

【2次方程式】

① 次の2次方程式を解け。

(1) $x^2+x-2=0$

$(x+2)(x-1)=0$

$x = -2, 1$

(3) $4x^2-4x+1=0$

$(2x-1)^2=0$

$x = \frac{1}{2}$ (重解)

(5) $x^2+2\sqrt{3}x+3=0$

$x = \frac{-2\sqrt{3} \pm \sqrt{12-12}}{2}$

$= -\frac{2\sqrt{3}}{2}$

$= -\sqrt{3}$ (重解)

(7) $x^2-2x-5=0$

$x = \frac{2 \pm \sqrt{4+20}}{2}$

$= \frac{2 \pm \sqrt{24}}{2}$

$= \frac{2 \pm 2\sqrt{6}}{2}$

$= 1 \pm \sqrt{6}$

(9) $(x-6)(x+2)=9$

$x^2-4x-12-9=0$

$x^2-4x-21=0$

$(x-7)(x+3)=0$

$x = -3, 7$

(2) $-2x^2-5x+3=0$

$2x^2+5x-3=0$

$(x+3)(2x-1)=0$

$x = -3, \frac{1}{2}$

(4) $x^2-x-1=0$

$x = \frac{1 \pm \sqrt{1+4}}{2}$

$= \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$

(6) $x^2-2\sqrt{3}x+2=0$

$x = \frac{2\sqrt{3} \pm \sqrt{12-8}}{2}$

$= \frac{2\sqrt{3} \pm \sqrt{4}}{2}$

$= \frac{2\sqrt{3} \pm 2}{2}$

$= \sqrt{3} \pm 1$

(8) $3x=1-2x^2$

$2x^2+3x-1=0$

$x = \frac{9 \pm \sqrt{9+8}}{4}$

$= \frac{9 \pm \sqrt{17}}{4}$

(10) $x^2+(a+2)x+2a=0$

$(x+a)(x+2)=0$

$x = -a, -2$

【方程式の解から係数決定】

② 2次方程式 $x^2+ax+b=0$ の解が $x=-6, 3$ であるとき、定数 a, b の値を求めよ。

条件より

$36-6a+b=0$ ①

$9+3a+b=0$ ②

①-②

$27-9a=0$

$9a=27$

$a=3$

①に代入

$36-18+b=0$

$b=-18$

$I > 2$

$a=3$

$b=-18$

【2次方程式の実数解の個数】

③ 次の2次方程式の実数解の個数を求めよ。

(1) $x^2+3x-5=0$

$D > 0$

$D = 9+20$

$= 29 > 0$

$I > 2$

(2) $3x^2-5x+4=0$

$D = 25-48$

$= -23 < 0$

$I < 0$

(3) $3x^2+2\sqrt{3}x+1=0$

$D = 12-12$

$= 0$

$I > 2$

④ 2次方程式 $x^2-4x+m=0$ が実数解をもたないとき、定数 m の値の範囲を求めよ。

$D = 16-4m < 0$

$D < 0$

$-4m < -16$

$m > 4$

⑤ 2次方程式 $x^2+(m+2)x+m+5=0$ が重解をもつとき、定数 m の値を求めよ。また、そのときの重解を求めよ。

$D = 0$

$D = (m+2)^2 - 4(m+5) = 0$

$m^2+4m+4-4m-20=0$

$m^2-16=0$

$m^2=16$

$m = \pm 4$

$m = 4$ のとき $x^2+6x+9=0$

$(x+3)^2=0$

$x = -3$ (重解)

$m = -4$ のとき $x^2-2x+1=0$

$(x-1)^2=0$

$x = 1$ (重解)

$I > 2$

$m = 4$ のとき $x = -3$

$m = -4$ のとき $x = 1$

2次方程式②

【x軸との共有点のx座標】

6 次の2次関数のグラフとx軸の共有点の座標を求めよ。

(1) $y = x^2 - 2x - 3$

(2) $y = -x^2 + 3x - 1$

$x^2 - 2x - 3 = 0$

$-x^2 + 3x - 1 = 0$

$(x-3)(x+1) = 0$

$x^2 - 3x + 1 = 0$

$x = -1, 3$

$x = \frac{3 \pm \sqrt{9-4}}{2}$

∴

$= \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$

$(-1, 0), (3, 0)$

$\left(\frac{3-\sqrt{5}}{2}, 0\right), \left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}, 0\right)$

7 次の2次関数のグラフがx軸から切り取る線分の長さを求めよ。

(1) $y = 3x^2 + 4x - 7$

(2) $y = x^2 + 2x - 1$

$3x^2 + 4x - 7 = 0$

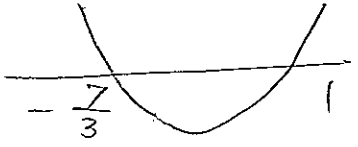
$x^2 + 2x - 1 = 0$

$(3x+7)(x-1) = 0$

$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4+4}}{2}$

$x = -\frac{7}{3}, 1$

$= \frac{-2 \pm 2\sqrt{2}}{2}$



$= -1 \pm \sqrt{2}$

$1 - \left(-\frac{7}{3}\right) = \frac{10}{3}$

$-1 + \sqrt{2} - (-1 - \sqrt{2}) = 2\sqrt{2}$

【x軸との共有点の個数】

8 次の2次関数のグラフとx軸の共有点の個数を求めよ。

(1) $y = x^2 + 3x + 3$

(2) $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 2$

$D = 9 - 12 = -3 < 0$

$D = 4 - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 = 0$

∴

1 点

9 2次関数 $y = x^2 - 2x - m - 1$ のグラフとx軸の共有点の個数は、定数 m の値によってどのように変わるか。

$D = 4 - 4(-m-1) = 4 + 4m + 4 = 4m + 8$

$D > 0 \quad 4m + 8 > 0$

$4m > -8$

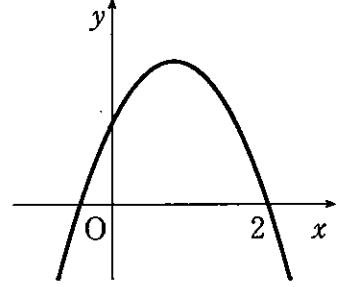
$m > -2 \quad \text{2点}$

$D = 0 \quad m = -2 \quad \text{1点}$

$D < 0 \quad m < -2 \quad \text{0点}$

【グラフから読み取る】

10 2次関数 $y = ax^2 + bx + c$ のグラフが右の図で与えられるとき、次の値は正、0、負のいずれになるか。



(1) a

(2) c

$\frac{\text{正}}{\text{正}}$

$\frac{\text{正}}{\text{正}}$

(3) $-\frac{b}{2a}$

(4) b

$\frac{\text{正}}{\text{正}}$

$\frac{\text{負}}{\text{負}}$

(5) $b^2 - 4ac$

(6) $a + b + c$

$\frac{\text{正}}{\text{正}}$

$\frac{\text{正}}{\text{正}}$

【放物線と直線の共有点の座標】

11 放物線 $y = x^2 - 6x + 11$ と次の直線の共有点の座標を求めよ。

(1) $y = 3x - 3$

(2) $y = -2x + 7$

$x^2 - 6x + 11 = 3x - 3$

$x^2 - 6x + 11 = -2x + 7$

$x^2 - 9x + 14 = 0$

$x^2 - 4x + 4 = 0$

$(x-7)(x-2) = 0$

$(x-2)^2 = 0$

$x = 2, 7$

$x = 2 \text{ (重解)}$

∴

∴

$(2, 3), (7, 18)$

$(2, 3)$

12 放物線 $y = x^2 - 3x$ と直線 $y = x + k$ が接するとき、定数 k の値を求めよ。また、そのときの接点の座標を求めよ。

$D = 0$

$x^2 - 3x = x + k$

$x^2 - 4x - k = 0 \quad \text{--- ①}$

$D = 16 + 4k = 0$

$4k = -16$

$k = -4$

① $x = 2$

$x^2 - 4x + 4 = 0$

$(x-2)^2 = 0$

$x = 2 \text{ (重解)}$

∴

$(2, -2)$