【場合の数と確率】

1 1個のさいころを投げるとき，次の場合の確率を求めよ。

(1) 奇数の目が出る。

すべて 6

奇数 1, 3, 5 → 3

よって $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

(2) 3以上の目が出る。

3, 4, 5, 6 → 4

よって $\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$

2 3枚の硬貨を同時に投げるとき，そのうち1枚だけ裏が出る確率を求めよ。

すべて $2\cdot2\cdot2=8$

1枚だけウラ

大	中	小
ウ	オ	オ
オ	ウ	オ
オ	オ	ウ

→ 3

よって $\frac{3}{8}$

3 2個のさいころを同時に投げるとき，次の場合の確率を求めよ。

(1) 目の和が7になる。

すべて $6\cdot6=36$

和が7

大	小
6	1
5	2
4	3
3	4
2	5
1	6

→ 6

よって $\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$

(2) 2個とも偶数の目が出る。

大	小
2	2
2	4
2	6
4	2
4	4
4	6
6	2
6	4
6	5

→ 9

よって $\frac{9}{36}=\frac{1}{4}$

【順列と確率】

4 男子2人，女子5人がくじ引きで順番を決めて 横1列に並ぶとき，次の場合の確率を求めよ。

(1) 男子のA君が左端に並ぶ。

すべて $7!$

A君が左端 A △△△△△△ 6 5 4 3 2 1

よって $\frac{6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{7!}=\frac{1}{7}$

(2) 男子2人が隣り合う。

△ (男男) △△△△

6 5 4 3 2 1

男の並び方

$(2\cdot1)\times6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1$

よって $\frac{2\cdot6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2}{7!}=\frac{2}{7}$

【組合せと確率】

5 男子6人，女子4人の合計10人の中から抽選で4人を選ぶとき，次のように選ばれる確率を求めよ。

(1) 男子が2人，女子が2人

すべて ${}_{10}C_4=\frac{10\cdot9\cdot8\cdot7}{4\cdot3\cdot2}=210$

男2人，女2人 ${}_6C_2\times{}_4C_2=\frac{6\cdot5}{2}\times\frac{4\cdot3}{2}=90$

よって $\frac{90}{210}=\frac{3}{7}$

男男男 男男男 → 2人　女女 女女 → 2人

(2) 全員が女子

${}_4C_4=1$

よって $\frac{1}{210}$

【確率の加法定理】

6 赤玉2個，白玉3個，青玉4個の入った袋から，3個の玉を同時に取り出すとき，3個とも同じ色である確率を求めよ。

① 白白白

② 青青青

すべて ${}_9C_3=\frac{9\cdot8\cdot7}{3\cdot2}=84$

3コとも同じ色

① 3コとも白 ${}_3C_3=1$

② 3コとも青 ${}_4C_3=4$

赤赤 白白白 青青青青

よって $\frac{1+4}{84}=\frac{5}{84}$

【余事象】

7 1から200までの200枚の番号札から1枚引くとき，3の倍数でない番号を引く確率を求めよ。

$\boxed{1-3の倍数}$

すべて 200

3の倍数 66

$200\div3=66$ あまり 2

よって $1-\frac{66}{200}=1-\frac{33}{100}=\frac{67}{100}$

8 2個のさいころを同時に投げるとき，次の場合の確率を求めよ。

(1) 異なる目が出る。

$\boxed{1-2コとも同じ目}$

すべて $6\cdot6=36$

2コとも同じ目 6

よって $1-\frac{6}{36}=1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$

(2) 偶数の目が少なくとも1つ出る確率。

$\boxed{1-2コとも奇数}$

2コとも奇数 $3\cdot3=9$

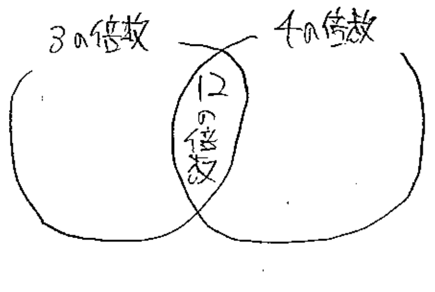
よって $1-\frac{9}{36}=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$

【和事象】

9 1から50までの50枚の番号札から1枚引くとき，その番号が次のような数である確率を求めよ。

(1) 3の倍数または4の倍数

すべて 50
3の倍数 16
4の倍数 12
12の倍数 4



よって $\frac{16+12-4}{50} = \frac{24}{50} = \frac{12}{25}$

(2) 3の倍数でも4の倍数でもない数

(1)より

$1 - \frac{12}{25} = \frac{13}{25}$

【独立試行】

10 2枚の硬貨と1個のさいころを投げるとき，次の場合の確率を求めよ。

(1) 硬貨は2枚とも表が出て，さいころは偶数の目が出る。

大 小 $\boxed{\text{サイコロ}}$
オ オ 奇数

$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{6} = \frac{1}{8}$

(2) 硬貨は1枚だけ表が出て，さいころは2以下の目が出る。

大 小 $\boxed{\text{サイコロ}}$
① オ ウ 2以下 $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{6} = \frac{1}{12}$
② ウ オ 2以下 $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{6} = \frac{1}{12}$

よって $\frac{1}{12} + \frac{1}{12} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$

11 1枚の硬貨を3回続けて投げるとき，次の確率を求めよ。

(1) 3回とも表が出る確率

$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$

(2) 少なくとも1回は裏が出る確率

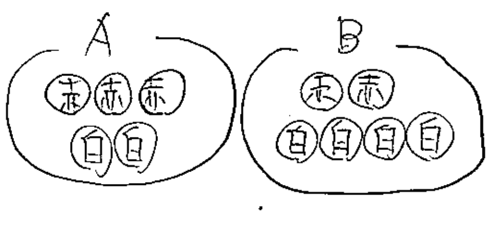
$\boxed{1- \text{3回表}}$

(1)より $1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$

12 Aの袋には赤玉3個と白玉2個，Bの袋には赤玉2個と白玉4個が入っている。A，Bの袋から1個ずつ玉を取り出すとき，次の確率を求めよ。

(1) Aから赤玉，Bから白玉を取り出す確率

$\frac{3}{5} \times \frac{4}{6} = \frac{2}{5}$



(2) A，Bから取り出す玉の色が異なる確率

① Aから赤，Bから白 $\frac{3}{5} \times \frac{4}{6} = \frac{12}{30}$
② Aから白，Bから赤 $\frac{2}{5} \times \frac{2}{6} = \frac{4}{30}$

よって $\frac{12}{30} + \frac{4}{30} = \frac{8}{15}$

【反復試行】 $\boxed{\text{反復}}$

13 1個のさいころを4回投げるとき，次の場合の確率を求めよ。

(1) 1の目がちょうど3回出る。

1の目がでる $\frac{1}{6}$
それ以外 $\frac{5}{6}$

○○○× ${}_4C_3$

よって ${}_4C_3 \left(\frac{1}{6}\right)^3 \frac{5}{6} = {}_4C_1 \left(\frac{1}{6}\right)^3 \frac{5}{6} = \frac{5}{324}$

(2) 5以上の目がちょうど2回出る。

5以上の目がでる $\frac{2}{6}$
それ以外がでる $\frac{4}{6}$

○○×× ${}_4C_2$

よって ${}_4C_2 \left(\frac{2}{6}\right)^2 \left(\frac{4}{6}\right)^2 = \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} \left(\frac{1}{3}\right)^2 \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{8}{27}$

14 赤玉2個と白玉4個の入った袋から玉を1個取り出し，色を見てからもとにもどす。この試行を5回行うとき，赤玉が4回以上出る確率を求めよ。 $\boxed{\text{反復}}$

$\boxed{\text{① 赤が4回 ② 赤が5回}}$

赤赤
白白白白

赤がでる $\frac{2}{6}$
白がでる $\frac{4}{6}$

○○○○× ${}_5C_4$

① 赤が4回でる

${}_5C_4 \left(\frac{2}{6}\right)^4 \cdot \frac{4}{6} = {}_5C_1 \left(\frac{1}{3}\right)^4 \cdot \frac{2}{3} = \frac{10}{243}$

② 赤が5回でる

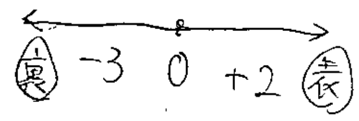
○○○○○ ${}_5C_5$

${}_5C_5 \left(\frac{2}{6}\right)^5 = \frac{1}{243}$

よって $\frac{10}{243} + \frac{1}{243} = \frac{11}{243}$

15 数直線上を動く点Pが原点の位置にある。1枚の硬貨を投げて，表が出たときはPを正の向きに2だけ進め，裏が出たときはPを負の向きに3だけ進める。硬貨を5回投げ終わったとき，Pが原点にもどっている確率を求めよ。 $\boxed{\text{反復}}$

表がでる回数をrとすると
裏がでる回数は5−r



$2r + (-3) \cdot (5-r) = 0$
$2r - 15 + 3r = 0$
$r = 3$

よって 表は3回でるので

○○○×× ${}_5C_3$

表がでる確率 $\frac{1}{2}$
裏がでる確率 $\frac{1}{2}$

${}_5C_3 \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 1} \cdot \frac{1}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}$
$= \frac{5}{16}$

確率③

【乗法定理】

16 赤玉5個と白玉3個の入った袋の中から，まず2個を取り出し，もとに戻さないで続けて1個を取り出すとき。次の確率を求めよ。

(1) 初めの2個がともに赤玉であったとき，次の1個が白である確率

赤 赤 白

白白白
赤赤赤赤赤

$\frac{5}{8}\ \frac{4}{7}\ \boxed{\frac{3}{6}}$　よって $\frac{1}{2}$

(2) 初めの2個がともに赤玉で，かつ次の1個が白である確率

赤 赤 白

$$\frac{5}{8}\cdot\frac{4}{7}\cdot\frac{3}{6}=\frac{5}{28}$$

17 当たりくじ4本を含む10本のくじを，A，Bの2人が順に1本ずつ引くとき，次の確率を求めよ。ただし，引いたくじはもとにもどさない。

(1) Aが当たり，Bがはずれる確率

OOOO
××××××

$$\frac{4}{10}\cdot\frac{6}{9}=\frac{4}{15}$$

(2) Aがはずれ，Bが当たる確率

$$\frac{6}{10}\cdot\frac{4}{9}=\frac{4}{15}$$

(3) 2人ともはずれる確率

$$\frac{6}{10}\cdot\frac{5}{9}=\frac{1}{3}$$

18 当たりくじ5本を含む12本のくじを，A，Bの2人がこの順に1本ずつ引く。ただし，引いたくじはもとにはもどさない。このとき，Bが当たる確率を求めよ。

OOOOO
×××××××

①Aがあたり，Bあたり
②Aがはずれ　Bあたり

① Aがあたり，Bがはずれ　$\frac{5}{12}\cdot\frac{4}{11}=\frac{20}{132}$

② Aがはずれ　Bがあたり　$\frac{7}{12}\cdot\frac{5}{11}=\frac{35}{132}$

よって　$\frac{20}{132}+\frac{35}{132}=\frac{55}{132}$

【条件付き確率】

19 白玉5個，赤玉4個が入った袋の中から，もとに戻さないで1個ずつ続けて2回玉を取り出す。2回目の玉が赤であるとき，1回目の玉が赤である確率を求めよ。

A　B

白白白白白
赤赤赤赤

P(A)を求める

① 白→赤　$\frac{5}{9}\cdot\frac{4}{8}=\frac{20}{72}$

② 赤→赤　$\frac{4}{9}\cdot\frac{3}{8}=\frac{12}{72}$

よって　$P(A)=\frac{20}{72}+\frac{12}{72}=\frac{32}{72}$

$$P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{\frac{12}{72}}{\frac{32}{72}}=\frac{12}{32}=\frac{3}{8}$$

20 袋Aには赤玉3個と白玉6個が入っている。袋Bには赤玉1個と白玉3個が入っている，どちらか1つの袋を選び，その中から1つの玉を取り出す。赤玉が取り出されたとき，それが袋Aである確率を求めよ。

A　B

A: 赤赤赤 白白白白白白

B: 赤 白白白

P(A)を求める

① Aから赤　$\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{9}=\frac{1}{6}$

② Bから赤　$\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}=\frac{1}{8}$

よって　$P(A)=\frac{1}{6}+\frac{1}{8}=\frac{4}{24}+\frac{3}{24}=\frac{7}{24}$

$$P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{\frac{1}{6}}{\frac{7}{24}}=\frac{1}{6}\cdot\frac{24}{7}=\frac{4}{7}$$

21 2つの工場A，Bで，ある製品を5：4の割合で製造している。工場A，Bの不良品の割合はそれぞれ4％，3％である。2つの工場で製造された製品の中から無作為に取りだしたものが不良品であったとき，それが工場Aの製品である確率を求めよ。

A　B

A: $\frac{4}{100}$　$\frac{5}{9}$

B: $\frac{3}{100}$　$\frac{4}{9}$

P(A)を求める

① Aから不良品　$\frac{5}{9}\cdot\frac{4}{100}=\frac{20}{900}$

② Bから不良品　$\frac{4}{9}\cdot\frac{3}{100}=\frac{12}{900}$

よって　$P(A)=\frac{20}{900}+\frac{12}{900}=\frac{32}{900}$

$$P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{\frac{20}{900}}{\frac{32}{900}}=\frac{20}{32}=\frac{5}{8}$$

○ △ ×

22 A，B，Cの3人がじゃんけんを1回行うとき，次の確率を求めよ。

(1) Aだけが勝つ確率

すべて $3\cdot3\cdot3=27$

Aだけ勝つ 3

よって $\frac{3}{27}=\frac{1}{9}$

A	B	C
グ	チョ	チョ
パ	グ	グ
チョ	パ	パ

3

(2) 全員が違う手を出す確率

$\frac{6}{27}=\frac{2}{9}$

A	B	C
グ	チ	パ

$3\times2\times1=6$ とおり

(3) 誰も勝たない，すなわちあいこになる確率

①全員同じ手
②全員違う手

① 全員同じ手 3

② 全員違う手 (2)より 6

よって $\frac{3+6}{27}=\frac{1}{3}$

23 3個のさいころを同時に投げるとき，次の確率を求めよ。

(1) すべての目が4以下である確率

すべて $6\cdot6\cdot6$

4以下 $4\cdot4\cdot4$

よって $\frac{4\cdot4\cdot4}{6\cdot6\cdot6}=\frac{8}{27}$

(2) すべての目が3以下である確率

3以下 $3\cdot3\cdot3$

よって $\frac{3\cdot3\cdot3}{6\cdot6\cdot6}=\frac{1}{8}$

(3) 出る目の最大値が4である確率

(1) (2) より

$\frac{8}{27}-\frac{1}{8}=\frac{64}{216}-\frac{27}{216}=\frac{37}{216}$

24 男子4人と女子3人がくじ引きで1列に並ぶとき，次の確率を求めよ。

(1) 男子と女子が交互に並ぶ確率

すべて $7\cdot6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1$

男女交互 男の並び方 女の並び方

$(4\cdot3\cdot2\cdot1)\times(3\cdot2\cdot1)$

3 2 1
女 女 女
男 男 男 男
4 3 2 1

よって $\frac{4\cdot3\cdot2\cdot1\times3\cdot2\cdot1}{7\cdot6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}=\frac{1}{35}$

(2) 両端に女子が並ぶ確率

女子の並び方

$(3\cdot2)\times(5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1)$

女 △ △ △ △ △ 女
5 4 3 2 1

よって

$\frac{3\cdot2\times5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{7\cdot6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}=\frac{1}{7}$

25 10本のくじがある。そのうち当たりくじは1等1本，2等3本であり，残りははずれくじである。このくじから同時に3本を引くとき，次の確率を求めよ。

(1) 当たりくじを少なくとも1本引く確率

$\boxed{1-3本はずれ}$

○
△△△
××××××

すべて ${}_{10}C_3$

3本ともはずれ ${}_6C_3$

よって $1-\frac{{}_6C_3}{{}_{10}C_3}=1-\frac{\frac{6\cdot5\cdot4}{3\cdot2}}{\frac{10\cdot9\cdot8}{3\cdot2}}=1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$

(2) 1等，2等，はずれくじをそれぞれ1本ずつ引く確率

$\frac{{}_1C_1\times{}_3C_1\times{}_6C_1}{{}_{10}C_3}=\frac{3\cdot6}{\frac{10\cdot9\cdot8}{3\cdot2}}=\frac{3}{20}$

(3) 2等を2本以上引く確率

①2本
②3本

① 2等を2本 $\frac{{}_3C_2\times{}_7C_1}{{}_{10}C_3}=\frac{21}{120}$

② 2等を3本 $\frac{{}_3C_3}{{}_{10}C_3}=\frac{1}{120}$

よって

$\frac{21}{120}+\frac{1}{120}=\frac{22}{120}=\frac{11}{60}$

26 袋の中に赤球7個と白球3個が入っている。取り出した玉は元にもどさずに1個ずつ玉を取り出すとき，次の確率を求めよ。

(1) 3番目に初めて白球が出る確率

赤 → 赤 → 白

白白白
赤赤赤赤赤赤赤

$\frac{7}{10}\cdot\frac{6}{9}\cdot\frac{3}{8}=\frac{7}{40}$

(2) 4番目に2個目の白球が出る確率

	1	2	3	4
①	白	赤	赤	白
②	赤	白	赤	白
③	赤	赤	白	白

① $\frac{3}{10}\cdot\frac{7}{9}\cdot\frac{6}{8}\cdot\frac{2}{7}=\frac{1}{20}$

② $\frac{7}{10}\cdot\frac{3}{9}\cdot\frac{6}{8}\cdot\frac{2}{7}=\frac{1}{20}$

③ $\frac{7}{10}\cdot\frac{6}{9}\cdot\frac{3}{8}\cdot\frac{2}{7}=\frac{1}{20}$

よって $\frac{1}{20}+\frac{1}{20}+\frac{1}{20}=\frac{3}{20}$