

合同式

1 【合同式の性質】

次の合同式を解け。

(1) $x + 4 \equiv 2 \pmod{6}$

(2) $x - 7 \equiv 6 \pmod{7}$

(3) $3x \equiv 4 \pmod{5}$

(4) $4x \equiv 5 \pmod{11}$

(5) $6x \equiv 3 \pmod{9}$

2 【合同式の利用】

合同式を利用して、次のものを求めよ。

(1) 13^{100} を 9 で割った余り

(2) 2000^{2000} を 12 で割った余り

(2) 47^{2011} の一の位の数

3 【合同式を利用した証明】

(1) n が自然数のとき、 $n^3 + 1$ が 3 で割り切れるものをすべて求めよ。

(2) n が自然数のとき、 $n^6 + 1$ は 3 で割り切れないことを証明せよ。

4

a, b は 3 で割り切れない整数とする。このとき、 $a^4 + a^2b^2 + b^4$ は 3 で割り切れることを証明せよ。

5

n は奇数とする。このとき、次のことを証明せよ。

(1) $n^2 - 1$ は 8 の倍数である。

(2) $n^5 - n$ は 3 の倍数である。

(3) $n^5 - n$ は 120 の倍数である。