【等差数列の表記】

$\boxed{1}$ 一般項が次の式で表される数列 $\{a_n\}$ について，初項から第 4 項までを求めよ。

(1) $a_n = 2n - 1$

(2) $a_n = n(n+1)$

(3) $a_n = 2^n$

【等差数列の一般項】

$\boxed{2}$ 次のような等差数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。また，第 10 項を求めよ。

(1) 初項 5，公差 4

(2) 初項 10，公差 -5

$\boxed{3}$ 次のような等差数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) 2，6，10，14，……

(2) 100，95，90，85，……

$\boxed{4}$ 次のような等差数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) 第 4 項が15，第 8 項が 27

(2) 第 5 項が 20，第 10 項が 0

$\boxed{5}$ 第 5 項が 3，第 10 項が 18 である等差数列 $\{a_n\}$ において，

(1) 初項と公差を求めよ。

(2) 第 21 項を求めよ。

(3) 初めて 1000 を超えるのは，第何項か。

【等差数列をなす 3 数】

$\boxed{6}$ 次の数列が等差数列であるとき，x の値を求めよ。

(1) 3，x，7，……

(2) $\dfrac{1}{12}$，$\dfrac{1}{x}$，$\dfrac{1}{6}$，……

$\boxed{7}$ 等差数列をなす 3 つの数があって，それらの和が 9，積が 15 であるという。この 3 つの数を求めよ。

【等差数列の和】

$\boxed{8}$ 次の和を求めよ。

(1) 初項 10，公差 -4 の等差数列の初項から第 15 項までの和 S_{15} を求めよ。

(2) 初項 2，末項 10，項数 9 の等差数列の和 S_9 を求めよ。

(3) 初項 1，公差 2 の等差数列の初項から第 n 項までの和 S_n を求めよ。

$\boxed{9}$ 次の等差数列の和 S を求めよ。

(1) 2，6，10，……，74

(2) 102，96，90，……，6

【等差数列の和から初項と公差を求める】

$\boxed{10}$ 初項が 50，末項が 10，和が 330 である等差数列の項数 n と公差 d を求めよ。

$\boxed{11}$ 等差数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和を S_n とする。初項から第 10 項までの和が 100 で，初項から第 20 項までの和が 400 であるとき，S_n を求めよ。

【倍数の和】

$\boxed{12}$ 1 から 100 までの整数について，次のような数の和を求めよ。

(1) 6 の倍数

(2) 6 の倍数ではない数

【等差数列の和の最大値】

$\boxed{13}$ 初項が 77，公差が -3 である数列 $\{a_n\}$ がある。

(1) 第何項が初めて負の数になるか。

(2) 初項から第何項までの和が最大であるか。また，その和を求めよ。

【等比数列の表記】

$\boxed{14}$ 次のような等比数列の初項から第 4 項までを書け。

(1) 初項 1，公比 3

(2) 初項 $-\dfrac{1}{2}$，公比 $-\dfrac{1}{2}$

【等比数列の一般項】

$\boxed{15}$ 次のような等比数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。また，第 5 項を求めよ。

(1) 初項 2，公比 3

(2) 初項 1，公比 -3

(3) 初項 2，公比 2

(4) 初項 -3，公比 $\dfrac{1}{2}$

$\boxed{16}$ 次の等比数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) $\dfrac{3}{2}$，$\dfrac{3}{4}$，$\dfrac{3}{8}$，$\dfrac{3}{16}$，……

(2) 5，-5，5，-5，……

(3) $\sqrt{2}$，$2+\sqrt{2}$，$4+3\sqrt{2}$，……

$\boxed{17}$ 次のような等比数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) 第 2 項が 6，第 4 項が 54

(2) 第 5 項が -9，第 7 項が -27

【等比数列をなす 3 数】

$\boxed{18}$ 次の数列は等比数列である。x，y の値を求めよ。

(1) 3，x，9，……

(2) x，-5，x，y，……

$\boxed{19}$ 数列 24，a，b がこの順に等差数列をなし，数列 a，b，8 がこの順に等比数列をなすという。このとき，a，b の値を求めよ。

数列④

【等比数列の和】

$\boxed{20}$ 次の等比数列の初項から第 n 項までの和 S_n を求めよ。

(1) 2，6，18，54，……

(2) 3，-6，12，-24，……

(3) 12，4，$\frac{4}{3}$，$\frac{4}{9}$，……

(4) 2，$2x$，$2x^2$，$2x^3$，……

$\boxed{21}$ 初項が 5，公比が 2 である等比数列において，第 5 項から第 10 項までの和を求めよ。

【等比数列の和から初項と公差を求める】

$\boxed{22}$ 初項から第 3 項までの和が 7，第 3 項から第 5 項までの和が 28 となる等比数列の初項 a と公比 r を求めよ。

【Σ の計算】

$\boxed{23}$ 次の和を求めよ。

(1) $\sum_{k=1}^{n} 5^{k-1}$

(2) $\sum_{k=1}^{n-1} 3^k$

$\boxed{24}$ 次の和を求めよ。

(1) $\sum_{k=1}^{n} (4k-5)$

(2) $\sum_{k=1}^{n} (k^2-3k+2)$

(3) $\sum_{k=1}^{n} k(k^2+1)$

(4) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n-1}(2k+1)$

(5) $\displaystyle\sum_{k=1}^{2n}(2k+3)$

$\boxed{25}$ 次の和を求めよ。

(1) $\displaystyle\sum_{k=1}^{15}2$

(2) $\displaystyle\sum_{k=1}^{20}k$

(3) $1^2+2^2+3^2+\cdots\cdots+12^2$

$\boxed{26}$ 次の和を求めよ。

$1\cdot1+2\cdot7+3\cdot13+\cdots\cdots+n(6n-5)$

$\boxed{27}$ 次の数列の初項から第 n 項までの和 S_n を求めよ。

$1\cdot3,\ 2\cdot5,\ 3\cdot7,\ 4\cdot9,\ \cdots\cdots$

$\boxed{28}$ 次の数列の初項から第 n 項までの和 S_n を求めよ。

$2,\ 2+5,\ 2+5+8,\ 2+5+8+11,\ \cdots\cdots$

【階差数列】

$\boxed{29}$ 階差数列を利用して，次の数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) 1，2，4，7，11，……

(2) 2，3，5，9，17，……

【和 S_n と一般項 a_n】

$\boxed{30}$ 初項から第 n 項までの和 S_n が，次の式で表される数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) $S_n=n^2-n$

(2) $S_n=n^2-n+2$

【部分分数分解】

$\boxed{31}$ 次の和を求めよ。

$$S=\frac{1}{1\cdot3}+\frac{1}{3\cdot5}+\frac{1}{5\cdot7}+\cdots\cdots+\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$$

【(等差)×(等比)型】

$\boxed{32}$ 次の和を求めよ。

$$S=1\cdot1+2\cdot2+3\cdot2^2+\cdots\cdots+n\cdot2^{n-1}$$

【群数列】

$\boxed{33}$ 正の奇数の列を，次のような群に分ける。ただし，第 n 群には n 個の数が入るものとする。

$$\underset{\text{第1群}}{1}\ |\ \underset{\text{第2群}}{3,\ 5}\ |\ \underset{\text{第3群}}{7,\ 9,\ 11}\ |\ \underset{\text{第4群}}{13,\ 15,\ 17,\ 19}\ |\ 21,\ \cdots\cdots$$

(1) $n\geqq2$ のとき，第 n 群の最初の数 n の式で表せ。

(2) 第 15 群に入るすべての数の和 S を求めよ。

数列⑦

【漸化式】

$\boxed{1}$ 次の条件によって定まる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) $a_1=2,\quad a_{n+1}=a_n+3$

(2) $a_1=1,\quad a_{n+1}=2a_n$

$\boxed{2}$ 次の条件によって定まる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) $a_1=1,\quad a_{n+1}=a_n+3^n$

(2) $a_1=0,\quad a_{n+1}=a_n+2n+1$

$\boxed{3}$ 次の条件によって定まる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) $a_1=5,\quad a_{n+1}=4a_n-6$

(2) $a_1=3,\quad a_{n+1}=\dfrac{1}{2}a_n+1$

【3 項間漸化式】

$\boxed{4}$ 次の条件によって定まる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$a_1=0,\quad a_2=1\ ,\quad a_{n+2}-7a_{n+1}+10a_n=0$

【数学的帰納法】

5 数学的帰納法を用いて，次の等式を証明せよ。

(1) $1+3+5+\cdots\cdots+(2n-1)=n^2$

(2) $1\cdot2+2\cdot3+3\cdot4+\cdots\cdots+n(n+1)=\dfrac{1}{3}n(n+1)(n+2)$

6 n を 3 以上の自然数とするとき，次の不等式を証明せよ。

$$2^n>2n+1$$

7 すべての自然数 n について，7^n-1 は 6 の倍数である。このことを，数学的帰納法を用いて証明せよ。