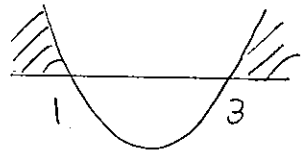


# 2次不等式①

## 【2次不等式】

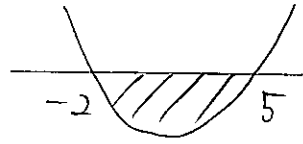
1 次の2次不等式を解け。

(1)  $(x-1)(x-3) > 0$



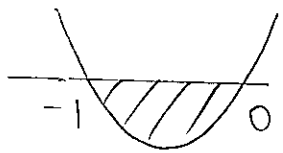
$x < 1, 3 < x$

(2)  $(x+2)(x-5) < 0$



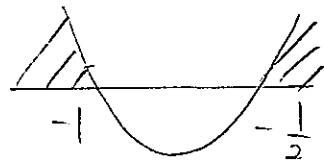
$-2 < x < 5$

(3)  $x(x+1) \leq 0$



$-1 \leq x \leq 0$

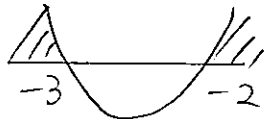
(4)  $(2x+1)(x+1) \geq 0$



$x \leq -1, -\frac{1}{2} \leq x$

(5)  $x^2+5x+6 > 0$

$(x+3)(x+2) > 0$

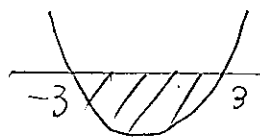


$x < -3, -2 < x$

(6)  $x^2 \leq 9$

$x^2 - 9 \leq 0$

$(x+3)(x-3) \leq 0$



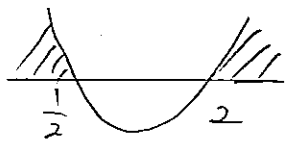
$-3 \leq x \leq 3$

2 次の2次不等式を解け。

(1)  $2x^2-5x+2 \geq 0$

$$\begin{array}{r|rr} 2 & -1 & -1 \\ 1 & -2 & -4 \\ \hline & & -5 \end{array}$$

$(2x-1)(x-2) \geq 0$

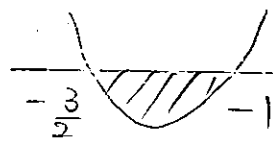


$x \leq \frac{1}{2}, 2 \leq x$

(2)  $2x^2+5x+3 < 0$

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 3 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \\ \hline & & 5 \end{array}$$

$(2x+3)(x+1) < 0$



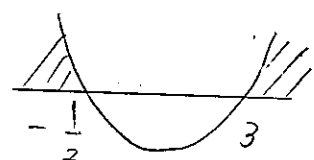
$-\frac{3}{2} < x < -1$

(3)  $-2x^2+5x+3 < 0$

$2x^2-5x-3 < 0$

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & -6 \\ \hline & & -5 \end{array}$$

$(2x+1)(x-3) > 0$



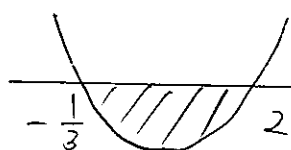
$x < -\frac{1}{2}, 3 < x$

(4)  $-3x^2+5x+2 \geq 0$

$3x^2-5x-2 \geq 0$

$$\begin{array}{r|rr} 3 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & -6 \\ \hline & & -5 \end{array}$$

$(3x+1)(x-2) \leq 0$



$-\frac{1}{3} \leq x \leq 2$

3 次の2次不等式を解け。

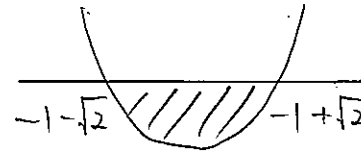
(1)  $x^2+2x-1 \leq 0$

$x^2+2x-1=0$

$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4+4}}{2}$

$= \frac{-2 \pm 2\sqrt{2}}{2}$

$= -1 \pm \sqrt{2}$



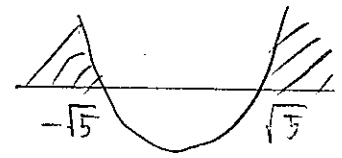
$-1-\sqrt{2} \leq x \leq -1+\sqrt{2}$

(2)  $x^2-5 > 0$

$x^2-5=0$

$x^2=5$

$x = \pm\sqrt{5}$

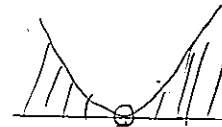


$x < -\sqrt{5}, \sqrt{5} < x$

4 次の2次不等式を解け。

(1)  $x^2-4x+4 > 0$

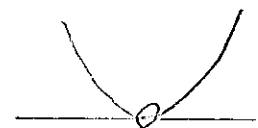
$(x-2)^2 > 0$



2以外のすべての実数

(2)  $x^2-10x+25 < 0$

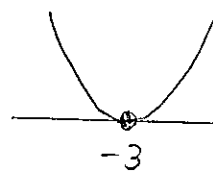
$(x-5)^2 < 0$



解なし

(3)  $x^2+6x+9 \leq 0$

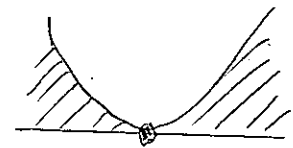
$(x+3)^2 \leq 0$



$x = -3$

(4)  $4x^2+4x+1 \geq 0$

$(2x+1)^2 \geq 0$



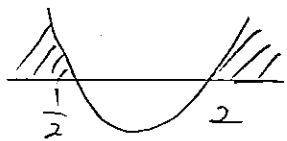
すべての実数

2 次の2次不等式を解け。

(1)  $2x^2-5x+2 \geq 0$

$$\begin{array}{r|rr} 2 & -1 & -1 \\ 1 & -2 & -4 \\ \hline & & -5 \end{array}$$

$(2x-1)(x-2) \geq 0$

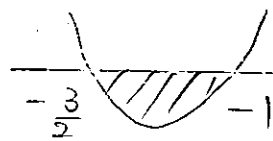


$x \leq \frac{1}{2}, 2 \leq x$

(2)  $2x^2+5x+3 < 0$

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 3 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \\ \hline & & 5 \end{array}$$

$(2x+3)(x+1) < 0$



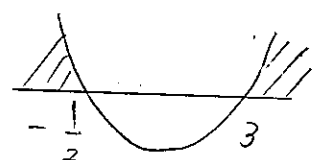
$-\frac{3}{2} < x < -1$

(3)  $-2x^2+5x+3 < 0$

$2x^2-5x-3 < 0$

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & -6 \\ \hline & & -5 \end{array}$$

$(2x+1)(x-3) > 0$



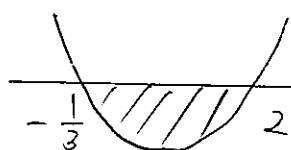
$x < -\frac{1}{2}, 3 < x$

(4)  $-3x^2+5x+2 \geq 0$

$3x^2-5x-2 \geq 0$

$$\begin{array}{r|rr} 3 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & -6 \\ \hline & & -5 \end{array}$$

$(3x+1)(x-2) \leq 0$



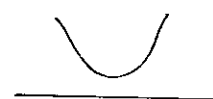
$-\frac{1}{3} \leq x \leq 2$

5 次の2次不等式を解け。

(1)  $x^2-4x+6 > 0$

$x^2-4x+6=0$

$x = \frac{4 \pm \sqrt{16-24}}{2}$



すべての実数

(2)  $x^2-2x+2 \leq 0$

$x^2-2x+2 \leq 0$

$x = \frac{2 \pm \sqrt{4-8}}{2}$



解なし

(3)  $2x^2+4x+3 < 0$

$2x^2+4x+3=0$

$x = \frac{-4 \pm \sqrt{16-24}}{4}$



解なし

(4)  $2x^2+8x+10 \geq 0$

$2x^2+8x+10=0$

$x = \frac{-8 \pm \sqrt{64-80}}{4}$



すべての実数

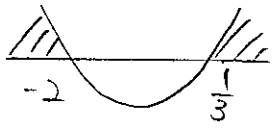
2次不等式②

6 次の2次不等式を解け。

(1)  $3x^2+5x-2 \geq 0$

$$\begin{array}{r} 3 \quad -1 \quad -1 \\ 1 \quad \times \quad 2 \quad \frac{6}{5} \end{array}$$

$(3x-1)(x+2) \geq 0$

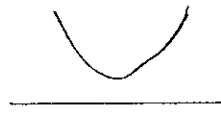


$x \leq -2, \frac{1}{3} \leq x$

(2)  $-x^2+x-1 \geq 0$

$x^2-x+1 \leq 0$

$x = \frac{1 \pm \sqrt{1-4}}{2}$



解なし

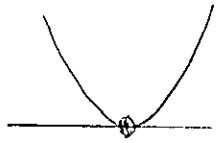
(3)  $3x^2-2\sqrt{3}x+1 \leq 0$

$3x^2-2\sqrt{3}x+1=0$

$x = \frac{2\sqrt{3} \pm \sqrt{12-12}}{6}$

$= \frac{2\sqrt{3}}{6}$

$= \frac{\sqrt{3}}{3}$



$x = \frac{\sqrt{3}}{3}$

(4)  $x^2-3x+2 > 2x^2-x$

$-x^2-2x+2 > 0$

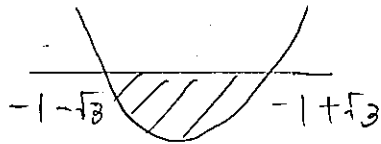
$x^2+2x-2 < 0$

$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4+8}}{2}$

$= \frac{-2 \pm \sqrt{12}}{2}$

$= \frac{-2 \pm 2\sqrt{3}}{2}$

$= -1 \pm \sqrt{3}$



$-1-\sqrt{3} < x < -1+\sqrt{3}$

【2次関数のグラフとx軸の共有点】

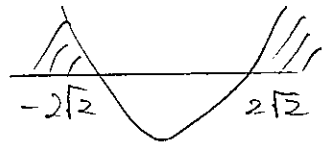
7 2次関数  $y=2x^2+mx+1$  のグラフがx軸と共有点を持つとき、定数  $m$  の値の範囲を求めよ。

$D = m^2 - 8 \geq 0$

$m^2 - 8 = 0$

$m^2 = 8$

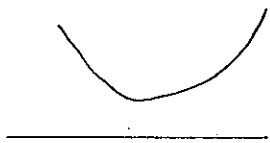
$m = \pm 2\sqrt{2}$



$x \leq -2\sqrt{2}, 2\sqrt{2} \leq x$

【絶対不等式】

8 2次不等式  $x^2+mx+3m-5 > 0$  の解がすべての実数であるとき、定数  $m$  の値の範囲を求めよ。



$D < 0$

$m^2 - 4(3m-5) < 0$

$m^2 - 12m + 20 < 0$

$(m-2)(m-10) < 0$

$2 < m < 10$

【連立不等式】

9 次の連立不等式を解け。

(1)  $\begin{cases} x^2-5x+4 \leq 0 & \text{--- ①} \\ x^2-2x-3 > 0 & \text{--- ②} \end{cases}$

① ㄱ

$(x-4)(x-1) \leq 0$

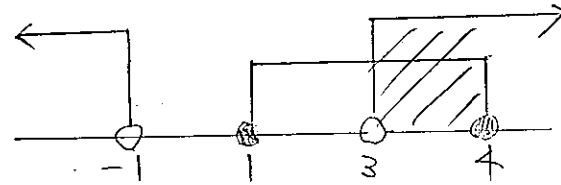
$1 \leq x \leq 4$  --- ②

② ㄱ

$(x-3)(x+1) > 0$

$x < -1, 3 < x$  --- ④

③ ④ ㄱ



$3 < x \leq 4$

(2)  $\begin{cases} x^2+3x > 0 & \text{--- ①} \\ x^2+4x-12 \leq 0 & \text{--- ②} \end{cases}$

① ㄱ

$x(x+3) > 0$

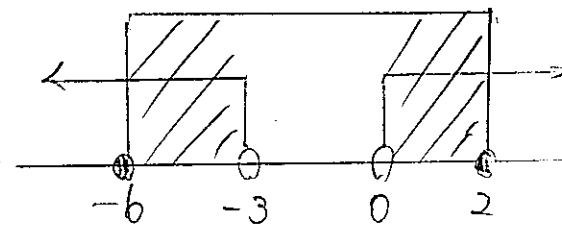
$x < -3, 0 < x$  --- ③

② ㄱ

$(x+6)(x-2) \leq 0$

$-6 \leq x \leq 2$  --- ④

③ ④ ㄱ



$-6 \leq x < -3, 0 < x \leq 2$

2次不等式③

10 次の不等式を解け。

$$5 < x^2 - 4x \leq 6 - 3x$$

① ②

① 正

$$x^2 - 4x - 5 > 0$$

$$(x-5)(x+1) > 0$$

$$x < -1, 5 < x \quad \text{--- ③}$$

② 正

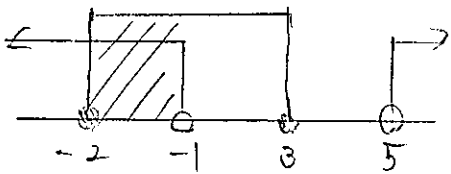
$$x^2 - 4x - 6 + 3x \leq 0$$

$$x^2 - x - 6 \leq 0$$

$$(x-3)(x+2) \leq 0$$

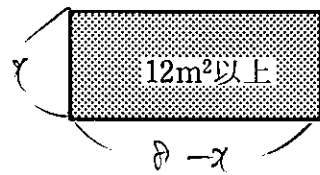
$$-2 \leq x \leq 3 \quad \text{--- ④}$$

③ ④ 正



$$-2 \leq x < -1 \quad \text{---}$$

11 周の長さが16mで、縦の長さが横の長さ以下の長方形の囲いを作る。囲いの中の面積を12m<sup>2</sup>以上にするには、縦の長さをどのような範囲にとればよいか。



$$x \neq x$$

$$x \leq 8 - x$$

条件

$$\begin{cases} x > 0 & \text{--- ①} \\ x \leq 8 - x & \text{--- ②} \end{cases}$$

② 正

$$2x \leq 8$$

$$x \leq 4 \quad \text{--- ③}$$

① ③ 正

$$0 < x \leq 4 \quad \text{--- ④}$$

面積

$$x(8-x) \geq 12$$

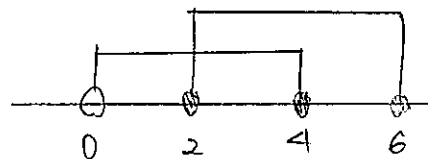
$$8x - x^2 - 12 \geq 0$$

$$x^2 - 8x + 12 \leq 0$$

$$(x-6)(x-2) \leq 0$$

$$2 \leq x \leq 6 \quad \text{--- ⑤}$$

④ ⑤ 正

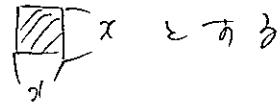
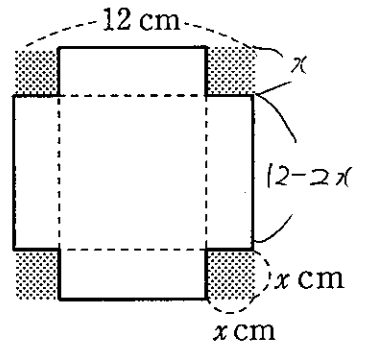


$$2 \leq x \leq 4$$

よ、2

$$2\text{m以上} \pm 4\text{m以下} \quad \text{---}$$

12 1辺が12cmの正方形の厚紙がある。この厚紙の四隅から合同な正方形を切り取り、ふたのない箱を作る。底面の正方形の1辺を6cm以上で、側面の4個の長方形の面積の和を40cm<sup>2</sup>以上にするとき、切り取る正方形の1辺の長さをどのような範囲にとればよいか。



条件

$$x > 0 \quad \text{--- ①}$$

$$12 - 2x > 6 \quad \text{--- ②}$$

② 正

$$-2x > -6$$

$$x < 3 \quad \text{--- ③}$$

① ③ 正

$$0 < x < 3 \quad \text{--- ④}$$

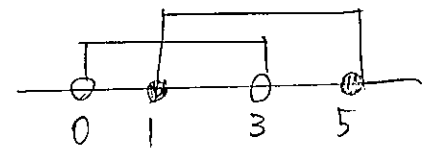
面積

$$(12-2x) \times x \times 4$$

$$4x(12-2x) \geq 40$$

$$12x - 2x^2 \geq 10$$

④ ⑤ 正



$$1 \leq x < 3$$

よ、2

$$1\text{cm以上} \pm 3\text{cm以下} \quad \text{---}$$

【不等式の解より係数決定】

13 2次不等式  $ax^2 + bx + 4 > 0$  の解が  $-2 < x < 1$  であるように、定数  $a, b$  の値を求めよ。

解 仮  $-2 < x < 1$  の 2次不等式は

$$(x-1)(x+2) < 0$$

$$x^2 + x - 2 < 0$$

$$2x^2 + 2x - 4 < 0$$

よ、2

$$(-2)x^2 + (-2)x + 4 > 0$$

a

b

$$a = -2 \quad b = -2 \quad \text{---}$$

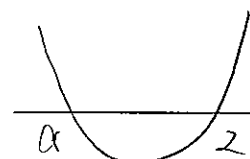
【文字係数の不等式】

14 aを定数とする。次のxについての不等式を解け。

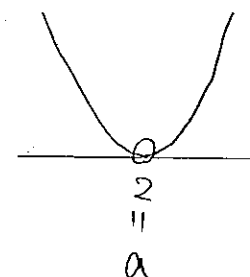
$$x^2 - (a+2)x + 2a < 0$$

$$(x-2)(x-a) < 0$$

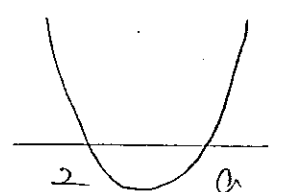
①  $a \leq 2$  のとき ②  $a = 2$  のとき ③  $2 \leq a$  のとき



$$a < x < 2 \quad \text{---}$$



$$\text{解なし} \quad \text{---}$$



$$2 < x < a \quad \text{---}$$

2次不等式④

① 2次方程式  $x^2 - 2mx + m + 2 = 0$  が次のような異なる2つの解をもつとき、定数  $m$  の値の範囲を求めよ。

(1) ともに正の解

$f(x) = x^2 - 2mx + m + 2$  とおく。

①  $D > 0$

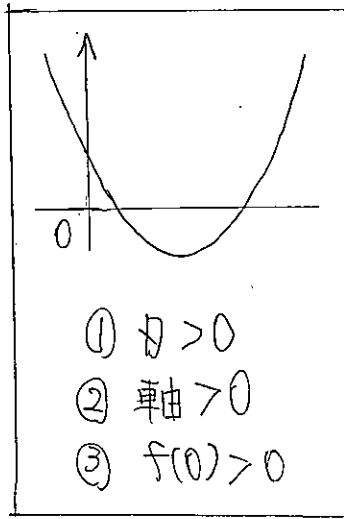
$D = (-2m)^2 - 4(m+2) > 0$

$4m^2 - 4m - 8 > 0$

$m^2 - m - 2 > 0$

$(m-2)(m+1) > 0$

$m < -1, 2 < m$



② 軸  $> 0$

軸  $= \frac{2m}{2} > 0$

$m > 0$

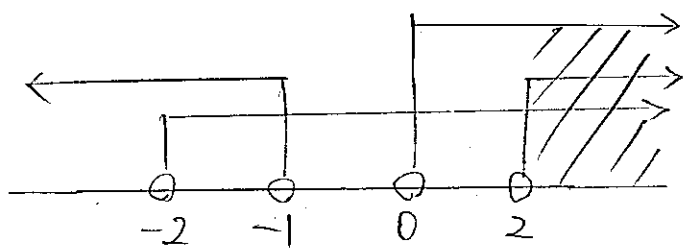
③  $f(0) > 0$

$f(0) = m + 2 > 0$

$m > -2$

$ax^2 + bx + c = 0$   
軸  $= \frac{-b}{2a}$

①②③ すべて



$2 < m$

(2) ともに負の解

(1) すべて

①  $D > 0$

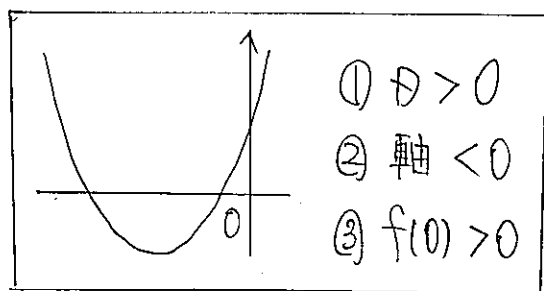
$m < -1, 2 < m$

② 軸  $< 0$

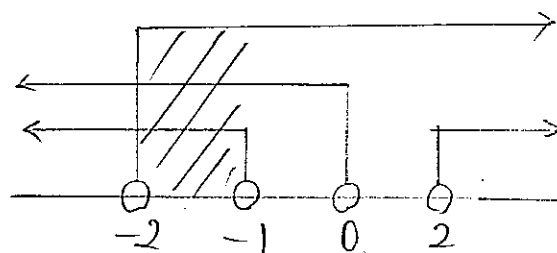
$m < 0$

③  $f(0) > 0$

$m > -2$



①②③ すべて

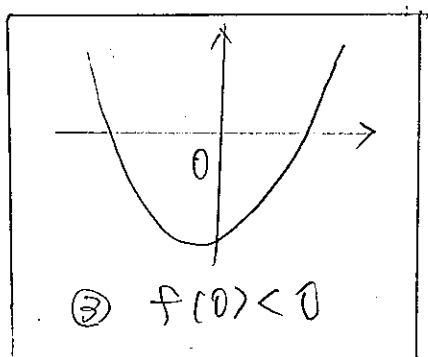


$-2 < m < -1$

(3) 符号の異なる解

③  $f(0) < 0$

$m < -2$



② 2次方程式  $x^2 - 2mx + m + 2 = 0$  が次のような異なる2つの解をもつとき、定数  $m$  の値の範囲を求めよ。

(1) ともに1より大きい

$f(x) = x^2 - 2mx + m + 2$  とおく

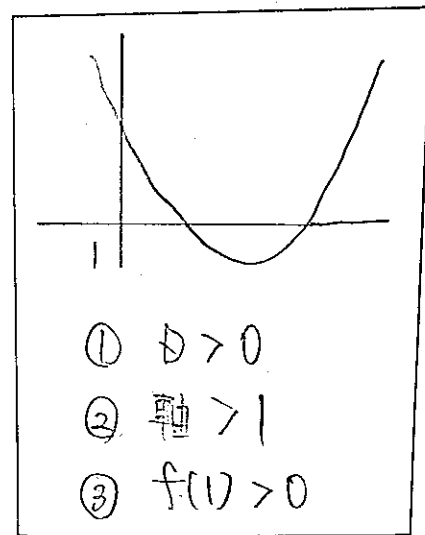
①  $D > 0$

$m < -1, 2 < m$

② 軸  $> 1$

軸  $= \frac{2m}{2} > 1$

$m > 1$



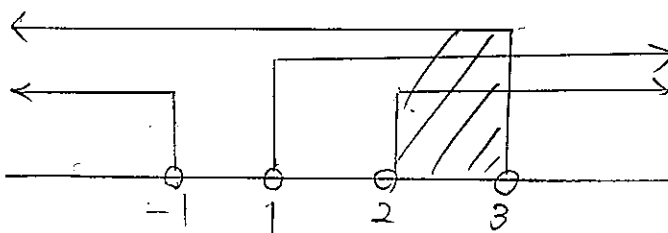
③  $f(1) > 0$

$f(1) = 1 - 2m + m + 2 > 0$

$-m > -3$

$m < 3$

①②③ すべて



$2 < m < 3$

(2) ともに1以下

(1) すべて

①  $D > 0$

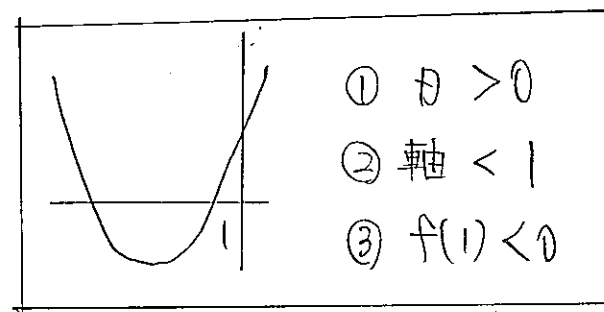
$m < -1, 2 < m$

② 軸  $< 1$

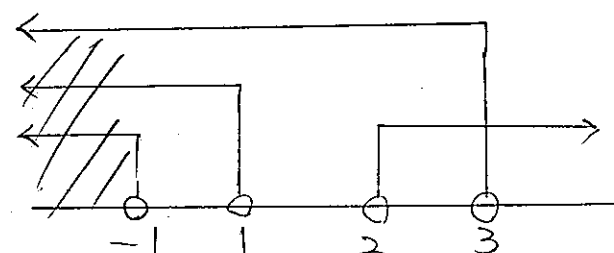
$m < 1$

③  $f(1) > 0$

$m < 3$



①②③ すべて



$m < -1$

(3) 1つの解が1より大きく、他の解が1より小さい

③  $f(1) < 0$

$m > 3$

