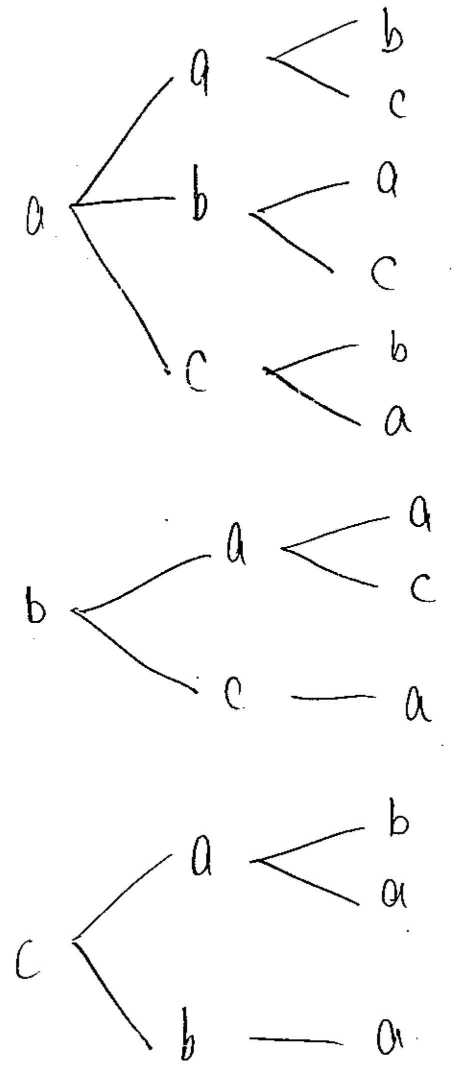
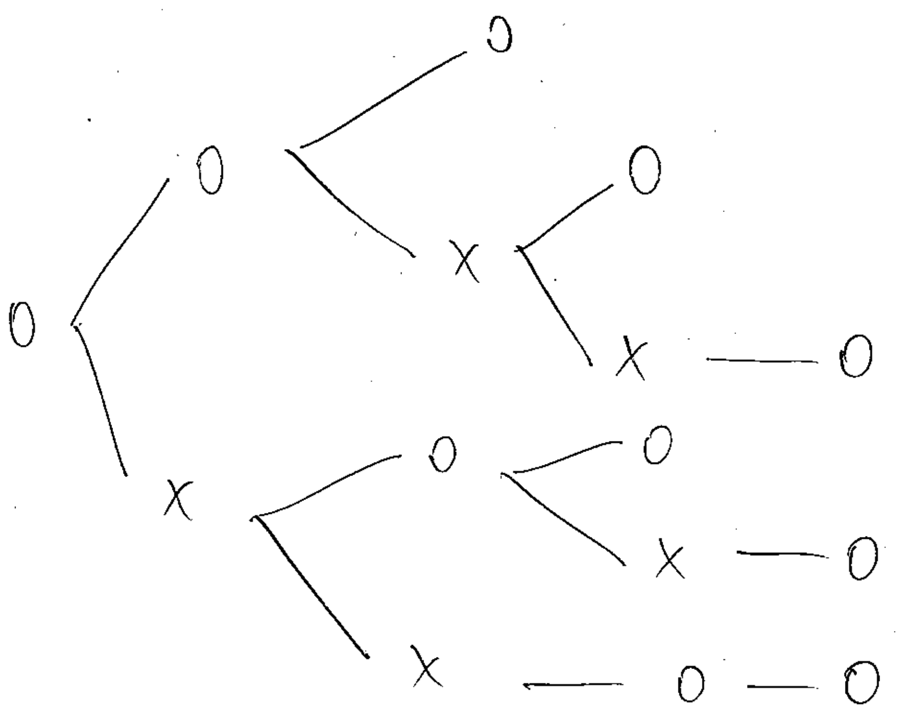
【樹形図】

1 4個の文字 a, a, b, c から，3個を選んで1列に並べる方法は、何通りあるか。



12 とーり

2 ある競技の予選は5試合のうち3勝すれば通過できる。ただし，引き分けはなく，3勝したらそれ以降の試合はない。最初に1勝したとき，この予選を通過するための勝敗の順は何通りあるか。



6 とーり

【和の法則】

5と10

3 1個のさいころを2回投げるとき，目の和が5の倍数になる場合は何通りあるか。

[1] 5のとき

1 4
2 3
3 2
4 1

[2] 10のとき

4 6
5 5
6 4

4 + 3 = 7 とーり

【積の法則】

4 大小2個のさいころを投げるとき，次の問いに答えよ。

(1) 2個のさいころの目の出方は何通りあるか。

6 × 6 = 36 とーり

(2) 大きいさいころの目が3以上，小さいさいころの目が偶数である出方は何通りあるか。

大 小

4 × 3 = 12 とーり

5 次の問いに答えよ。

(1) 大中小3個のさいころを投げるとき，目の出方は何通りあるか。

6 × 6 × 6 = 216 とーり

(2) 積 $(a+b)(c+d)(x+y+z)$ を展開すると，項は何個できるか。

2 × 2 × 3 = 12こ

6 次の数について，正の約数は何個あるか。

(1) 16 $= 2^4$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 16 \\ 2 & 8 \\ 2 & 4 \\ & 2 \end{array}$$

+1

5こ

(2) 144 $= 2^4 \cdot 3^2$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 144 \\ 2 & 72 \\ 2 & 36 \\ 2 & 18 \\ 3 & 9 \\ & 3 \end{array}$$

+1 +1

5 × 3 = 15こ

【順列】

7 次の値を求めよ。

(1) ${}_5P_2$ $= 5 \cdot 4 = 20$

(2) ${}_8P_4$ $= 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 1680$

(3) ${}_3P_1$ $= 3$

(4) ${}_6P_6$ $= 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720$

8 次のものの総数を求めよ。

(1) 10人の生徒から3人を選んで1列に並べるときの並べ方

△ △ △

10・9・8 = 720 とーり

(2) 1から6までの数字から異なる4個を選んで作る4桁の数

△ △ △ △

6・5・4・3 = 360こ

9 次のような並べ方の総数を求めよ。

(1) 1から5までの自然数すべてを1列に並べる。

△ △ △ △ △

5・4・3・2・1 = 120 とーり

(2) A, B, C, D, E, F, G の7文字すべてを1列に並べる。

△ △ △ △ △ △ △

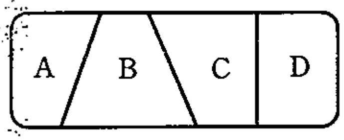
7・6・5・4・3・2・1 = 5040 とーり

10 6人の候補選手の中から，リレーの第1走者から第4走者までを選ぶとき，4人の走者の選び方は何通りあるか。

△ △ △ △

6・5・4・3 = 360とーり

11 右の図のようなA，B，C，Dの4つの部分を，すべて違う色で塗り分ける。5種類の色があるとき，何通りの塗り方があるか。



5・4・3・2

= 120とーり

12 男子4人と女子3人が1列に並ぶとき，次のような並び方は何通りあるか。

(1) 両端が男子である。

男 △ △ △ △ △ 男

5・4・3・2・1

男の並べ方

(4・3) × (5・4・3・2・1) = 1440とーり

(2) 女子3人が隣り合う。

△ 女女女 △ △ △

5 4 3 2 1

女の並べ方

(3・2・1) × (5・4・3・2・1) = 720とーり

13 a，b，c，d，e の5文字をすべて使って作る順列について，次のような並べ方は何通りあるか。

(1) 両端が子音である。

子 △ △ △ 子

3・2・1

子音の並べ方

(3・2) × (3・2・1) = 36とーり

(2) a，c が隣り合わない。

$\boxed{\text{(すべて)}-(\text{a.c が隣り合う})}$

a.c が隣り合う並べ方

△ ac △ △

4 3 2 1

acの並べ方

(2・1) × (4・3・2・1) = 48

すべての並べ方

△ △ △ △ △

5・4・3・2・1 = 120

よって

120 − 48 = 72とーり

14 0，1，2，3，4のうちの異なる4個を並べて，4桁の整数を作るとき，次のような整数は何個作れるか。

(1) 4桁の整数

千 百 十 一

0以外

4・4・3・2 = 96こ

(2) 4桁の奇数

千 百 十 1,3

0以外

3・3・2・2 = 36こ

(3) 4桁の偶数

[1] 一の位が0

千 百 十 0

4・3・2・1

= 24

[2] 一の位が2.4

千 百 十 2.4

0以外

3・3・2・2

= 36

よって 24 + 36 = 60こ

【円順列】

15 色の異なる5個の玉を，円形に並べる方法は何通りあるか。

(5−1)! = 4・3・2・1 = 24とーり

16 色の異なる5個の玉をつないで腕輪を作ると，腕輪は何通りできるか。

$\dfrac{(5-1)!}{2}$ = 12とーり

17 大人4人と子供4人が輪の形に並ぶとき，大人と子供が交互に並ぶような並び方は何通りあるか。

大 △ 大 △ 大 △ 大 △

1 2 3 4

大人の並べ方 子供の並べ方

(4−1)! × (4・3・2・1)

= 3・2 × 4・3・2

= 144とーり

18 A，B，C，D，E，Fの6人が，円形の6人席のテーブルに着席するとき，AとBが隣り合うような並び方は何通りあるか。

AB △ △ △ △

ABの並べ方

(2・1) × (5−1)!

= 2 × 4・3・2・1

= 48とーり

【重複順列】

19 次の問いに答えよ。

(1) 1，2，3，4，5の5種類の数字を用いて2桁の整数はいくつ作ることができるか。ただし，同じ数字を繰り返し用いてよい。

十 一

5・5 = 25こ

(2) 集合{1，2，3}の部分集合の個数を求めよ。

2・2・2 = 8こ

【組合せ】

20 次の値を求めよ。

(1) ${}_7C_3 = \dfrac{7\cdot6\cdot5}{3\cdot2} = 35$

(2) ${}_8C_1 = 8$

(3) ${}_5C_5 = 1$

(4) ${}_5C_4 = {}_5C_1 = 5$

(5) ${}_8C_6 = {}_8C_2 = \dfrac{8\cdot7}{2} = 28$

(6) ${}_{20}C_{18} = {}_{20}C_2 = \dfrac{20\cdot19}{2} = 190$

21 次のような選び方の総数を求めよ。

(1) 4人から2人を選ぶ。

${}_4C_2 = \dfrac{4\cdot3}{2} = 6$

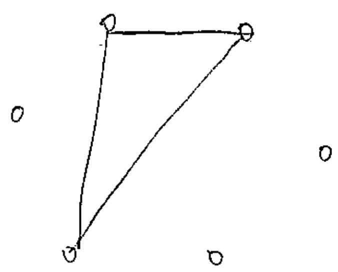
(2) 6色から3色を選ぶ。

${}_6C_3 = \dfrac{6\cdot5}{2} = 15$

22 正六角形について，次の数を求めよ。

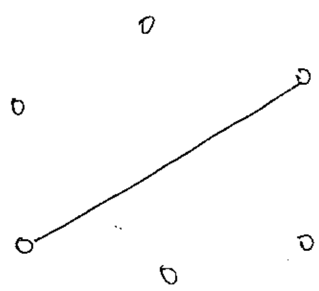
(1) 3個の頂点を結んでできる三角形の個数

${}_6C_3 = \dfrac{6\cdot5\cdot4}{3\cdot2} = 20$こ



(2) 2個の頂点を結ぶ線分の本数

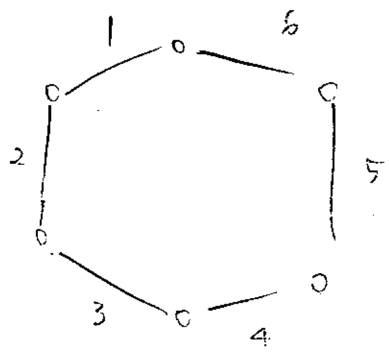
${}_6C_2 = \dfrac{6\cdot5}{2} = 15$本



(3) 対角線の本数

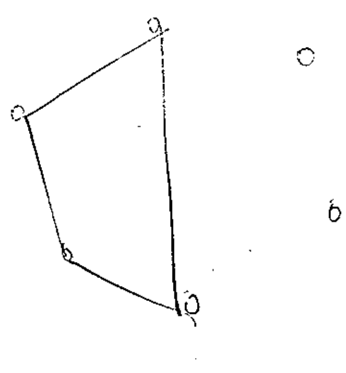
(2)より

$15 - 6 = 9$本

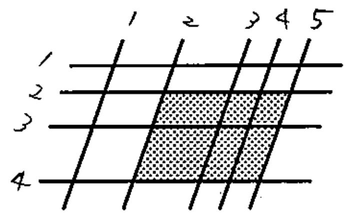


(4) 4個の頂点を結んでできる四角形の個数

${}_6C_4 = {}_6C_2 = 15$こ



23 右の図のように5本の平行線とそれらに交わる4本の平行線がある。これらによってできる平行四辺形は，全部で何個あるか。



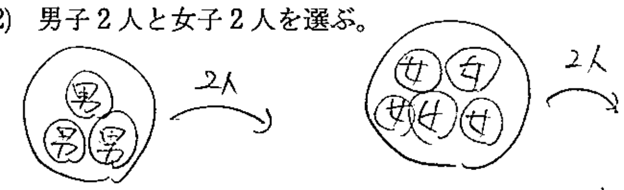
${}_4C_2 \times {}_5C_2 = \dfrac{4\cdot3}{2} \times \dfrac{5\cdot4}{2} = 60$こ

24 男子3人，女子5人の中から，4人を選ぶとき，次のような選び方は何通りあるか。

(1) すべての選び方

${}_8C_4 = \dfrac{8\cdot7\cdot6\cdot5}{4\cdot3\cdot2} = 70$とーり

(2) 男子2人と女子2人を選ぶ。



${}_3C_2 = 3$

${}_5C_2 = \dfrac{5\cdot4}{2} = 10$

よって

$3\times10 = 30$とーり

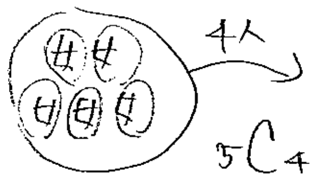
(3) 男子が少なくとも1人は含まれるように選ぶ。

$\boxed{\text{すべて} - \text{4人とも女子}}$

すべて

(1)より 70とーり

4人とも女子



${}_5C_4 = 5$とーり

よって

$70 - 5 = 65$とーり

25 9人を次のように分けるとき，分け方は何通りあるか。

1260
1680
280
1260

(1) 4人，3人，2人の3つの組に分ける。

${}_9C_4 \times {}_5C_3 \times {}_2C_2 = \dfrac{9\cdot8\cdot7\cdot6}{4\cdot3\cdot2\cdot1} \times \dfrac{5\cdot4}{2\cdot1}$

$= 9\cdot7\cdot2\cdot10 = 1260$とーり

(2) A，B，Cの3つの組に，3人ずつ分ける。

${}_9C_3 \times {}_6C_3 \times {}_3C_3 = \dfrac{9\cdot8\cdot7}{3\cdot2\cdot1} \times \dfrac{6\cdot5\cdot4}{3\cdot2\cdot1}$

$= 3\cdot4\cdot7\cdot20 = 1680$とーり

(3) 3人ずつの3つの組に分ける。

$\dfrac{{}_9C_3 \times {}_6C_3 \times {}_3C_3}{3!} = \dfrac{1680}{3\cdot2}$ ((2)より)

$= 280$とーり

(4) 2人，2人，2人，3人の4つの組に分ける。

$\dfrac{{}_9C_2 \times {}_7C_2 \times {}_5C_2 \times {}_3C_3}{3!} = \dfrac{\frac{9\cdot8}{2\cdot1} \times \frac{7\cdot6}{2\cdot1} \times \frac{5\cdot4}{2\cdot1}}{3\cdot2}$

$= 9\cdot7\cdot20 = 1260$とーり

【同じものを含む順列】

26 BANANAの6文字をすべて使って文字列を作るとき，何通りの文字列ができるか。

$\frac{6!}{3!2!} = \frac{6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2}{3\cdot2\cdot2} = \underline{60}$ とーり

27 a，a，b，b，b，c の6文字すべてを1列に並べるとき a どうしが隣り合わない並べ方は何通りあるか。

すべて − aが隣り合う

すべて．

$\frac{6!}{2!3!1!} = \frac{6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2}{2\cdot3\cdot2} = 60$

aが隣り合う

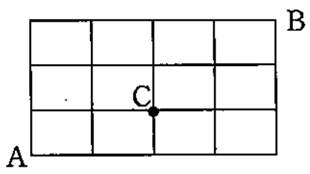
aa b b b c

$\frac{5!}{3!1!1!} = \frac{5\cdot4\cdot3\cdot2}{3\cdot2} = 20$

よって．

$60 - 20 = \underline{40}$ とーり

28 右の図のような道のある地域で，次のような最短の道順は何通りあるか。



(1) CからBへ行く。

→ → ↑ ↑

$\frac{4!}{2!2!} = \frac{4\cdot3\cdot2}{2\cdot2} = \underline{6}$ とーり

(2) Cを通ってAからBへ行く。

AからC

→ → ↑

$\frac{3!}{2!1!} = 3$ とーり

CからB

(1)より

6 とーり

よって

$3 \times 6 = \underline{18}$ とーり

(3) Cを通らないでAからBへ行く。

すべて − Cを通る

すべて

→ → → → ↑ ↑ ↑

$\frac{7!}{4!3!} = \frac{7\cdot6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2}{4\cdot3\cdot2\cdot3\cdot2} = 35$ とーり

Cを通る．

(2)より 18 とーり

よって

$35 - 18 = \underline{17}$ とーり

【重複を許して作る組合せ】

29 3種類の果実から重複を許して5個取って作る組合せを求めよ。

○ ○ | ○ ○ | ○

$\frac{7!}{2!5!} = \frac{7\cdot6}{2} = \underline{21}$ とーり

30 4個の文字a，b，c，dから重複を許して7個取る組合せの総数を求めよ。

○ | ○ ○ | ○ ○ | ○ ○

$\frac{10!}{3!7!} = \frac{10\cdot9\cdot8}{3\cdot2} = \underline{120}$ とーり

31 等式 $x+y+z=8$ を満たす負でない整数 x，y，z の組は，全部で何個あるか。

0と正

○ ○ ○ | ○ ○ ○ | ○ ○

$\frac{10!}{2!8!} = \frac{10\cdot9}{2} = \underline{45}$ コ

【順列と組合せ】

32 次の問いに答えよ。

(1) 6人から3人を選んで1列に並べる

$6\cdot5\cdot4 = \underline{120}$ とーり

(2) 6人のうち，2人が男，4人が女のとき，男2人が両端にくる

男 ○ ○ ○ ○ 男

4 3 2 1

男の並び方

$(2\cdot1)\times(4\cdot3\cdot2\cdot1) = \underline{48}$ とーり

(3) 6人のうち，2人が男，4人が女のとき，男2人が隣り合う

○ 男男 ○ ○ ○

5 4 3 2 1

男の並び方

$(2\cdot1)\times(5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1) = \underline{240}$ とーり

(4) 6人全員が丸いテーブルに座る

$(6-1)! = 5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1 = \underline{120}$ とーり

(5) 6人全員でじゃんけんをする

$3\cdot3\cdot3\cdot3\cdot3\cdot3 = \underline{729}$ とーり

(6) 6人から3人選ぶ

${}_6C_3 = \frac{6\cdot5\cdot4}{3\cdot2\cdot1} = \underline{20}$ とーり

(7) 6人を3人，2人，1人の3組に分ける

${}_6C_3 \times {}_3C_2 \times {}_1C_1 = \frac{6\cdot5\cdot4}{3\cdot2\cdot1} \times 3 = \underline{60}$ とーり

(8) 6人を2人ずつ3組に分ける

$\frac{{}_6C_2 \times {}_4C_2 \times {}_2C_2}{3!} = \frac{\frac{6\cdot5}{2\cdot1} \times \frac{4\cdot3}{2\cdot1}}{3\cdot2} = \frac{3\cdot5\cdot4\cdot3}{3\cdot2}$

$= \underline{30}$ とーり

(9) a 3個，b 2個，c 1個を1列に並べる

$\frac{6!}{3!2!1!} = \frac{6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2}{3\cdot2\cdot2} = \underline{60}$ とーり