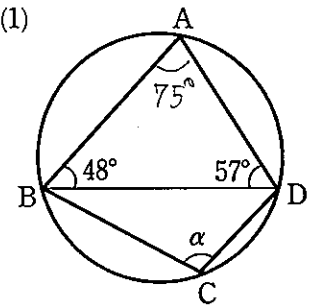
$$\beta + \beta + 100^\circ = 180^\circ$$

$$2\beta = 80^\circ$$

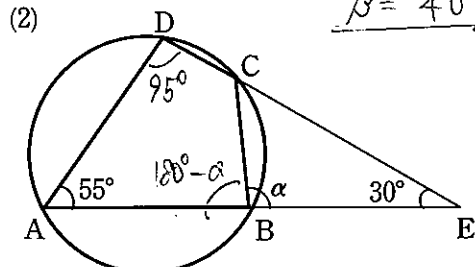
$$\beta = 40^\circ$$

【円に内接する四角形】

12 下の図において、αを求めよ。



$$180 - 75^\circ = 105^\circ$$



$$\angle ADE = 180^\circ - 85^\circ = 95^\circ$$

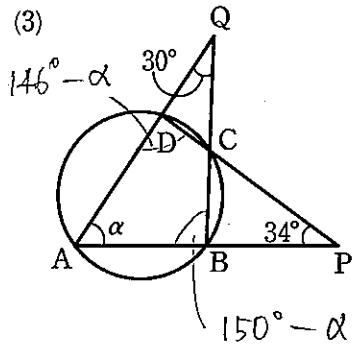
$$(180^\circ - \alpha) + 95^\circ = 180^\circ$$

$$\alpha = 95^\circ$$

$$146^\circ - \alpha + 150^\circ - \alpha = 180^\circ$$

$$2\alpha = 116^\circ$$

$$\alpha = 58^\circ$$



【接線の長さ】

13 △ABCにおいて、AB=7, BC=8であるとする。この三角形の内接円と辺BC, CA, ABとの接点を、それぞれP, Q, Rとするとき、次の問いに答えよ。

(1) BPの長さをxとすると、AQとQCの長さを、それぞれxで表せ。

$$AP = 7 - x$$

$$CQ = 8 - x$$

(2) CA=5であるとき、BPの長さを求めよ。

$$(7 - x) + (8 - x) = 5$$

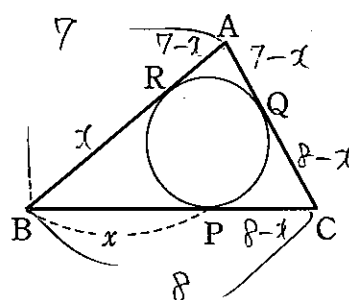
$$-2x + 15 = 5$$

$$2x = 10$$

$$x = 5$$

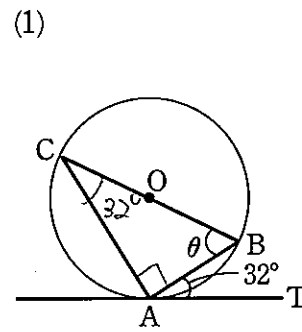
よって

$$BP = 5$$

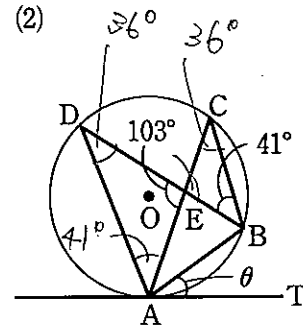


【接弦定理】

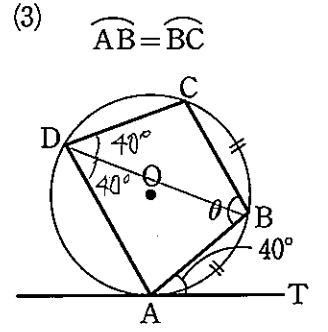
14 下の図において、直線ATは円Oの接線、Aはその接点である。角θを求めよ。



$$\theta = 58^\circ$$



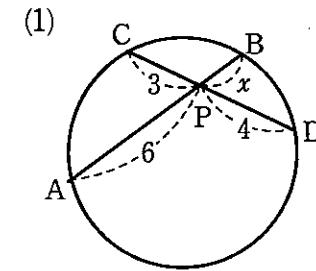
$$\theta = 36^\circ$$



$$\theta = 100^\circ$$

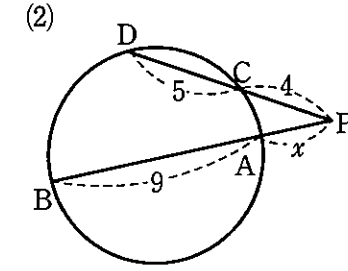
【方べきの定理】

15 下の図において、xの値を求めよ。



$$6x = 12$$

$$x = 2$$

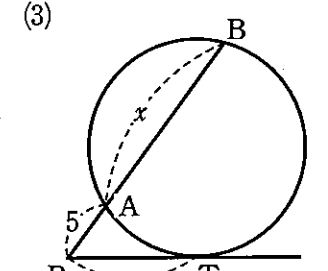


$$x(x+9) = 4 \cdot 9$$

$$x^2 + 9x - 36 = 0$$

$$(x+12)(x-3) = 0$$

$$x = 3$$



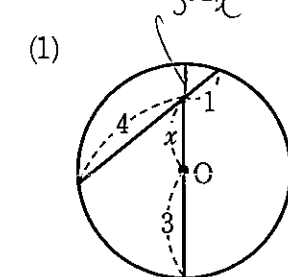
$$5 \cdot (x+5) = 10^2$$

$$5x = 100 - 25$$

$$5x = 75$$

$$x = 15$$

16 下の図において、xを求めよ。ただし、Oは円の中心、直線PTは円の接線で、Tは接点である。

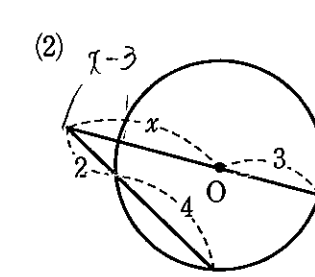


$$(3-x)(3+x) = 4 \cdot 1$$

$$9 - x^2 = 4$$

$$x^2 = 5$$

$$x = \sqrt{5}$$

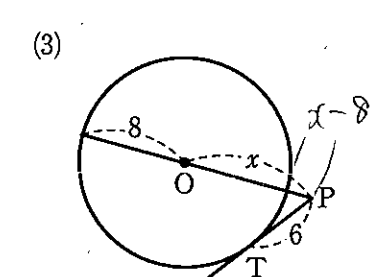


$$(x-3)(x+3) = 2 \cdot 6$$

$$x^2 - 9 = 12$$

$$x^2 = 21$$

$$x = \sqrt{21}$$



$$(x-8)(x+8) = 6^2$$

$$x^2 - 64 = 36$$

$$x^2 = 100$$

$$x = 10$$

【共通接線】

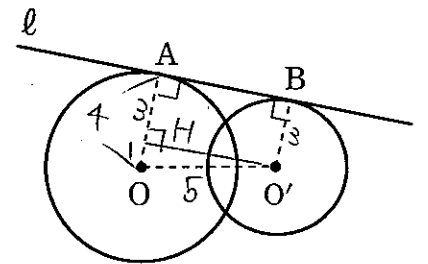
17 次の図において、直線ℓは2つの円O, O'の共通接線で、A, Bは接点である。円O, O'の半径を、それぞれ4, 3とし、O, O'間の距離を5とすると、線分ABの長さを求めよ。

右図のように点Hをとると

$$OH^2 = 5^2 - 1^2 = 24$$

$$OH > 0 \Rightarrow OH = 2\sqrt{6}$$

$$\therefore AB = 2\sqrt{6}$$



18 次の図において、直線ℓは2つの円O, O'の共通接線で、A, Bは接点である。円Oの半径を5, 円O'の半径を2とし、O, O'間の距離を9とすると、線分ABの長さを求めよ。

右図のように点Hをとると

$$OH^2 = 9^2 - 7^2 = 81 - 49 = 32$$

$$OH > 0 \Rightarrow OH = 4\sqrt{2}$$

$$\therefore AB = 4\sqrt{2}$$

