

微分①

【平均変化率】

1 次の平均変化率を求めよ。

(1) 1次関数 $y = -3x + 1$ の $x = 0$ から $x = 3$ までの平均変化率

(2) 1次関数 $y = 2x$ の、 $x = a$ から $x = b$ までの平均変化率

(3) 2次関数 $y = -x^2$ の、 $x = 2$ から $x = 2 + h$ までの平均変化率

【微分係数】

2 定義に従って、次の微分係数を求めよ。

(1) $f(x) = 2x - 3$ ($x = 0$)

(2) $f(x) = x^2$ ($x = 1$)

【導関数】

3 次の関数を定義に従って微分せよ。

(1) $f(x) = 3x$

(2) $f(x) = -x^2$

【導関数の計算】

4 次の関数を微分せよ。

(1) $y = 4x^3 - 2x^2 - 5x$

(2) $y = -\frac{1}{2}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + \frac{1}{4}$

(3) $y = x(x+2)(x-2)$

(4) $y = 3(x^2 - 2)^2$

【いろいろな文字による微分】

5 次の関数を [] 内の文字で微分せよ。

(1) $s = 3t^2 - 4t + 2$ [t]

(2) $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ [r]

【微分係数を用いた関数の決定】

6 次の条件をすべて満たす2次関数 $f(x)$ を求めよ。

$$f'(0) = -3, f'(1) = 1, f(0) = 2$$

微分②

【曲線上の点における接線の方程式】

7 関数 $y=2x^2-4x+3$ のグラフ上に点 A (2, 3) をとる。

(1) 点 A における接線の傾きを求めよ。

(2) 点 A における接線の方程式を求めよ。

【曲線上にない点から引いた接線の方程式】

8 関数 $y=x^2-2x+4$ のグラフに原点 O から引いた接線の方程式を求めよ。

【関数の増減】

9 次の関数の増減を調べよ。

(1) $f(x)=x^3-6x^2+5$

(2) $f(x)=-x^3$

【関数の増減とグラフ】

10 次の関数の増減を調べ、極値を求めよ。また、そのグラフをかけ。

(1) $y=x^3-6x^2+9x$

(2) $y=-x^3+3x^2+1$

(3) $y=x^3-3x^2+3x+5$

【4次関数のグラフ】

11 次の関数の増減を調べ、極値を求めよ。また、そのグラフをかけ。

(1) $y = x^4 - 8x^2 + 2$

(2) $y = 3x^4 - 4x^3 - 12$

【関数の最大・最小】

12 次の関数の最大値、最小値を求めよ。

(1) $y = x^3 + 3x^2$ ($-3 \leq x \leq 2$)

(2) $y = -2x^3 + 3x^2 + 12x - 3$ ($-2 \leq x \leq 1$)

【極値と関数の決定】

13 関数 $f(x) = x^3 + ax^2 - 9x + b$ が $x = -1$ で極大値 8 をとるとき、定数 a 、 b の値を求めよ。また、極小値を求めよ。

【図形の最大・最小】

14 縦 10 cm, 横 16 cm の長方形の厚紙の四隅から, 同じ大きさの正方形を右の図のように切り取って, ふたのない箱を作る。箱の容積を最大にするには, 切り取る正方形の1辺の長さを何 cm にすればよいか。



(2) $-x^4 + 4x^3 - 4x^2 = 0$

【実数解の個数[2]】

16 方程式 $2x^3 - 3x^2 - a = 0$ の異なる実数解の個数を求めよ。

【実数解の個数[1]】

15 次の方程式の異なる実数解の個数を求めよ。

(1) $2x^3 - 6x + 3 = 0$

【不等式の証明】

17 $x \geq 0$ のとき, 次の不等式が成り立つことを証明せよ。また, 等号が成り立つのはどのようなときか。

$$x^3 + 3x^2 + 5 \geq 9x$$