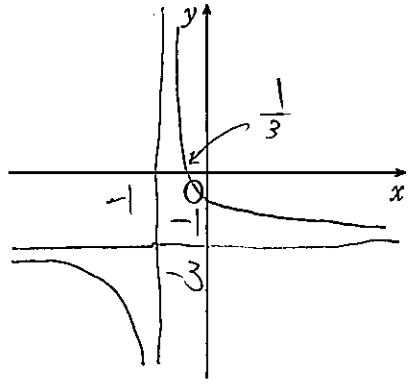


関数①

1 【分數関数】

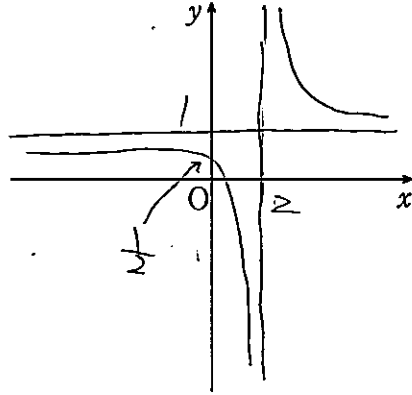
次の関数のグラフをかけ。また、その定義域、値域を求めよ。

(1) $y = \frac{2}{x+1} - 3$



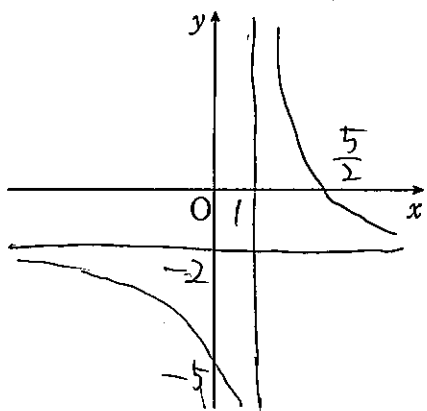
定義域 $x \neq -1$ 値域 $y \neq -3$

(2) $y = \frac{x-1}{x-2} = \frac{x-2+1}{x-2} = \frac{1}{x-2} + 1$



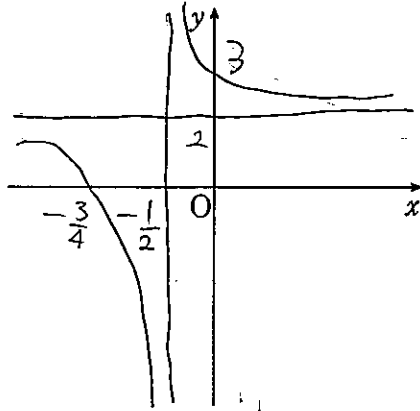
定義域 $x \neq 2$ 値域 $y \neq 1$

(3) $y = \frac{-2x+5}{x-1} = \frac{-2x+2+3}{x-1} = \frac{3}{x-1} - 2$



定義域 $x \neq 1$ 値域 $y \neq -2$

(4) $y = \frac{4x+3}{2x+1} = \frac{4x+2+1}{2x+1} = \frac{1}{2x+1} + 2$



定義域 $x \neq -\frac{1}{2}$ 値域 $y \neq 2$

2

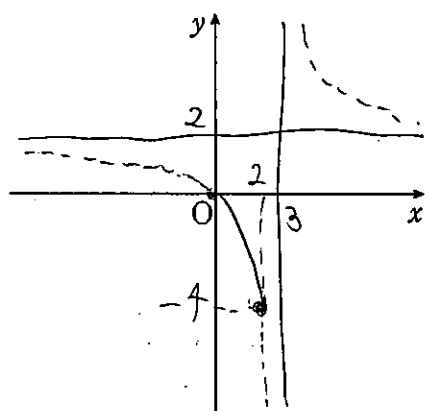
次の関数のグラフをかけ。また、その値域を求めよ。

(1) $y = \frac{2x}{x-3} \quad (0 \leq x \leq 2)$

$= \frac{2(x-3)+6}{x-3}$

$= \frac{6}{x-3} + 2$

($x \neq 3, y \neq 2$)



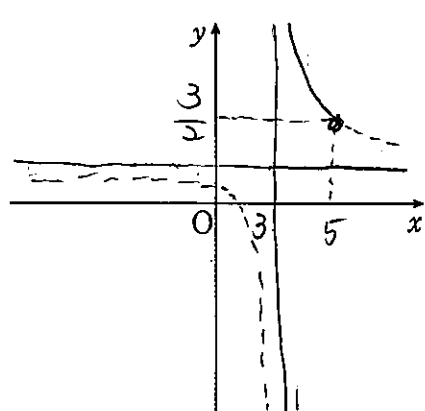
値域 $-4 \leq y \leq 0$

(2) $y = \frac{x-2}{x-3} \quad (3 < x \leq 5)$

$= \frac{x-3+1}{x-3}$

$= \frac{1}{x-3} + 1$

($x \neq 3, y \neq 1$)



値域 $y \geq \frac{3}{2}$

3

次の不等式を解け。

(1) $\frac{2}{x+2} = x+3$

$x \neq -2$

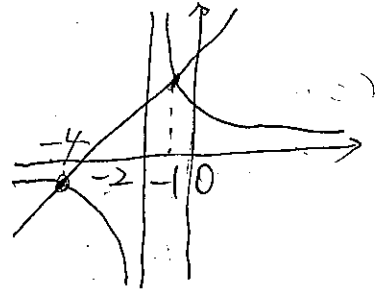
$2 = (x+3)(x+2)$

$x^2 + 5x + 4 = 0$

$(x+4)(x+1) = 0$

$x = -1, -4$

(2) $\frac{2}{x+2} \leq x+3$

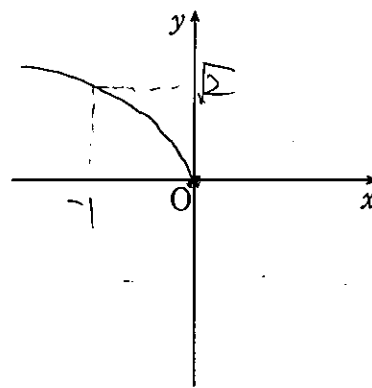


$-4 \leq x < -2, -1 \leq x$

4 【無理関数】

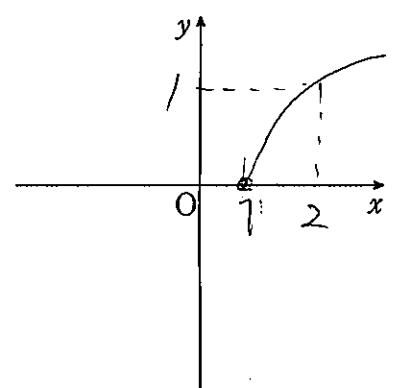
次の関数のグラフをかけ。また、その定義域、値域を求めよ。

(1) $y = \sqrt{-2x}$



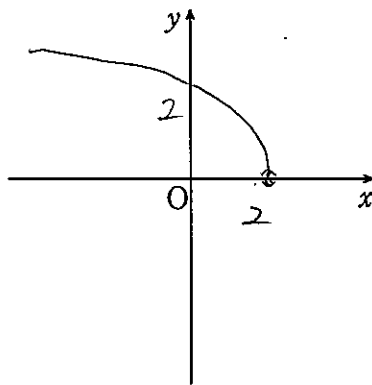
定義域 $x \leq 0$ 値域 $y \geq 0$

(2) $y = \sqrt{x-1}$



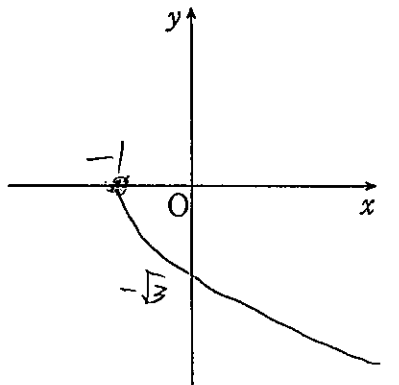
定義域 $x \geq 1$ 値域 $y \geq 0$

(3) $y = \sqrt{-2x+4} = \sqrt{-2(x-2)}$



定義域 $x \leq 2$ 値域 $y \geq 0$

(4) $y = -\sqrt{3x+3} = -\sqrt{3(x+1)}$



定義域 $-1 \leq x$ 値域 $y \leq 0$

5

次の方程式、不等式を解け。

(1) $\sqrt{x-1} = -x+3$

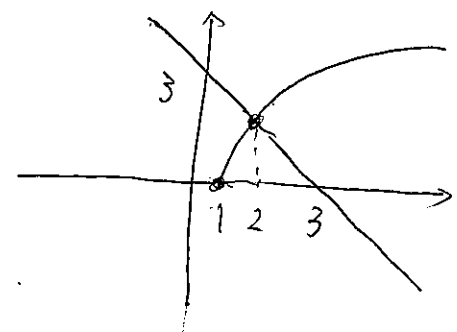
$x-1 = x^2 - 6x + 9$

$x^2 - 7x + 10 = 0$

$(x-2)(x-5) = 0$

$x = 2, 5$

(2) $\sqrt{x-1} \leq -x+3$



$1 \leq x \leq 2$

関数②

6 【逆関数】

次の関数の逆関数を求めよ。また、その値域を求めよ。

(1) $y=3x-1$ ($0 \leq x \leq 2$)

(2) $y=-\sqrt{x}$ ($x > 0$)

$3x = y + 1$ ($-1 \leq y \leq 5$)

$y^2 = x$ ($y \geq 0$)

$x = \frac{1}{3}y + \frac{1}{3}$

$x = y^2$

$\therefore y = \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$ ($-1 \leq x \leq 5$)

$\therefore y = x^2$ ($x \geq 0$)

(3) $y=3^x$

(4) $y=\log_4 x$

$x = \log_3 y$

$4^y = x$

$\therefore y = \log_3 x$

$\therefore y = 4^x$

7

次の関数の逆関数を求めよ。

(1) $y = \frac{2x+3}{x-1} = \frac{2(x+1)+5}{x-1} = \frac{5}{x-1} + 2$

(2) $y = \frac{-x+2}{x+3} = \frac{-(x+3)+5}{x+3} = \frac{5}{x+3} - 1$

$yx - y = 2x + 3$

$yx + 3y = -x + 2$

$(y-2)x = y+3$

$(y+1)x = 2-3y$

$y \neq 2 \Rightarrow$

$y \neq -1 \Rightarrow$

$x = \frac{y+3}{y-2}$

$x = \frac{2-3y}{y+1}$

$\therefore y = \frac{x+3}{x-2}$

$\therefore y = \frac{2-3x}{x+1}$

8

次の関数の逆関数を求めよ。

(1) $y=x^2+2$ ($x \geq 0$)

(2) $y=-x^2$ ($x \leq 0$)

$x^2 = y-2$ ($y \geq 2$)

$x^2 = -y$ ($y \leq 0$)

$x \geq 0 \Rightarrow$

$x \leq 0 \Rightarrow$

$x = \sqrt{y-2}$

$x = -\sqrt{-y}$

$\therefore y = \sqrt{x-2}$ ($x \geq 2$)

$\therefore y = -\sqrt{-x}$ ($x \leq 0$)

9

$a \neq 0$ とする。関数 $f(x) = ax + b$ とその逆関数 $f^{-1}(x)$ について、 $f(2) = 4$ 、 $f^{-1}(1) = -4$ であるとき、定数 a 、 b の値を求めよ。

$f(2) = 4 \Rightarrow$

$f(2) = 2a + b = 4 \quad \text{--- (1)}$

$f^{-1}(1) = -4 \Rightarrow$

$f^{-1}(1) = \frac{1-b}{a} = -4$

$4a - b = -1 \quad \text{--- (2)}$

$$\begin{cases} y = ax + b \\ ax = y - b \\ x = \frac{y-b}{a} \\ y = \frac{x-b}{a} \end{cases}$$

(1) + (2),

$6a = 3$

$a = \frac{1}{2} \quad b = 3$

10

次の関数のグラフおよびその逆関数のグラフを同じ図中につけ。

(1) $y = \sqrt{-x}$ ($x \leq 0$)

(2) $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ ($x > 0$)

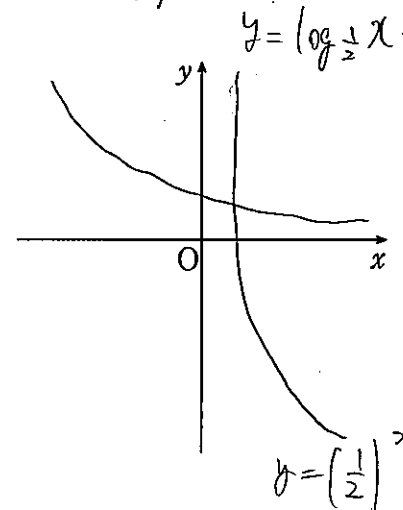
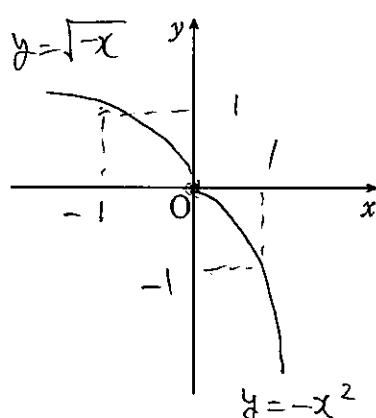
$y^2 = -x$ ($y \geq 0$)

$(\frac{1}{2})^y = x$

$x = -y^2$

$y = -x^2$ ($x \geq 0$)

$y = (\frac{1}{2})^x$



11

関数 $f(x) = \frac{2x+1}{x+a}$ の逆関数が、もとの関数 $f(x)$ と一致するという。このとき、定数 a の値を求めよ。

$f(x) = \frac{2(x+a) - 2a + 1}{x+a} = \frac{-2a+1}{x+a} + 2$ ($x \neq -a$)

逆関数 $y = \sqrt{x}$

$xy + ay = 2x + 1$

$(y-2)x = 1 - ay$

$y \neq 2 \Rightarrow$

$x = \frac{1-ay}{y-2}$

$y = \frac{1-ax}{x-2}$ ($x \neq 2$)

$y \rightarrow x$

$\frac{2x+1}{x+a} = \frac{1-ax}{x-2}$

$(2x+1)(x-2) = (1-ax)(x+a)$

$2x^2 - 3x - 2 = -ax^2 + (1-a^2)x + a$

$a = -2$ ($a = \frac{1}{2}$ は満たさず)

12 【合成関数】

$f(x) = x^2$ 、 $g(x) = \log_2(x+1)$ について、次の合成関数を求めよ。

(1) $(g \circ f)(x)$

(2) $(f \circ g)(x)$

$= g(f(x))$

$= f(g(x))$

$= \log_2(x^2+1)$

$= \{ \log_2(x+1) \}^2$

13

2つの関数 $f(x) = 2x-1$ 、 $g(x) = ax+b$ について、等式 $(g \circ f)(x) = 8x-3$ が成り立つように、定数 a 、 b の値を定めよ。

$g(f(x)) = 8x-3$

$a(2x-1) + b = 8x-3$

$2ax - a + b = 8x - 3$

$\begin{cases} 2a = 8 \\ -a + b = -3 \end{cases}$

$\begin{cases} 2a = 8 \\ -a + b = -3 \end{cases}$

$\therefore a = 4, b = 1$