【単項式の次数と係数】

1 次の単項式の次数と係数をいえ。

(1) $6x^2$　次数 2　係数 6

(2) x　次数 1　係数 1

(3) $-x^2y^2$　次数 4　係数 −1

(4) $-3abc$　次数 3　係数 −3

2 次の単項式で[ ]内の文字に着目したとき，その係数と次数をいえ。

(1) $2ax^3$　[x]　次数 3　係数 $2a$

(2) $3a^2x$　[a]　次数 2　係数 $3x$

(3) $-6ax^2y$　[xとy]　次数 3　係数 $-6a$

【整式の整理】

3 次の整式は何次式か。

(1) x^3+4x^2-5　3 次式

(2) $1+6a-8a^2-3a^4$　4 次式

4 整式 $ax^3-x^2y+by^2+c$ は，次の文字に着目すると何次式か。また，そのときの定数項は何か。

(1) x　3 次式　定数項 by^2+c

(2) y　2 次式　定数項 ax^3+c

(3) xとy　3 次式　定数項 c

5 次の整式を，xについて降べきの順に整理せよ。

(1) $4a^2+ax+2x-3a$

$= ax+2x+4a^2-3a$

$= (a+2)x+4a^2-3a$

(2) $x^2+3xy+2y^2-x-3y-2$

$= x^2+3yx-x+2y^2-3y-2$

$= x^2+(3y-1)x+2y^2-3y-2$

【整式の加法と減法】

6 次の整式A，Bについて，$A+B$と$A-B$を計算せよ。

(1) $A=2x^2+3x-1$，$B=4x^2-5x-6$

$A+B = 6x^2-2x-7$

$A-B = -2x^2+8x+5$

(2) $A=-3x^2-2x+4x^3+5$，$B=2x^3+7-3x^2$

$A+B = -3x^2-2x+4x^3+5+2x^3+7-3x^2$

$= 6x^3-6x^2-2x+12$

$A-B = -3x^2-2x+4x^3+5-2x^3-7+3x^2$

$= 2x^3-2x-2$

7 $A=x^2+4x-3$，$B=2x^2-x+4$とする。次の式を計算せよ。

(1) $A+2B$ $= x^2+4x-3+4x^2-2x+8$

$= 5x^2+2x+5$

(2) $2A-3B$ $= 2x^2+8x-6-6x^2+3x-12$

$= -4x^2+11x-18$

(3) $A+B-2(A-B)$ $= A+B-2A+2B$

$= -A+3B$

$= -x^2-4x+3+6x^2-3x+12$

$= 5x^2-7x+15$

【単項式の乗法】

8 次の式を計算せよ。

(1) $2a^3\times4a^2$ $=8a^5$

(2) $3x^2y\times(-2x^3y^2)$ $=-6x^5y^3$

(3) $(-3x^2y)^3$ $=-27x^6y^3$

【整式の乗法】

9 次の式を展開し，xについて降べきの順に整理せよ。

(1) $(x^2+ax-1)(x+a)$ $= x^3+ax^2-x+ax^2+a^2x-a$

$= x^3+2ax^2+(a^2-1)x-a$

(2) $(ax+b)(cx+d)$ $= acx^2+adx+bcx+bd$

$= acx^2+(ad+bc)x+bd$

10 次の式を展開せよ。

(1) $4x^2(2x^2-3x+5)$ $= 8x^4-12x^3+20x^2$

(2) $(2x-1)(4x^2+3)$ $= 8x^3-4x^2+6x-3$

(3) $(2x^2+x-3)(x-2) = 2x^3+x^2-3x-4x^2-2x+6$

$= 2x^3-3x^2-5x+6$

(4) $(2x^2+3)(x^2-4x-1) = 2x^4-8x^3-2x^2+3x^2-12x-3$

$= 2x^4-8x^3+x^2-12x-3$

【展開の公式】

11 次の式を展開せよ。

(1) $(2x+5)^2$

$= 4x^2+20x+25$

(2) $(2x-3y)^2$

$= 4x^2-12xy+9y^2$

(3) $(5x+4y)(5x-4y)$

$= 25x^2-16y^2$

(4) $(x+1)(x+5)$

$= x^2+6x+5$

(5) $(x-3)(x+8)$

$= x^2+5x-24$

(6) $(x-y)(x-4y)$

$= x^2-5xy+4y^2$

12 次の式を展開せよ。

(1) $(2x+1)(4x+5)$

$= 8x^2+14x+5$

(2) $(x+4)(2x-3)$

$= 2x^2+5x-12$

(3) $(3x-7)(x+2)$

$= 3x^2-x-14$

(4) $(2x-5)(2x-1)$

$= 4x^2-12x+5$

(5) $(x+2y)(3x-y)$

$= 3x^2+5xy-2y^2$

(6) $(3x-2a)(4x-3a)$

$= 12x^2-17ax+6a^2$

13 次の式を展開せよ。

(1) $(a+b-c)^2$ $= a^2+b^2+c^2+2ab-2bc-2ac$

(2) $(x+2y+3z)^2$

$= x^2+4y^2+9z^2+2\cdot x\cdot 2y+2\cdot 2y\cdot 3z+2\cdot 3z\cdot x$

$= x^2+4y^2+9z^2+4xy+12yz+6zx$

【展開の工夫】

14 次の式を展開せよ。

(1) $(x^2+3x+2)(x^2-3x+2)$

$= (x^2+2+3x)(x^2+2-3x)$

$= (A+3x)(A-3x)$ $(A = x^2+2)$

$= A^2-9x^2$

$= (x^2+2)^2-9x^2$

$= x^4+4x^2+4-9x^2$

$= x^4-5x^2+4$

(2) $(x-y-z)(x-y+z)$

$= (A-z)(A+z)$ $(A = x-y)$

$= A^2-z^2$

$= (x-y)^2-z^2$

$= x^2-2xy+y^2-z^2$

(3) $(x+1)^2(x-1)^2$

$= \{(x+1)(x-1)\}^2$

$= (x^2-1)^2$

$= x^4-2x^2+1$

(4) $(x^2+1)(x+1)(x-1)$

$= (x^2+1)(x^2-1)$

$= (A+1)(A-1)$ $(A = x^2)$

$= A^2-1$

$= x^4-1$

(5) $(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)$

$= (x-1)(x-4)(x-2)(x-3)$

$= (x^2-5x+4)(x^2-5x+6)$ $(A = x^2-5x)$

$= (A+4)(A+6)$

$= A^2+10A+24$

$= (x^2-5x)^2+10(x^2-5x)+24$

$= x^4-10x^3+25x^2+10x^2-50x+24$

$= x^4-10x^3+35x^2-50x+24$

【共通因数による因数分解】

15 次の式を因数分解せよ。

(1) $12x^3-8x^2y$

$=4(3x^3-2x^2y)$

$=4x^2(3x-2y)$

(2) $3a^2x+6ax^2+ax$

$=a(3ax+6x^2+x)$

$=ax(3a+6x+1)$

16 次の式を因数分解せよ。

(1) $(a+b)c+d(a+b)$

$=Ac+dA \quad (A=a+b)$

$=A(c+d)$

$=(a+b)(c+d)$

(2) $(x-2y)a+(2y-x)b$

$=(x-2y)a-(x-2y)b$

$=Aa-Ab \quad (A=x-2y)$

$=A(a-b)$

$=(x-2y)(a-b)$

【因数分解の公式】

17 次の式を因数分解せよ。

(1) $x^2+10x+25$

$=(x+5)^2$

(2) $x^2-12x+36$

$=(x-6)^2$

(3) $x^2+6xy+9y^2$

$=(x+3y)^2$

(4) $4a^2-4ab+b^2$

$=(2a-b)^2$

(5) $16a^2-25b^2$

$=(4a)^2-(5b)^2$

$=(4a-5b)(4a+5b)$

(6) $2x^2-18y^2$

$=2(x^2-9y^2)$

$=2(x-3y)(x+3y)$

18 次の式を因数分解せよ。

(1) $x^2+8x+12$

$=(x+6)(x+2)$

(2) $x^2-7x+12$

$=(x-4)(x-3)$

(3) a^2-a-20

$=(a-5)(a+4)$

(4) $x^2+5xy+6y^2$

$=x^2+5yx+6y^2$

$=(x+3y)(x+2y)$

(5) $a^2-6ab+8b^2$

$=a^2-6ba+8b^2$

$=(a-4b)(a-2b)$

(6) $x^2-ax-12a^2$

$=(x-4a)(x+3a)$

19 次の式を因数分解せよ。

(1) $3x^2+7x+2$

$=(3x+1)(x+2)$

(2) $2x^2+9x+10$

$=(2x+5)(x+2)$

(3) $2x^2-13x+6$

$=(2x-1)(x-6)$

(4) $4y^2+5y-21$

$=(4y-7)(y+3)$

(5) $3x^2+5xy-2y^2$

$=(3x-y)(x+2y)$

(6) $6x^2-7ax-3a^2$

$=(3x+a)(2x-3a)$

【因数分解の工夫】

20 次の式を因数分解せよ。

(1) $(x-y)^2-5(x-y)+6$

$=A^2-5A+6 \quad (A=x-y)$

$=(A-3)(A-2)$

$=(x-y-3)(x-y-2)$

(2) $2(x+3y)^2-(x+3y)-1$

$=2A^2-A-1 \quad (A=x+3y)$

$=(2A+1)(A-1)$

$=\{2(x+3y)+1\}(x+3y-1)$

$=(2x+6y+1)(x+3y-1)$

(3) $(x+y)^2-9$

$=A^2-9 \quad (A=x+y)$

$=(A+3)(A-3)$

$=(x+y+3)(x+y-3)$

(4) $x^2-(y-1)^2$

$=x^2-A^2 \quad (A=y-1)$

$=(x-A)(x+A)$

$=\{x-(y-1)\}(x+y-1)$

$=(x-y+1)(x+y-1)$

(5) x^4-8x^2-9

$= A^2-8A-9 \quad (A=x^2)$

$=(A-9)(A+1)$

$=(x^2-9)(x^2+1)$

$=\underline{(x+3)(x-3)(x^2+1)}$ //

(6) x^4-16

$=A^2-16$

$=(A-4)(A+4)$

$=(x^2-4)(x^2+4)$

$=\underline{(x-2)(x+2)(x^2+4)}$ //

21 次の式を因数分解せよ。

次数の低い文字でくくる

(1) $1+2ab+a+2b$

$=(2b+1)a+(2b+1)$

$=\underline{(2b+1)(a+1)}$ //

(2) $a^2b+a-b-1$

$=(a^2-1)b+(a-1)$

$=(a-1)(a+1)b+(a-1)$

$=(a-1)\{(a+1)b+1\}$

$=\underline{(a-1)(ab+b+1)}$ //

22 次の式を因数分解せよ。

次数が同じ → xについて整理

(1) $x^2+3xy+2y^2-2x-3y+1$

$=x^2+(3y-2)x+2y^2-3y+1$

$=x^2+(3y-2)x+(2y-1)(y-1)$

$=\underline{(x+2y-1)(x+y-1)}$ //

$1 \times 2y-1 \to 2y-1$, $1 \times y-1 \to y-1$, 計 $3y-2$

(2) $x^2-xy-6y^2+2x+19y-15$

$=x^2+(-y+2)x-6y^2+19y-15$

$=x^2+(-y+2)x-(6y^2-19y+15)$

$2 \times -3 \to -9$, $3 \times -5 \to -10$, 計 -19

$=x^2+(-y+2)x-(2y-3)(3y-5)$

$=\underline{(x+2y-3)(x-3y+5)}$ //

$1 \times 2y-3 \to 2y-3$, $1 \times -3y+5 \to -3y+5$, 計 $-y+2$

23 次の式を因数分解せよ。

$ab(a-b)+bc(b-c)+ca(c-a)$

$=a^2b-ab^2+b^2c-bc^2+c^2a-ca^2$

$=ba^2-ca^2-b^2a+c^2a+b^2c-bc^2$

$=(b-c)a^2-(b^2-c^2)a+bc(b-c)$

$=(b-c)a^2-(b+c)(b-c)a+bc(b-c)$

$=(b-c)\{a^2-(b+c)a+bc\}$

$=\underline{(b-c)(a-b)(a-c)}$ //

$1 \times -b \to -b$, $1 \times -c \to -c$, 計 $-b-c$

【3次式の展開】

24 次の式を展開せよ。

(1) $(3a+b)^3 = (3a)^3+3\cdot(3a)^2(b)+3\cdot(3a)(b)^2+(b)^3$

$=\underline{27a^3+27a^2b+9ab^2+b^3}$ //

(2) $(x-2y)^3 = x^3+3x^2(-2y)+3x(-2y)^2+(-2y)^3$

$=\underline{x^3-6x^2y+12xy^2-8y^3}$ //

【因数分解の公式】

25 次の式を展開せよ。 x^2+4x+4 $\quad x^2-6x+9$

(1) $(x^2+2)(x^2-2x+4)$

$=x^3+2^3$

$=\underline{x^3+8}$ //

(2) $(x-3)(x^2+3x+9)$

$=x^3-3^3$

$=\underline{x^3-27}$ //

(3) $(x+3y)(x^2-3xy+9y^2)$ $\quad x^2+6xy+9y^2$

$=x^3+(3y)^3$

$=\underline{x^3+27y^3}$ //

(4) $(2x-a)(4x^2+2ax+a^2)$ $\quad 2x^2-4ax+a^2$

$=(2x)^3-a^3$

$=\underline{8x^3-a^3}$ //

26 次の式を因数分解せよ。

(1) x^3-1

$=\underline{(x-1)(x^2+x+1)}$ //

x^2-2x+1

(2) x^3+27a^3

$=\underline{(x+3a)(x^2-3ax+9a^2)}$ //

$x^2+6ax+9a^2$

(3) x^3-64

$=x^3-4^3$

$=\underline{(x-4)(x^2+4x+16)}$ //

$x^2-8x+16$

(4) $125x^3-y^3$

$=(5x)^3-y^3$

$=\underline{(5x-y)(25x^2+5xy+y^2)}$ //

$25x^2-10xy+y^2$