

複素数と方程式①

【複素数の計算（加法・減法・乗法）】

1 次の計算をせよ。

(1) $(-1+2i)+(3-4i)$

(2) $(2-3i)-(4-2i)$

(3) $(3+2i)(4-2i)$

(4) $(2+3i)^2$

【複素数の除法】

2 次の計算をせよ。

(1) $\frac{2}{1-i}$

(2) $\frac{-4+2i}{2i}$

(3) $\frac{5-3i}{1+5i}$

(4) $\frac{1+2i}{3+2i} + \frac{2+i}{3-2i}$

【複素数の相等】

3 次のような実数 x, y を求めよ。

(1) $(x-3)+(x+y)i=0$

(2) $(x+yi)(2-i)=4-7i$

【負の数の平方根】

4 次の問いに答えよ。

(1) -18 の平方根を i を用いて表せ。

(2) 2次方程式 $x^2=-8$ を解け。

5 次の数を i を用いて表せ。

(1) $\sqrt{-2}-\sqrt{-8}$

(2) $\sqrt{-12}\sqrt{-6}$

(3) $\frac{\sqrt{24}}{\sqrt{-3}}$

(4) $(\sqrt{3}+\sqrt{-2})(\sqrt{3}-\sqrt{-2})$

(5) $\frac{2-\sqrt{-3}}{2+\sqrt{-3}}$

【2次方程式の解法】

6 次の2次方程式を解け。

(1) $3x^2-4x+2=0$

(2) $x^2+\sqrt{2}x+1=0$

(3) $x^2-2\sqrt{3}x+4=0$

複素数と方程式②

【解の判別】

7 次の2次方程式の解の種類を判別せよ。

(1) $x^2+5x+5=0$

(2) $-4x^2+x-1=0$

(3) $x^2+2\sqrt{3}x+3=0$

【判別式の利用】

8 m を定数とする。次の2次方程式の解の種類を判別せよ。

$$x^2+(m+1)x+1=0$$

【解と係数の関係】

9 2次方程式 $x^2+3x-1=0$ の2つの解を α , β とするとき、次の式の値を求めよ

(1) $\alpha^2+\beta^2$

(2) $\alpha^3+\beta^3$

(3) $\frac{\beta}{\alpha}+\frac{\alpha}{\beta}$

(4) $(\alpha-\beta)^2$

【解と係数の関係の応用】

10 2次方程式 $x^2+5x+m=0$ の2つの解が次の条件を満たすとき、定数 m の値と2つの解を、それぞれ求めよ。

(1) 1つの解が他の解の4倍である。

(2) 2つの解の差が1である。

【2次式の因数分解】

11 2次式 $2x^2-2x+3$ を、複素数の範囲で因数分解せよ。

複素数と方程式③

【2数を解とする2次方程式[1]】

12 次の2数を解とする2次方程式を作れ。

(1) $2+\sqrt{3}$, $2-\sqrt{3}$

(2) $1+2i$, $1-2i$

【和と積からの2数の決定】

13 和が -2 , 積が 4 となる2数を求めよ。

【2数を解とする2次方程式[2]】

14 2次方程式 $x^2-3x-1=0$ の2つの解を α , β とするとき, 次の2数を解とする2次方程式を作れ。

(1) $1-\alpha$, $1-\beta$

(2) α^2 , β^2

【剰余の定理】

15 $P(x) = x^3 + x^2 - 3x - 2$ を次の1次式で割った余りを求めよ。

(1) $x-2$

(2) $x+1$

(3) $2x-1$

【剰余の定理による係数の決定】

16 整式 $P(x) = 2x^3 + 5ax^2 + ax + 1$ を $x+1$ で割った余りが -5 であるとき, 定数 a の値を求めよ。

【2次式で割った余りと剰余の定理】

17 多項式 $P(x)$ を $x-3$, $x+1$ で割った余りがそれぞれ 1 , 5 である。 $P(x)$ を $(x-3)(x+1)$ で割った余りを求めよ。

【組立除法による割り算】

18 組立除法を用いて, 次の整式 A を1次式 B で割った商と余りを求めよ。

(1) $A = x^3 - 3x^2 - 6x + 8$, $B = x + 2$

(2) $A = x^3 - x + 2$, $B = x - 2$

【高次式の因数分解】

[19] 次の式を因数分解せよ。

(1) $x^3 - 4x^2 + x + 6$

(2) $2x^3 + 7x^2 + 2x - 3$

[20] 次の方程式を解け。

(1) $x^3 - 7x - 6 = 0$

(2) $x^3 - 4x^2 + 9x - 10 = 0$

(3) $x^3 - 8 = 0$

[21] 次の方程式を解け。

(1) $x^4 + x^2 - 12 = 0$

(2) $x^4 - 1 = 0$

【高次方程式とその虚数解】

[22] x の方程式 $x^3 + x^2 + ax + b = 0$ が $1 - i$ を解にもつとき、実数の係数 a , b の値を求めよ。また、他の解を求めよ。【1の虚数解の3乗根 ω 】[23] 方程式 $x^3 = 1$ の虚数解の1つを ω とするとき、次の値を求めよ。

(1) ω^6

(2) $\omega^2 + \omega + 1$

(3) $\omega^3 + \omega^2 + \omega$

(4) $\omega^5 + \omega^4$