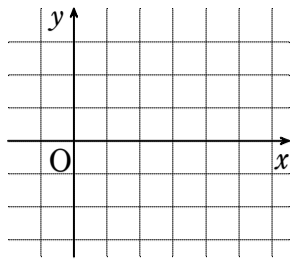


複素数平面①

1 【複素数平面】

次の点を複素数平面上に示せ。

$$P(3-2i), Q(-1-i), R(4), S(-i)$$



2 【複素数の絶対値】

次の複素数の絶対値を求めよ。

(1) $3-2i$ (2) $-2+4i$

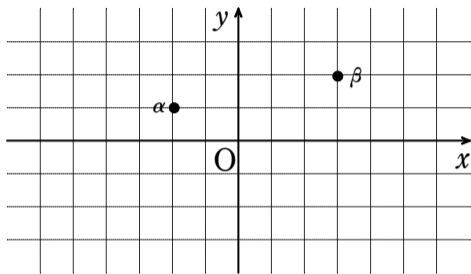
(3) -5

(4) $3i$

3 【複素数の和と差】

右の図の複素数平面上の点 α, β について、次の点を図に示せ。

(1) $\alpha + \beta$
(2) $\alpha - \beta$



4 【2点間の距離】

次の2点間の距離を求めよ。

(1) $A(2+3i), B(1+6i)$ (2) $A(3-4i), B(1-2i)$

5 【複素数の実数倍】

$\alpha=1+yi, \beta=3-6i$ とする。2点 $A(\alpha), B(\beta)$ と原点 O が一直線上にあるとき、実数 y の値を求めよ。

6 【共役複素数の性質】

複素数 α, β について、次のことを証明せよ。

(1) $\alpha\bar{\beta} + \bar{\alpha}\beta$ は実数である。

(2) $|\alpha|=1, |\beta|=1$ のとき $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \overline{\alpha + \beta}$

7

複素数 z が、 $2z + \bar{z} = 3+i$ を満たすとき、次の問いに答えよ。

(1) $2\bar{z} + z$ を求めよ。

(2) z を求めよ。

8

$|z|=3$ かつ $|z-2|=4$ を満たす複素数 z について、次の値を求めよ。

(1) $z\bar{z}$

(2) $z + \bar{z}$

9 【複素数の極形式】

次の複素数を極形式で表せ。ただし、偏角 θ の範囲は、(1), (2) では $0 \leq \theta < 2\pi$, (3) では $-\pi \leq \theta \leq \pi$ とする。

(1) $\sqrt{3} + i$

(2) $2+2i$

(3) $1 - \sqrt{3}i$

10

$z = \cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}$ とするとき、複素数 $z+1$ を極形式で表せ。ただし、偏角 θ の範囲は $0 \leq \theta \leq 2\pi$ とする。

11 【複素数の積と商の極形式】

$\alpha=2+2i, \beta=\sqrt{3}+i$ のとき、 $\alpha\beta, \frac{\alpha}{\beta}$ をそれぞれ極形式で表せ。ただし、偏角 θ の範囲は $0 \leq \theta < 2\pi$ とする。

12 【原点を中心とする回転】

次の点は、点 z をどのように回転した点か。ただし、回転の角 θ の範囲は $-\pi < \theta \leq \pi$ とする。

(1) $\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}i\right)z$

(2) $-iz$

13

$z=4-2i$ とする。点 z を原点を中心として次の角だけ回転した点を表す複素数を求めよ。

(1) $\frac{\pi}{6}$

(2) $\frac{2}{3}\pi$

(3) $-\frac{\pi}{2}$

(4) $-\frac{\pi}{3}$

14 【点 α を中心して回転した点を表す複素数】

$\alpha=1+i$, $\beta=5+3i$ とする。点 β を点 α を中心として $\frac{\pi}{6}$ だけ回転した点を表す複素数 γ を求めよ。

15 【ド・モアブルの定理】

次の式を計算せよ。

(1) $(1+\sqrt{3}i)^5$

(2) $(1+i)^8$

(3) $(1-\sqrt{3}i)^{-6}$

16 【1 の n 乗根】

1 の 6 乗根を求めよ。

17 【複素数 α の n 乗根】

次の方程式を解け。

(1) $z^2=i$

(2) $z^4=-4$

複素数平面④

24 【純虚数との積の図形的な意味】

$\alpha = x + 4i$, $\beta = -6 + 3i$ とする。原点 O と点 $A(\alpha)$, $B(\beta)$ について、 $OA \perp OB$ であるような実数 x の値を求めよ。

25 【三角形の角の大きさ】

3点 $A(1 - i)$, $B(2 + i)$, $C(2i)$ を頂点とする $\triangle ABC$ について、 $\angle BAC$ の大きさを求めよ。

26 【三角形の形状】

3点 $A(-1 + i)$, $B(1 - i)$, $C(-\sqrt{3} - \sqrt{3}i)$ を頂点とする $\triangle ABC$ はどのような三角形か。

27

複素数平面上の異なる3点 $O(0)$, $A(\alpha)$, $B(\beta)$ について、等式 $\alpha^2 - \alpha\beta + \beta^2 = 0$ が成り立つとき、 $\triangle OAB$ は正三角形となることを証明せよ。

28 【 α^n が実数となる n 】

$\alpha = -\sqrt{3} - i$ とする。 α^n が実数となるような最小の正の整数 n を求めよ。

29 【正方形の頂点を表す複素数】

$\alpha = 2 + i$ とする。複素数平面上で、原点 O と点 $A(\alpha)$ を結ぶ線分 OA を1辺とする正方形 $OABC$ を作る。 $B(\beta)$, $C(\gamma)$ を頂点とする複素数 β , γ を求めよ。

30 【 $w = \frac{1}{z}$ が描く図形】

点 z が点 2 を通り実軸に垂直な直線上を動くとき、 $w = \frac{1}{z}$ で表される点 w は、どのような図形を描くか。