

空間ベクトル①

【空間座標】

1  $xy$  平面,  $zx$  平面,  $y$  軸, 原点のそれぞれに関して, 点  $(1, -3, 2)$  と対称な点の座標を求めよ。

$xy$  平面 (       ,       ,        )

$zx$  平面 (       ,       ,        )

$y$  軸 (       ,       ,        )

原点 (       ,       ,        )

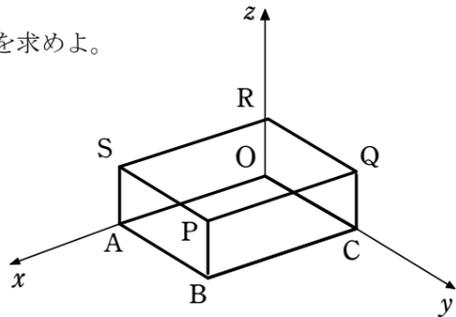
2 右の図の直方体  $OABC-RSPQ$  において, 点  $P$  の座標が  $(3, 2, 1)$  のとき, 次の点の座標を求めよ。

B (       ,       ,        )

C (       ,       ,        )

Q (       ,       ,        )

R (       ,       ,        )



3 原点  $O$  と次の点の距離を求めよ。

(1)  $P(2, 3, 6)$

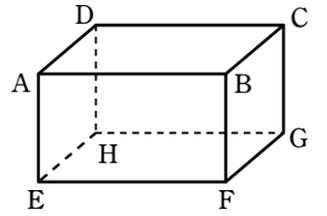
(2)  $Q(3, 4, -5)$

4 2点  $A(3, a, 1)$ ,  $B(1, 4, -3)$  が, 原点  $O$  から等距離にあるとき,  $a$  の値を求めよ。

5  $y$  軸上にあつて, 2点  $A(3, 1, 0)$ ,  $B(0, 3, 5)$  から等距離にある点  $P$  の座標を求めよ。

【空間のベクトル】

6 右の図の直方体において,  $\vec{AE}$  に等しいベクトルをあげよ。また,  $\vec{AD}$  の逆ベクトルで  $\vec{DA}$  以外のものをあげよ。



$\vec{AE}$  に等しいベクトル

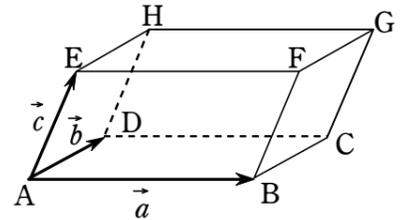
$\vec{AD}$  の逆ベクトル

7 右の図の平行六面体において, 次のベクトルを  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  を用いて表せ。

(1)  $\vec{EC}$

(2)  $\vec{BH}$

(3)  $\vec{DF}$



【空間のベクトルの成分と大きさ】

8 次のベクトルの大きさを求めよ。

(1)  $\vec{a}=(3, 4, 5)$

(2)  $\vec{b}=(-1, 2, -2)$

9  $\vec{a}=(1, 3, -2)$ ,  $\vec{b}=(4, -3, 0)$  のとき, 次のベクトルを求めよ。

(1)  $3\vec{a}+2\vec{b}$

(2)  $2(-\vec{a}+4\vec{b})$

10 次の2点  $A, B$  について,  $\vec{AB}$  を成分表示し,  $|\vec{AB}|$  を求めよ。

(1)  $A(2, 1, 4)$ ,  $B(3, -1, 5)$

(2)  $A(3, 0, -2)$ ,  $B(1, -4, 2)$

空間ベクトル②

11  $\vec{a}=(x, y, z)$ ,  $\vec{b}=(-2y+7, 1-z, 5x+2)$  が等しくなるように,  $x, y, z$  の値を定めよ。

13 座標空間に平行四辺形 ABDC があり, A (2, 1, 5), B (-1, 2, 3), C (1, 0, -1), D (x, y, z) であるとする。x, y, z の値を定めよ。

14  $\vec{a}=(2, -4, -3)$ ,  $\vec{b}=(1, -1, 1)$  について,  $|\vec{a}+t\vec{b}|$  を最小にする実数  $t$  の値と, そのときの最小値を求めよ。

12  $\vec{a}=(1, -2, -1)$ ,  $\vec{b}=(1, -1, -2)$ ,  $\vec{c}=(3, -2, -2)$  のとき,  $\vec{p}=(-2, 3, -2)$  を  $\vec{p}=s\vec{a}+t\vec{b}+u\vec{c}$  の形に表せ。

### 空間ベクトル③

#### 【ベクトルの内積となす角】

15 次の2つのベクトル  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  のなす角  $\theta$  を求めよ。

$$\vec{a}=(2, -1, -2), \vec{b}=(4, 3, -5)$$

16 3点 A(2, 1, 0), B(0, 2, 1), C(1, 0, 2) を頂点とする  $\triangle ABC$  において,  $\angle BAC$  の大きさを求めよ。

#### 【ベクトルの成分と垂直条件】

18 ベクトル  $\vec{a}=(1, 0, 1)$ ,  $\vec{b}=(-1, 1, 0)$  の両方に垂直で, 大きさが3のベクトル  $\vec{p}$  を求めよ。

17  $\vec{a}=(1, 2, x)$ ,  $\vec{b}=(-x^2, 2, 3)$  が垂直になるように,  $x$  の値を定めよ。

#### 【一直線上にある3点】

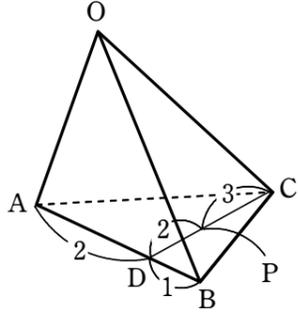
19 次の3点 A(2, 3, 6), B(8, 1, 8), C(-1, x, y) が一直線上にあるとき,  $x, y$  の値を求めよ。

#### 【同一平面上にある4点】

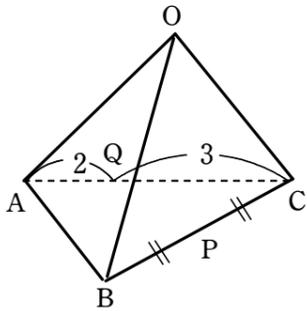
20 3点 A(3, 1, 2), B(2, 0, -2), C(1, 1, 0) の定める平面 ABC 上に点 P(2, 3, z) があるとき,  $z$  の値を求めよ。

【四面体と内分点】

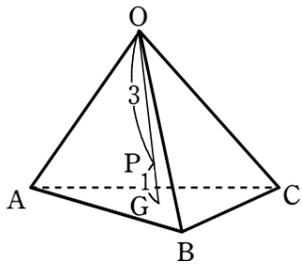
21 四面体  $OABC$  において、辺  $AB$  を  $2:1$  に内分する点を  $D$ 、線分  $CD$  を  $3:2$  に内分する点を  $P$  とする。 $\vec{OA}=\vec{a}$ 、 $\vec{OB}=\vec{b}$ 、 $\vec{OC}=\vec{c}$  とするとき、 $\vec{OP}$  をそれぞれ  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{c}$  を用いて表せ。



22 四面体  $OABC$  において、辺  $BC$  の中点を  $P$ 、辺  $CA$  を  $3:2$  に内分する点を  $Q$  とする。 $\vec{OA}=\vec{a}$ 、 $\vec{OB}=\vec{b}$ 、 $\vec{OC}=\vec{c}$  とするとき、 $\vec{AP}$ 、 $\vec{BQ}$  をそれぞれ  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{c}$  を用いて表せ。

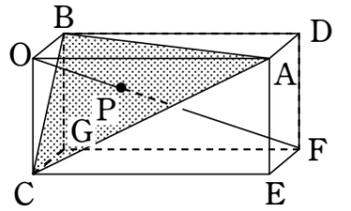


23 四面体  $OABC$  において、 $\triangle ABC$  の重心を  $G$ 、線分  $OG$  を  $3:1$  に内分する点を  $P$  とする。 $\vec{OA}=\vec{a}$ 、 $\vec{OB}=\vec{b}$ 、 $\vec{OC}=\vec{c}$  とするとき、 $\vec{OP}$  をそれぞれ  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{c}$  を用いて表せ。

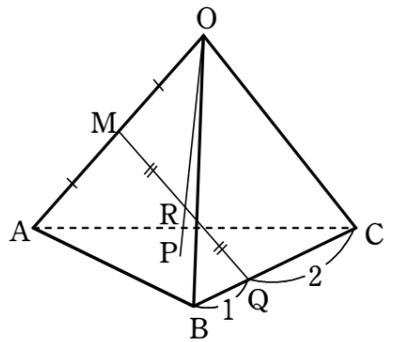


【空間ベクトルと平面】

24 右の図のような直方体において、対角線  $OF$  と平面  $ABC$  の交点を  $P$  とする。 $OP:OF$  を求めよ。



25 四面体  $OABC$  において、辺  $OA$  の中点を  $M$ 、辺  $BC$  を  $1:2$  に内分する点を  $Q$ 、線分  $MQ$  の中点を  $R$  とし、直線  $OR$  と平面  $ABC$  の交点を  $P$  とする。 $OR:OP$  を求めよ。



## 空間ベクトル⑤

### 【内分点・外分点，三角形の重心の座標】

26 2点  $A(0, 3, 7)$ ,  $B(3, -3, 1)$ ,  $C(-6, 2, -1)$  について，次の点の座標を求めよ。

(1) 線分  $AB$  を  $2:1$  に内分する点

(2) 線分  $AB$  を  $3:2$  に外分する点

(3) 線分  $BC$  の中点

(4)  $\triangle ABC$  の重心

### 【空間の2点間の距離】

27  $z$  軸上にあつて， $A(1, 2, 1)$ ,  $B(1, 4, -3)$  から等距離にある点  $P$  の座標を求めよ。

### 【座標平面に平行な平面の方程式】

28 点  $(1, 2, 3)$  を通り，次の平面に平行な平面の方程式を求めよ。

(1)  $xy$  平面                      (2)  $yz$  平面                      (3)  $y$  軸に垂直

### 【球の公式】

29 次のような球面の方程式を求めよ。

(1) 原点を中心とする半径  $3$  の球面

(2) 点  $(1, 2, -3)$  を中心とする半径  $4$  の球面

(3) 点  $A(0, 4, 1)$  を中心とし，点  $B(2, 4, 5)$  を通る球面

(4) 2点  $A(4, -2, 1)$ ,  $B(0, 4, -5)$  を直径の両端とする球面の方程式を求めよ。

30 球面  $(x+1)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 3^2$  と次の平面が交わる部分は円である。その中心の座標と半径を求めよ。

(1)  $yz$  平面

(2) 平面  $y=4$