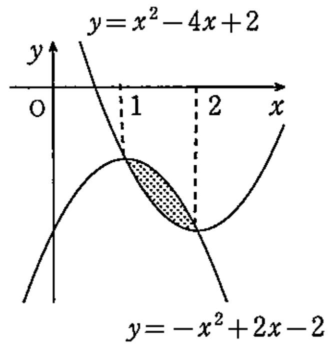
$\boxed{1}$

次の図の斜線部の面積 S を求めよ。

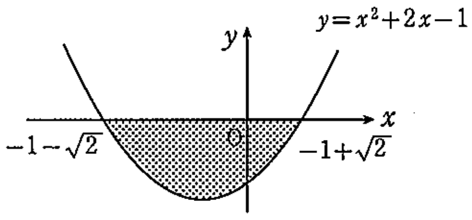
(1)



-2

$\dfrac{2(2-1)^3}{6}=\underline{\dfrac{1}{3}}$

(2)

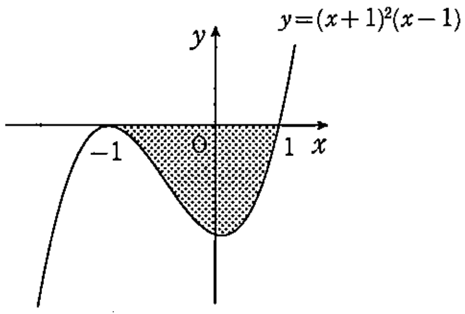


-1

$\dfrac{1\cdot\{-1+\sqrt{2}-(-1-\sqrt{2})\}^3}{6}$

$=\dfrac{(2\sqrt{2})^3}{6}=\underline{\dfrac{8\sqrt{2}}{3}}$

(3)

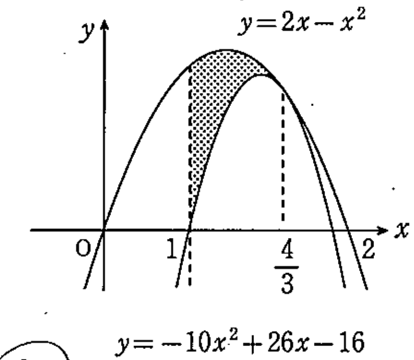


-1

$\dfrac{1\cdot(1+1)^4}{12}=\underline{\dfrac{4}{3}}$

(4)

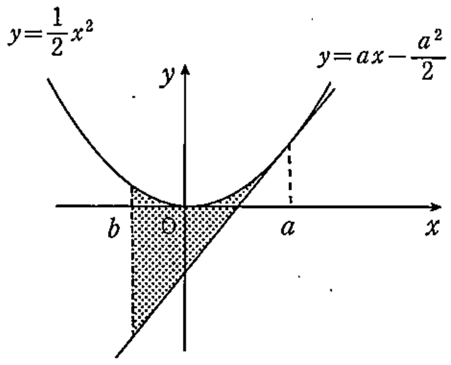
$y=-x^2+2x$



9

$\dfrac{9\cdot\left(\frac{4}{3}-1\right)^3}{3}=\underline{\dfrac{1}{9}}$

(5)



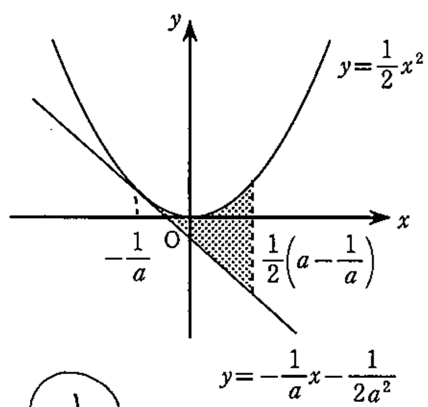
$\dfrac{1}{2}$

$\dfrac{\frac{1}{2}\cdot(a-a)^3}{3}$

$=\underline{\dfrac{(a-a)^3}{6}}$

(6)

O

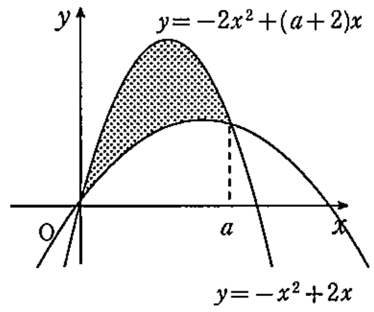


$\dfrac{1}{2}$

$\dfrac{\frac{1}{2}\left\{\frac{1}{2}\left(a-\frac{1}{a}\right)+\frac{1}{a}\right\}^3}{3}$

$=\underline{\dfrac{1}{6}\left(\dfrac{a}{2}+\dfrac{1}{2a}\right)^3}$

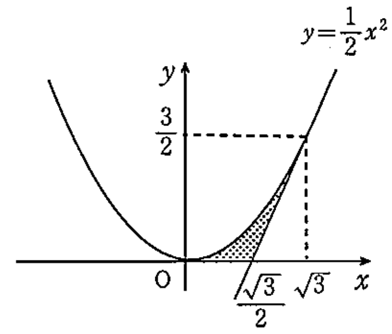
(7)



-1

$\dfrac{1\cdot(a-0)^3}{6}=\underline{\dfrac{a^3}{6}}$

(8)



$\dfrac{1}{2}$

$\dfrac{\frac{1}{2}(\sqrt{3}-0)^3}{12}=\underline{\dfrac{\sqrt{3}}{8}}$

$\boxed{2}$【1/6 公式】

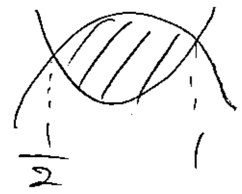
次の曲線や直線によって囲まれた部分の面積 S を求めよ。

(1) $y=-x^2+4x$, x 軸

-1

$\dfrac{(4-0)^3}{6}=\underline{\dfrac{32}{3}}$

(2) $y=x^2-3x+3$, $y=-x^2+2$



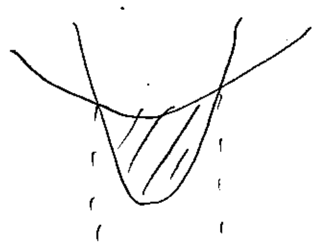
$2x^2-3x+1=0$

$(2x-1)(x-1)=0$

-2

$\dfrac{2\cdot\left(1-\frac{1}{2}\right)^3}{6}=\underline{\dfrac{1}{24}}$

(3) $y=2x^2+3x$, $y=x+1$



$\dfrac{-1-\sqrt{3}}{2}$ $\dfrac{-1+\sqrt{3}}{2}$

-2

$\dfrac{2\cdot\left(\frac{-1+\sqrt{3}}{2}-\frac{-1-\sqrt{3}}{2}\right)^3}{6}$

$2x^2+2x-1=0$

$x=\dfrac{-1\pm\sqrt{3}}{2}$

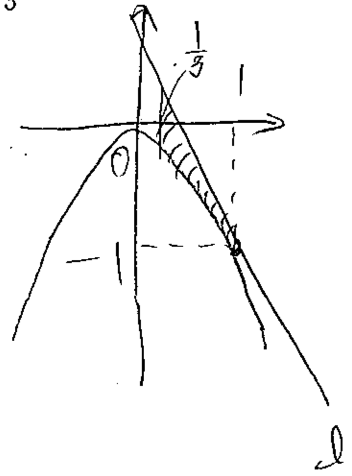
$=\dfrac{2\cdot(\sqrt{3})^3}{6}$

$=\underline{\sqrt{3}}$

面積②

3 【1/3 公式】

放物線 $C : y=-x^2$ 上の点 $(1,\ -1)$ における接線を ℓ とするとき，曲線 C と直線 ℓ と $x=\dfrac{1}{3}$ で囲まれた図形の面積 S を求めよ。

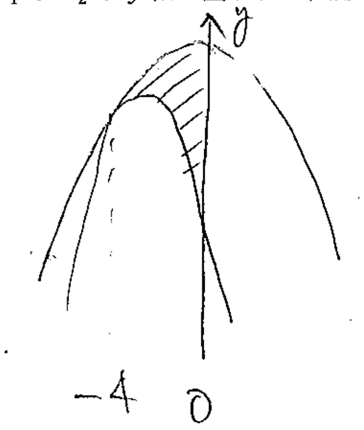


①

$$\frac{1\cdot\left(1-\frac{1}{3}\right)^3}{3}=\frac{8}{81}$$

4 【1/3 公式】

2 つの放物線 $C_1 :\ y=-\dfrac{2}{3}x^2-\dfrac{4}{3}x+\dfrac{16}{3}$，$C_2 : y=-x^2-4x$ が点 $(-4,\ 0)$ で接するとき，C_1 と C_2 と y 軸で囲まれた図形の面積 S を求めよ。

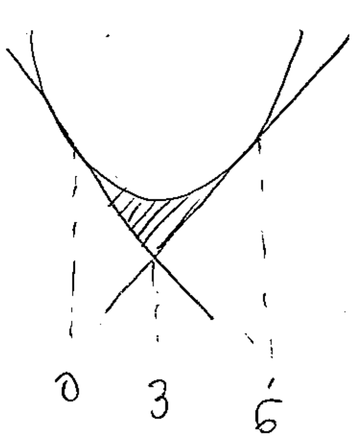


$\frac{1}{3}$

$$\frac{\frac{1}{3}\cdot(0+4)^3}{3}=\frac{64}{9}$$

5 【1/12 公式①】

放物線 $C : y=x^2-4x+3$ 上の点 $P(0,\ 3)$，$Q(6,\ 15)$ における接線を，それぞれ，ℓ，m とする。この 2 つの接線と放物線で囲まれた図形の面積 S を求めよ。



-1

$$\frac{1\cdot(6-0)^3}{12}=\frac{6\cdot6\cdot6}{12}$$
$$=18$$

6 【1/12 公式②】

曲線 $y=x^3-5x^2+2x+6$ とその曲線上の点 $(3,\ -6)$ における接線で囲まれた図形の面積 S を求めよ。 — ②

接線

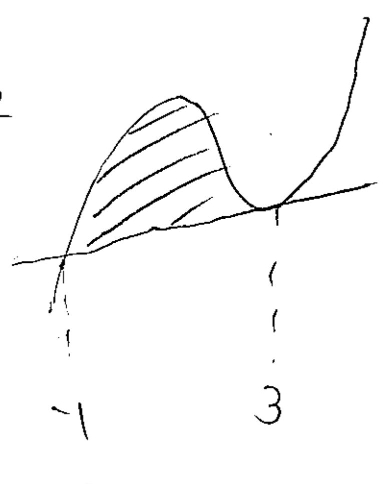
傾き $f'(x)=3x^2-10x+2$

$f'(3)=27-30+2$

$=-1$

$y+6=-1(x-3)$

$y=-x-3$ — ①



-1

交点は ①② より

$x^3-5x^2+3x+9=0$

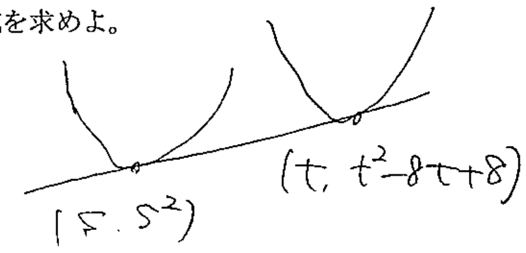
$(x+1)(x-3)^2=0$

$$\frac{1(3+1)^4}{12}=\frac{64}{3}$$

7 【1/12 公式①】

2 つの放物線 $C_1 : y=x^2$，$C_2 : y=x^2-8x+8$ を考える。

(1) C_1 と C_2 の両方に接する直線 ℓ の方程式を求めよ。



C_1 の接線

傾き $f'(s)=2s$

$y=2s(x-s)+s^2$

$y=2sx-s^2$ — ①

C_2 の接線

傾き $f'(t)=2t-8$

$y=(2t-8)(x-t)+t^2-8t+8$

$y=(2t-8)x-t^2+8$ — ②

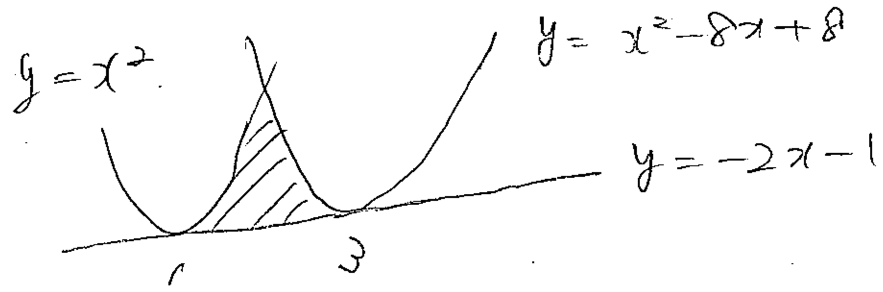
①② を係数比較

$$\begin{cases} 2s=2t-8 \\ s^2=t^2-8 \end{cases}$$

$s=-1,\ t=3$

よって $y=-2x-1$

(2) 2 つの放物線 C_1，C_2 と直線 ℓ で囲まれた図形の面積 S を求めよ。



C_1 との接点

$x^2=-2x-1$

$x^2+2x+1=0$

$(x+1)^2=0$

$x=-1$ (重解)

C_2 との接点

$x^2-8x+8=-2x-1$

$x^2-6x+9=0$

$(x-3)^2=0$

$x=3$ (重解)

x^2 の係数が同じ ①

$$\frac{1(3+1)^3}{12}=\frac{4\cdot4\cdot4}{12}=\frac{16}{3}$$