

数列①

【等差数列の表記】

1 一般項が次の式で表される数列 $\{a_n\}$ について、初項から第 4 項までを求めよ。

(1) $a_n = 2n - 1$

(2) $a_n = n(n + 1)$

(3) $a_n = 2^n$

【等差数列の一般項】

2 次のような等差数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。また、第 10 項を求めよ。

(1) 初項 5, 公差 4

(2) 初項 10, 公差 -5

3 次のような等差数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) 2, 6, 10, 14, ……

(2) 100, 95, 90, 85, ……

4 次のような等差数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) 第 4 項が 15, 第 8 項が 27

(2) 第 5 項が 20, 第 10 項が 0

5 第 5 項が 3, 第 10 項が 18 である等差数列 $\{a_n\}$ において、

(1) 初項と公差を求めよ。

(2) 第 21 項を求めよ。

(3) 初めて 1000 を超えるのは、第何項か。

【等差数列をなす 3 数】

6 次の数列が等差数列であるとき、 x の値を求めよ。

(1) 3, x , 7, ……

(2) $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{x}$, $\frac{1}{6}$, ……

7 等差数列をなす 3 つの数があつて、それらの和が 9, 積が 15 であるという。この 3 つの数を求めよ。

数列②

【等差数列の和】

8 次の和を求めよ。

(1) 初項 10, 公差 -4 の等差数列の初項から第 15 項までの和 S_{15} を求めよ。

(2) 初項 2, 末項 10, 項数 9 の等差数列の和 S_9 を求めよ。

(3) 初項 1, 公差 2 の等差数列の初項から第 n 項までの和 S_n を求めよ。

9 次の等差数列の和 S を求めよ。

(1) 2, 6, 10, …, 74

(2) 102, 96, 90, …, 6

【等差数列の和から初項と公差を求める】

10 初項が 50, 末項が 10, 和が 330 である等差数列の項数 n と公差 d を求めよ。

11 等差数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和を S_n とする。初項から第 10 項までの和が 100 で, 初項から第 20 項までの和が 400 であるとき, S_n を求めよ。

【倍数の和】

12 1 から 100 までの整数について, 次のような数の和を求めよ。

(1) 6 の倍数

(2) 6 の倍数ではない数

【等差数列の和の最大値】

13 初項が 77, 公差が -3 である数列 $\{a_n\}$ がある。

(1) 第何項が初めて負の数になるか。

(2) 初項から第何項までの和が最大であるか。また, その和を求めよ。

数列③

【等比数列の表記】

14 次のような等比数列の初項から第4項までを書け。

(1) 初項 1, 公比 3

(2) 初項 $-\frac{1}{2}$, 公比 $-\frac{1}{2}$

【等比数列の一般項】

15 次のような等比数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。また、第5項を求めよ。

(1) 初項 2, 公比 3

(2) 初項 1, 公比 -3

(3) 初項 2, 公比 2

(4) 初項 -3 , 公比 $\frac{1}{2}$

16 次の等比数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) $\frac{3}{2}, \frac{3}{4}, \frac{3}{8}, \frac{3}{16}, \dots$

(2) $5, -5, 5, -5, \dots$

(3) $\sqrt{2}, 2+\sqrt{2}, 4+3\sqrt{2}, \dots$

17 次のような等比数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) 第2項が 6, 第4項が 54

(2) 第5項が -9 , 第7項が -27

【等比数列をなす3数】

18 次の数列は等比数列である。 x, y の値を求めよ。

(1) $3, x, 9, \dots$

(2) $x, -5, x, y, \dots$

19 数列 $24, a, b$ がこの順に等差数列をなし、数列 $a, b, 8$ がこの順に等比数列をなすという。このとき、 a, b の値を求めよ。

数列④

【等比数列の和】

20 次の等比数列の初項から第 n 項までの和 S_n を求めよ。

(1) 2, 6, 18, 54, ……

(2) 3, -6, 12, -24, ……

(3) 12, 4, $\frac{4}{3}$, $\frac{4}{9}$, ……

(4) 2, $2x$, $2x^2$, $2x^3$, ……

21 初項が 5, 公比が 2 である等比数列において, 第 5 項から第 10 項までの和を求めよ。

【等比数列の和から初項と公差を求める】

22 初項から第 3 項までの和が 7, 第 3 項から第 5 項までの和が 28 となる等比数列の初項 a と公比 r を求めよ。

【 Σ の計算】

23 次の和を求めよ。

(1) $\sum_{k=1}^n 5^{k-1}$

(2) $\sum_{k=1}^{n-1} 3^k$

24 次の和を求めよ。

(1) $\sum_{k=1}^n (4k-5)$

(2) $\sum_{k=1}^n (k^2-3k+2)$

(3) $\sum_{k=1}^n k(k^2+1)$

数列⑤

(4) $\sum_{k=1}^{n-1} (2k+1)$

(5) $\sum_{k=1}^{2n} (2k+3)$

25 次の和を求めよ。

(1) $\sum_{k=1}^{15} 2$

(2) $\sum_{k=1}^{20} k$

(3) $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 12^2$

26 次の和を求めよ。

$$1 \cdot 1 + 2 \cdot 7 + 3 \cdot 13 + \dots + n(6n-5)$$

27 次の数列の初項から第 n 項までの和 S_n を求めよ。

$$1 \cdot 3, 2 \cdot 5, 3 \cdot 7, 4 \cdot 9, \dots$$

28 次の数列の初項から第 n 項までの和 S_n を求めよ。

$$2, 2+5, 2+5+8, 2+5+8+11, \dots$$

数列⑥

【階差数列】

29 階差数列を利用して、次の数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) 1, 2, 4, 7, 11, ……

(2) 2, 3, 5, 9, 17, ……

【和 S_n と一般項 a_n 】

30 初項から第 n 項までの和 S_n が、次の式で表される数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) $S_n = n^2 - n$

(2) $S_n = n^2 - n + 2$

【部分分数分解】

31 次の和を求めよ。

$$S = \frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \cdots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$$

【(等差)×(等比)型】

32 次の和を求めよ。

$$S = 1 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 2^2 + \cdots + n \cdot 2^{n-1}$$

【群数列】

33 正の奇数の列を、次のような群に分ける。ただし、第 n 群には n 個の数が入るものとする。

$$\begin{array}{ccccccc} 1 & | & 3, 5 & | & 7, 9, 11 & | & 13, 15, 17, 19 & | & 21, \cdots \\ \text{第1群} & & \text{第2群} & & \text{第3群} & & \text{第4群} & & \end{array}$$

(1) $n \geq 2$ のとき、第 n 群の最初の数 n の式で表せ。

(2) 第 15 群に入るすべての数の和 S を求めよ。

数列⑦

【漸化式】

1 次の条件によって定まる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) $a_1=2, a_{n+1}=a_n+3$

(2) $a_1=1, a_{n+1}=2a_n$

2 次の条件によって定まる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) $a_1=1, a_{n+1}=a_n+3^n$

(2) $a_1=0, a_{n+1}=a_n+2n+1$

3 次の条件によって定まる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(1) $a_1=5, a_{n+1}=4a_n-6$

(2) $a_1=3, a_{n+1}=\frac{1}{2}a_n+1$

【3項間漸化式】

4 次の条件によって定まる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$$a_1=0, a_2=1, a_{n+2}-7a_{n+1}+10a_n=0$$

数列⑧

【数学的帰納法】

5 数学的帰納法を用いて、次の等式を証明せよ。

(1) $1+3+5+\cdots+(2n-1)=n^2$

(2) $1\cdot 2+2\cdot 3+3\cdot 4+\cdots+n(n+1)=\frac{1}{3}n(n+1)(n+2)$

6 n を 3 以上の自然数とするとき、次の不等式を証明せよ。

$$2^n > 2n + 1$$

7 すべての自然数 n について、 $7^n - 1$ は 6 の倍数である。このことを、数学的帰納法を用いて証明せよ。