

積分①

【不定積分[1]】

① 次の不定積分を求めよ。

(1) $\int (x^3 - 6x^2 - 2x + 5)dx$

(2) $\int (x+1)(x-3)dx$

(3) $\int 3(t-1)^2 dt$

【不定積分の関数の決定】

② 次の2つの条件をともに満たす関数 $F(x)$ を求めよ。

[1] $F'(x) = 3x^2 - 4$ [2] $F(1) = 2$

【定積分の値[1]】

③ 次の定積分を求めよ。

(1) $\int_0^2 5dx$

(2) $\int_0^2 (x^2 + 4x - 5)dx$

(3) $\int_2^3 (x-2)(x-3)dx$

(4) $\int_{-2}^2 x(x+2)^2 dx$

【定積分の値[2]】

④ 次の定積分を求めよ。

(1) $\int_{-1}^1 (x+2)^2 dx - \int_{-1}^1 (x-2)^2 dx$

(2) $\int_{-1}^2 (x^2 - x)dx - \int_3^2 (x^2 - x)dx$

積分②

【定積分を含む関数】

5 次の等式を満たす関数 $f(x)$ を求めよ。

$$f(x) = 3x^2 + \int_{-1}^1 f(t) dt$$

【 $\int_{\text{数}}^x t$ の式の導関数】

6 x の関数 $\int_0^x (3t^2 - 2t - 1) dt$ の導関数を求めよ。

【定積分と関数の決定】

7 次の等式を満たす関数 $f(x)$ と定数 a の値を求めよ。

$$\int_a^x f(t) dt = x^2 - x - 2$$

【曲線と x 軸で囲まれた部分の面積[1]】

8 次の放物線と 2 直線および x 軸で囲まれた部分の面積 S を求めよ。

(1) 放物線 $y = x^2 + 2$, 2 直線 $x = -1$, $x = 2$

(2) 放物線 $y = x^2 - 1$, 2 直線 $x = 0$, $x = 3$

【曲線と x 軸で囲まれた部分の面積[2]】

9 次の放物線と x 軸で囲まれた部分の面積を求めよ。

(1) $y = x^2 - 2x$

(2) $y = -2x^2 + 4x$

(3) $y = x^2(x - 3)$

積分③

【2曲線で囲まれた面積[1]】

10 次の放物線と2直線 $x=1$, $x=2$ で囲まれた部分の面積 S を求めよ。

(1) $y=x^2-5x$, $y=-x^2+4x$

(2) $y=x^2-2x+4$, $y=2x^2-4x+3$

【2曲線で囲まれた面積[2]】

11 次の放物線と直線で囲まれた部分の面積 S を求めよ。

(1) $y=-2x^2+4$, $y=-2x$

(2) $y=x^2+x-2$, $y=-2x^2+4x+4$

(3) $y=x^2+x+1$, $y=2x^2-3x+1$

【3次関数のグラフと x 軸で囲まれた部分の面積】

12 次の曲線と x 軸で囲まれた2つの部分の面積の和 S を求めよ。

$$y=x^3-x^2-2x$$

積分④

【絶対値を含む関数の定積分】

13 次の定積分を求めよ。

(1) $\int_{-2}^2 |x-1| dx$

(2) $\int_{-1}^5 |x(x-3)| dx$

【3次関数のグラフと接線で囲まれた部分の面積】

14 曲線 $y = x^3 + x^2 - 2x$ 上に点 A (1, 0) をとる。

(1) 点 A における接線 l の方程式を求めよ。

(2) 曲線 $y = x^3 + x^2 - 2x$ と接線 l で囲まれた部分の面積 S を求めよ。

【 $\int_{\alpha}^{\beta} -a(x-\alpha)(x-\beta) dx = \frac{a(\beta-\alpha)^3}{6}$ の公式】

15 放物線 $y = x^2 - 4x + 1$ と x 軸で囲まれた部分の面積 S を求めよ。