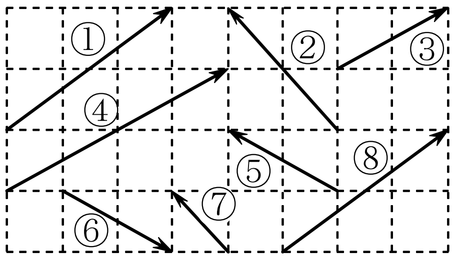
【等しいベクトル】

$\boxed{1}$ 右の図に示されたベクトルについて，次のようなベクトルの番号の組をすべてあげよ。



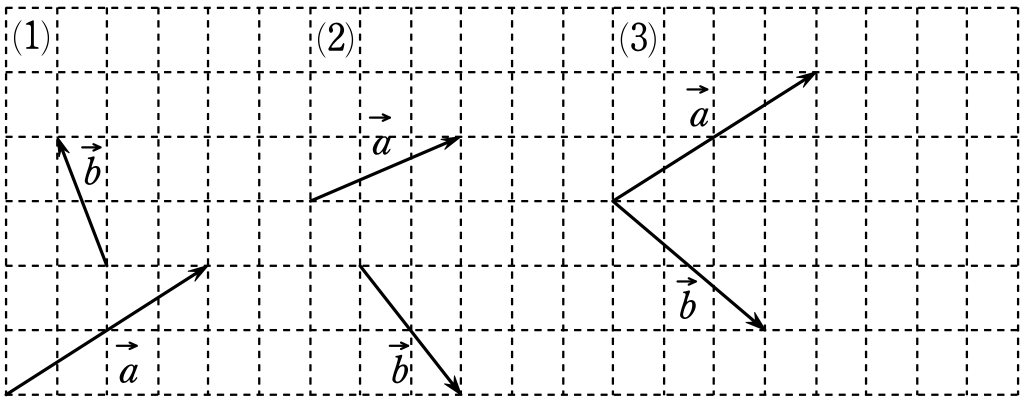
(1) 向きが同じベクトル

(2) 互いに等しいベクトル

(3) 互いに逆ベクトル

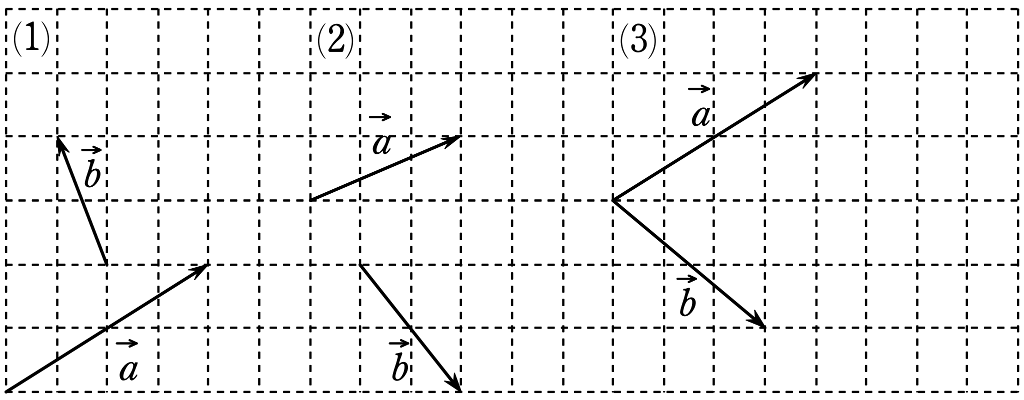
【ベクトルの加法】

$\boxed{2}$ 次のベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$ について，$\vec{a}+\vec{b}$ をそれぞれ図示せよ。



【ベクトルの減法】

$\boxed{3}$ 次のベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$ について，$\vec{a}-\vec{b}$ をそれぞれ図示せよ。



【ベクトルの等式の証明】

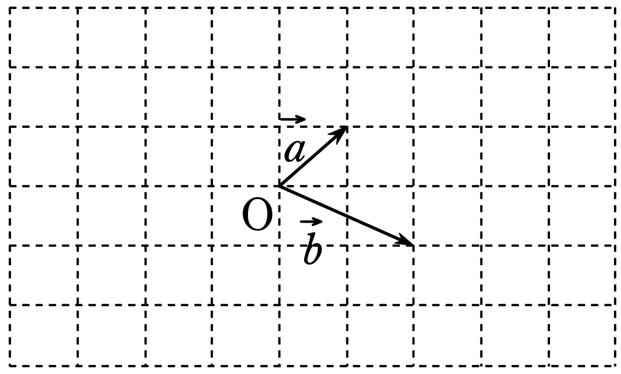
$\boxed{4}$ 次の等式が成り立つことを示せ。

(1) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{CD}$

(2) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}=\vec{0}$

【ベクトルの実数倍】

$\boxed{5}$ 右の図のベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$ について，次のベクトルを O を始点にして図示せよ。



(1) $2\vec{a}$

(2) $-2\vec{b}$

(3) $2\vec{a}+\vec{b}$

(4) $\vec{a}-2\vec{b}$

【ベクトルの計算】

$\boxed{6}$ 次の計算をせよ。

(1) $\vec{a}+3\vec{a}-2\vec{a}$

(2) $3\vec{a}+7\vec{b}-5\vec{a}-2\vec{b}$

(3) $3(2\vec{a}+\vec{b})+4(\vec{a}-2\vec{b})$

(4) $2(\vec{a}-3\vec{b})-3(3\vec{a}-2\vec{b})$

(5) $\frac{1}{3}(\vec{a}+2\vec{b})+\frac{2}{3}(\vec{a}-\vec{b})$

(6) $\frac{1}{2}(-\vec{a}+2\vec{b})-\frac{1}{3}(2\vec{a}+\vec{b})$

【ベクトルの平行と単位ベクトル】

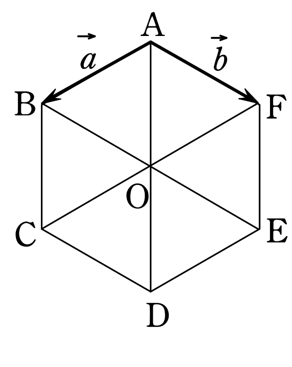
$\boxed{7}$ 次の問いに答えよ。

(1) $\vec{e}$ を単位ベクトルとする。$\vec{e}$ と平行で大きさが 4 のベクトルを，$\vec{e}$ を用いて表せ。

(2) $|\vec{a}|=3$ のとき，$\vec{a}$ と同じ向きの単位ベクトルを $\vec{a}$ を用いて表せ。

【正六角形とベクトル】

$\boxed{8}$ 正六角形 ABCDEF において，$\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AF}=\vec{b}$ とするとき，次のベクトルを $\vec{a}$，$\vec{b}$を用いて表せ。



(1) $\overrightarrow{AC}$

(2) $\overrightarrow{EF}$

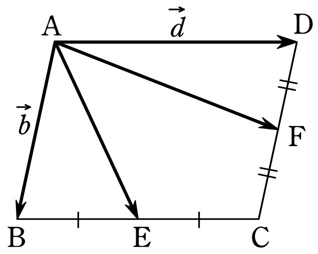
(3) $\overrightarrow{DB}$

【等式を満たすベクトルの決定】

9 等式 $\begin{cases}\vec{x}-\vec{y}=\vec{a}+\vec{b}\\ 2\vec{x}+3\vec{y}=\vec{a}-\vec{b}\end{cases}$ を満たす $\vec{x}$，$\vec{y}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。

【平行四辺形とベクトルの分解】

10 平行四辺形 ABCD の辺 BC，CD の中点をそれぞれ E，F とする。また，$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{AD}}=\vec{d}$ とする。

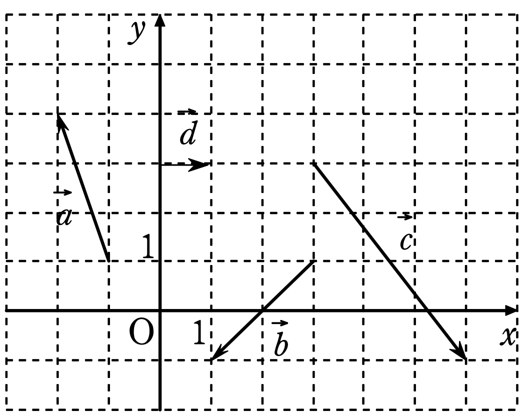


(1) $\overrightarrow{\mathrm{AE}}$，$\overrightarrow{\mathrm{AF}}$ をそれぞれ $\vec{b}$，$\vec{d}$ を用いて表せ。

(2) $\vec{b}$，$\vec{d}$ をそれぞれ $\overrightarrow{\mathrm{AE}}$，$\overrightarrow{\mathrm{AF}}$ を用いて表せ。

【ベクトルの成分表示】

11 右の図のベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$，$\vec{d}$ を，それぞれ成分表示せよ。



【成分表示によるベクトルの計算】

12 $\vec{a}=(3,\ -1)$，$\vec{b}=(-4,\ 2)$ のとき，次のベクトルを求めよ。

(1) $4\vec{a}-3\vec{b}$

(2) $(2\vec{a}-3\vec{b})-(3\vec{a}+5\vec{b})$

【ベクトルの分解と成分】

13 $\vec{a}=(2,\ 1)$，$\vec{b}=(-1,\ 3)$ とする。$\vec{c}=(8,\ -3)$ を，適当な実数 s，t を用いて $s\vec{a}+t\vec{b}$ の形に表せ。

【ベクトルの平行】

14 2 つのベクトル $\vec{a}=(4,\ x)$，$\vec{b}=(-2,\ -1)$ が平行になるように，x の値を定めよ。

【座標平面上の点とベクトル】

15 次の 2 点 A，B について，$\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ を成分表示し，$|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|$ を求めよ。

(1) A$(5,\ 2)$，B$(1,\ 6)$　　(2) A$(-3,\ 4)$，B$(2,\ 0)$

平面ベクトル③

【点の座標とベクトル】

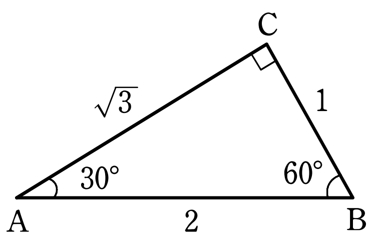
$\boxed{16}$ 4 点 A$(1,\ 1)$，B$(4,\ 2)$，C$(5,\ 4)$，D$(x,\ y)$ を頂点とする四角形 ABCD が平行四辺形であるように，x，y の値を定めよ。

【ベクトルの内積】

$\boxed{17}$ $\vec{a}$ と $\vec{b}$ のなす角を θ とする。次の場合に内積 $\vec{a}\cdot\vec{b}$ を求めよ。

(1) $|\vec{a}|=4$，$|\vec{b}|=3$，$\theta=45°$　　(2) $|\vec{a}|=6$，$|\vec{b}|=6$，$\theta=150°$

$\boxed{18}$ 右の図の直角三角形 ABC において，次の内積を求めよ。



(1) $\overrightarrow{\mathrm{BA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AC}}$

(2) $\overrightarrow{\mathrm{AC}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{BC}}$

$\boxed{19}$ 次のベクトル $\vec{a}$，$\vec{b}$ について，内積 $\vec{a}\cdot\vec{b}$ を求めよ。

(1) $\vec{a}=(2,\ 5)$，$\vec{b}=(3,\ -2)$　　(2) $\vec{a}=(1,\ \sqrt{3})$，$\vec{b}=(\sqrt{3},\ 3)$

【ベクトルのなす角】

$\boxed{20}$ 次の 2 つのベクトルのなす角を求めよ。

(1) $\vec{a}=(2,\ 1)$，$\vec{b}=(-3,\ 1)$　　(2) $\vec{a}=(1,\ \sqrt{3})$，$\vec{b}=(\sqrt{3},\ 1)$

(3) $\vec{a}=(3,\ -1)$，$\vec{b}=(2,\ 6)$　　(4) $\vec{a}=(-4,\ 2)$，$\vec{b}=(2,\ -1)$

【ベクトルの成分と垂直条件】

$\boxed{21}$ 次の 2 つのベクトルが垂直になるような x の値を求めよ。

(1) $\vec{a}=(3,\ 6)$，$\vec{b}=(x,\ 4)$　　(2) $\vec{a}=(x,\ -1)$，$\vec{b}=(x,\ x+2)$

$\boxed{22}$ 次の問いに答えよ。

(1) $\vec{a}=(2,\ 1)$ に垂直で大きさが $\sqrt{10}$ のベクトル $\vec{b}$ を求めよ。

(2) $\vec{a}=(4,\ 3)$ に垂直な単位ベクトル $\vec{e}$ を求めよ。

【内積とベクトルの大きさ】

$\boxed{23}$ $|\vec{a}|=3$, $|\vec{b}|=2$, $\vec{a}\cdot\vec{b}=-3$ のとき，次の値を求めよ。

(1) $|\vec{a}+\vec{b}|$

(2) $|\vec{a}-2\vec{b}|$

$\boxed{24}$ $|\vec{a}|=2$, $|\vec{b}|=2$ で，ベクトル $3\vec{a}-2\vec{b}$, $\vec{a}+4\vec{b}$ が垂直であるとする。

(1) $\vec{a}\cdot\vec{b}$ を求めよ。

(2) $\vec{a}$, $\vec{b}$ のなす角 θ を求めよ。

$\boxed{25}$ $|\vec{a}|=3$, $|\vec{b}|=2$, $|\vec{a}-\vec{b}|=\sqrt{7}$ とする。次の問いに答えよ。

(1) $\vec{a}\cdot\vec{b}$ の値を求めよ。

(2) $\vec{a}$, $\vec{b}$ のなす角 θ を求めよ。

(3) $|2\vec{a}-\vec{b}|$ の値を求めよ。

平面ベクトル⑤

【内積と三角形の面積】

$\boxed{26}$ 3 点 O(0, 0), A(3, 1), B(2, 4) について，次のものを求めよ

(1) $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}$

(2) ∠AOB の大きさ

(3) △OAB の面積 S を求めよ。

【ベクトルの大きさと最小値】

$\boxed{27}$ $|\vec{a}|=3$, $|\vec{b}|=2$, $\vec{a}\cdot\vec{b}=4$ のとき，$|\vec{a}+t\vec{b}|$ の最小値とそのときの実数 t の値を求めよ。

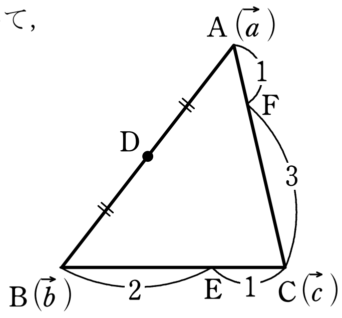
【分点の位置ベクトル】

$\boxed{28}$ 2 点 A$(\vec{a})$, B$(\vec{b})$ を結ぶ線分 AB に対して，次のような点の位置ベクトルを求めよ。

(1) 2 : 3 に内分する点　　(2) 3 : 1 に内分する点

(3) 4 : 1 に外分する点　　(4) 中点

$\boxed{29}$ 3 点 A$(\vec{a})$, B$(\vec{b})$, C$(\vec{c})$ を頂点とする △ABC において，辺 AB の中点を D，辺 BC, CA をそれぞれ 2 : 1, 3 : 1 に内分する点を E, F とする。次のベクトルを $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ を用いて表せ。



(1) $\overrightarrow{AC}$

(2) $\overrightarrow{BE}$

(3) $\overrightarrow{DF}$

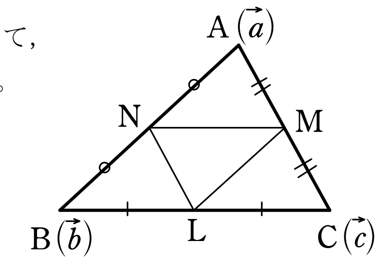
$\boxed{30}$ △ABC と点 P に対して，$2\overrightarrow{AP}+3\overrightarrow{BP}+\overrightarrow{CP}=\vec{0}$ が成り立っている。

(1) $\overrightarrow{AP}$ を $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ を用いて表せ。

(2) 点 P はどのような位置にあるか。

【重心の位置ベクトル】

$\boxed{31}$ 3点 A$(\vec{a})$，B$(\vec{b})$，C$(\vec{c})$ を頂点とする△ABC において，辺 BC，CA，AB の中点を，それぞれ L，M，N とする。また，△LMN の重心を G′ とする。



(1) 点 G′ の位置ベクトル $\vec{g'}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ を用いて表せ。

(2) 等式 $\overrightarrow{AL}+\overrightarrow{BM}+\overrightarrow{CN}=\vec{0}$ が成り立つことを示せ。

【一直線上にある 3 点】

$\boxed{32}$ 平行四辺形 ABCD において，辺 BC を 3 : 2 に内分する点を E，対角線 BD を 3 : 5 に内分する点を F とする。このとき，3 点 A，F，E は一直線上にあることを証明せよ。

【交点の位置ベクトル[1]】

$\boxed{33}$ △OAB において，辺 OA を 3 : 2 に内分する点を C，辺 OB を 1 : 2 に内分する点を D とし，線分 AD と線分 BC の交点を P とする。$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$ とするとき，$\overrightarrow{OP}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。

【交点の位置ベクトル[2]】

$\boxed{34}$ △OAB において，辺 OA の中点を C，線分 BC を 2 : 3 に内分する点を D とし，直線 OD と 辺AB の交点を E とする。$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$ とするとき，$\overrightarrow{OE}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。

【直線と円の方程式】

$\boxed{35}$ $\vec{a}=(3,\ 2)$，$\vec{b}=(-1,\ 2)$ のとき，$\vec{p}=(x,\ y)$ として，次のベクトル方程式で表される図形を，x と y の方程式で表せ。

(1) $\vec{p}=\vec{a}+t\vec{b}$

(2) $(\vec{p}-\vec{a})\cdot\vec{b}=0$

(3) $|\vec{p}-\vec{a}|=2$

(4) $(\vec{p}-\vec{a})\cdot(\vec{p}-\vec{b})=0$

【直線のベクトル方程式】

$\boxed{36}$ 次の条件を満たす直線の方程式を，ベクトルを用いて求めよ。

(1) A$(-2,\ 3)$ を通り，ベクトル $\vec{d}=(2,\ 1)$ に平行

(2) 2 点 A$(-1,\ 2)$，B$(3,\ 1)$ を通る

$\boxed{37}$ 次の条件を満たす直線の方程式を，ベクトルを用いて求めよ。

(1) A$(3,\ 1)$ を通り，ベクトル $\vec{n}=(2,\ 3)$ に垂直

(2) 3 点 A$(3,\ 1)$，B$(-2,\ 2)$，C$(1,\ -5)$ について，点 C を通り，直線 AB に垂直

【円のベクトル方程式】

$\boxed{38}$ 定点 $\mathrm{A}(\vec{a})$，$\mathrm{B}(\vec{b})$ と動点 $\mathrm{P}(\vec{p})$ について，次のベクトル方程式で表される点 P はどのような図形上を動くか。

(1) $|\vec{p}-\vec{a}|=3$

(2) $|6\vec{p}-3\vec{a}|=2$

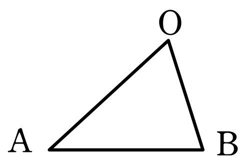
(3) $|2\vec{p}-\vec{a}-\vec{b}|=8$

(4) $(\vec{p}-\vec{a})\cdot(\vec{p}-\vec{b})=0$

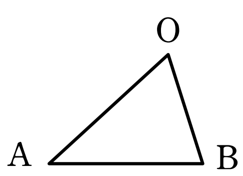
【終点の存在範囲】

$\boxed{39}$ △OAB において，次の式を満たす点 P の存在範囲を求めよ。

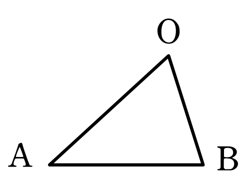
(1) $\overrightarrow{\mathrm{OP}}=s\overrightarrow{\mathrm{OA}}+t\overrightarrow{\mathrm{OB}}$,　　$s+t=2$



(2) $\overrightarrow{\mathrm{OP}}=s\overrightarrow{\mathrm{OA}}+t\overrightarrow{\mathrm{OB}}$,　　$s+t=\frac{1}{2}$，$s\geqq0$，$t\geqq0$

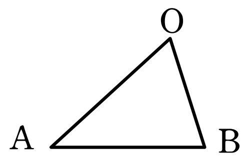


(3) $\overrightarrow{\mathrm{OP}}=s\overrightarrow{\mathrm{OA}}+t\overrightarrow{\mathrm{OB}}$,　　$s+6t=2$，$s\geqq0$，$t\geqq0$

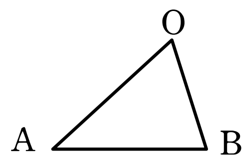


$\boxed{40}$ △OAB において，次の式を満たす点 P の存在範囲を求めよ。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{OP}}=s\overrightarrow{\mathrm{OA}}+t\overrightarrow{\mathrm{OB}}$,　　$0\leqq s+t\leqq2$，$s\geqq0$，$t\geqq0$

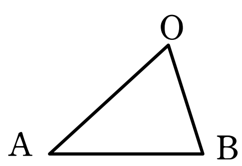


(2) $\overrightarrow{\mathrm{OP}}=s\overrightarrow{\mathrm{OA}}+t\overrightarrow{\mathrm{OB}}$,　　$0\leqq2s+3t\leqq6$，$s\geqq0$，$t\geqq0$



$\boxed{41}$ △OAB において，次の式を満たす点 P の存在範囲を求めよ。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{OP}}=s\overrightarrow{\mathrm{OA}}+t\overrightarrow{\mathrm{OB}}$,　　$0\leqq s\leqq1$，$0\leqq t\leqq2$



(2) $\overrightarrow{\mathrm{OP}}=s\overrightarrow{\mathrm{OA}}+t\overrightarrow{\mathrm{OB}}$，$0\leqq s\leqq2$，$0\leqq t\leqq3$