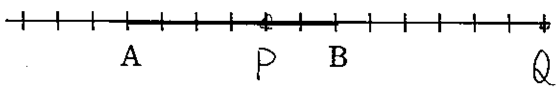
図形の性質①

1年　　組　　番 氏名

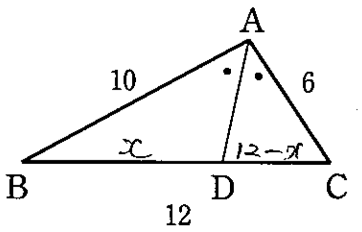
【内分･外分】

1 線分 AB を 2 : 1 に内分する点 P と，線分 AB を 2 : 1 に外分する点 Q を下の図にしるせ。



【角の二等分線】

2 AB=10，BC=12，AC=6 である △ABC において，∠A の二等分線と辺 BC の交点を D とする。次のものを求めよ。



(1) BD : DC

$10:6 = 5:3$

(2) 線分 BD の長さ

BD = x とおくと

$5:3 = x : 12-x$

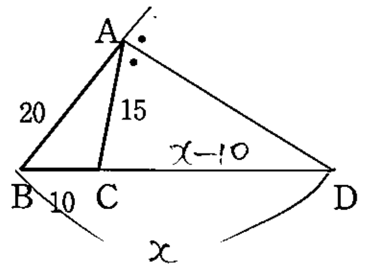
$3x = 60-5x$

$8x = 60$

$x = \frac{15}{2}$

よって $BD = \frac{15}{2}$

3 AB=20，BC=10，AC=15 である △ABC において，∠A の外角の二等分線と辺 BC の延長との交点を D とする。線分 BD の長さを求めよ。



$BD:CD = 20:15$

$= 4:3$

BD = x とおくと

$4:3 = x : x-10$

$3x = 4x-40$

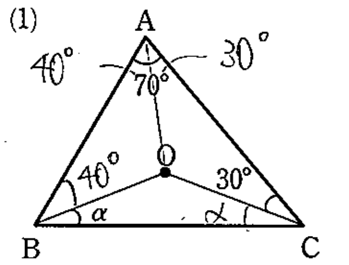
$x = 40$

よって $BD = 40$

【外心】

4 下の図で，点 O は △ABC の外心である。α を求めよ。

(1)

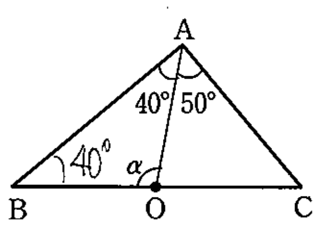


$70°+(40°+α)+(30°+α)=180°$

$2α = 40°$

$α = 20°$

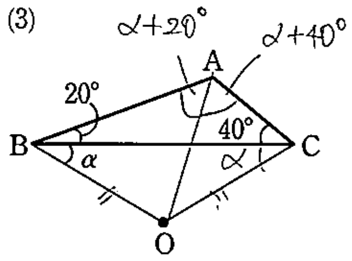
(2)



$α = 180°-80°$

$= 100°$

(3)



$20°+40°+(2α+60°)=180°$

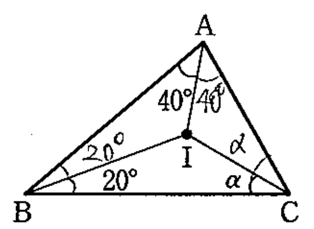
$2α = 60°$

$α = 30°$

【内心】

5 下の図で，点 I は △ABC の内心である。α を求めよ。

(1)

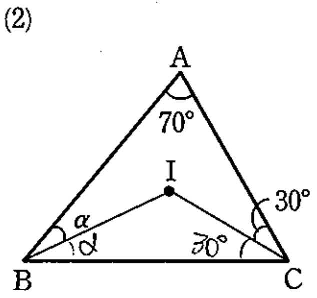


$40°+80°+2α=180°$

$2α = 60°$

$α = 30°$

(2)

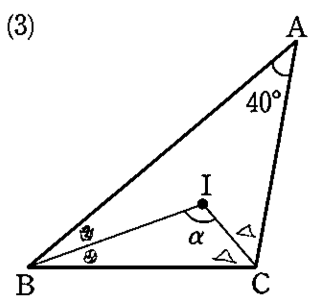


$70°+60°+2α=180°$

$2α = 50°$

$α = 25°$

(3)



$2●+2△+40°=180°$

$2●+2△=140°$

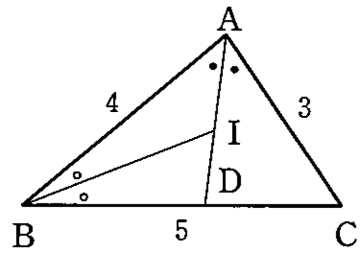
$●+△=70°$

$α = 180°-(●+△)$

$= 180°-70°$

$= 110°$

6 AB=4，BC=5，CA=3 である △ABC の内心を I とする。直線 AI と辺 BC の交点を D とするとき，次のものを求めよ。



(1) 線分 BD の長さ

$BD:DC = 4:3$

BD = x とおくと

$4:3 = x:(5-x)$

$3x = 20-4x$

$7x = 20$

$x = \frac{20}{7}$

よって $BD = \frac{20}{7}$

(2) AI : ID

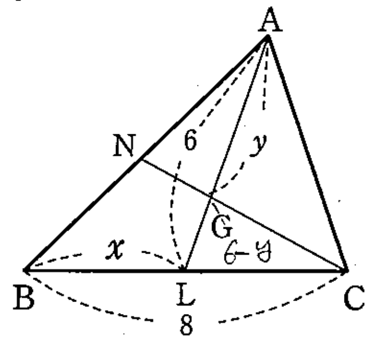
$AI:ID = 4 : \frac{20}{7}$

$= 28:20$

$= 7:5$

【重心】

7 次の図において，点 G は △ABC の重心である。x，y の値を求めよ。



$x = 4$

$y : 6-y = 2:1$

$2(6-y) = y$

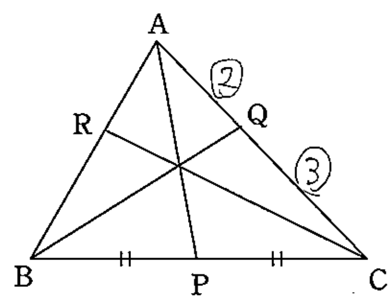
$12-2y = y$

$3y = 12$

$y = 4$

【チェバの定理】

8 次の図の △ABC において，AQ : QC = 2 : 3，BP = PC である。AR : RB を求めよ。



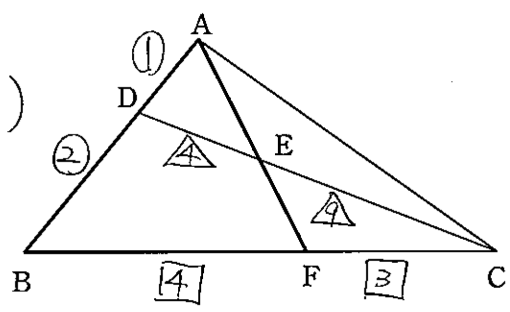
$\frac{1}{1} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{AR}{RB} = 1$ (チェバ)

$\frac{AR}{RB} = \frac{2}{3}$

よって $AR:RB = 2:3$

【メネラウスの定理】

9 次の図の △ABC において，AD : DB = 1 : 2，CE : ED = 9 : 4 とするとき，次の比を求めよ。



(1) BF : FC

$\frac{3}{1} \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{FC}{BF} = 1$ (メネラウス)

$\frac{FC}{BF} = \frac{3}{4}$

$BF:FC = 4:3$

(2) AE : EF

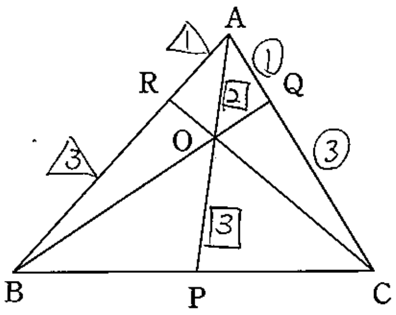
$\frac{7}{3} \cdot \frac{EF}{AE} \cdot \frac{1}{2} = 1$ (メネラウス)

$\frac{EF}{AE} = \frac{6}{7}$

$AE:EF = 7:6$

10 △ABCの辺AB，ACを1：3に内分する点を，それぞれR，Qとする。線分BQとCRの交点をOとし，直線AOと辺BCの交点をPとする。

(1) BP：PC を求めよ。



$\frac{BP}{PC}\cdot\frac{3}{1}\cdot\frac{1}{3}=1$ （チェバ）

$\frac{BP}{PC}=1$

よって

$BP:PC=1:1$

(2) △OBC：△ABC を求めよ。

$\frac{2}{1}\cdot\frac{PO}{OA}\cdot\frac{1}{3}=1$ （メネラウス）

$\frac{PO}{OA}=\frac{3}{2}$

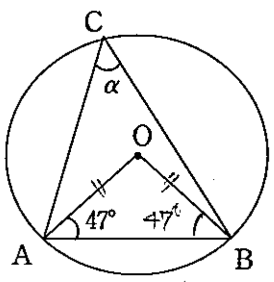
$PO:OA=3:2$

よって $\triangle OBC:\triangle ABC=3:5$

【円周角の定理】

11 下の図において，α，βを求めよ。ただし，Oは円の中心である。

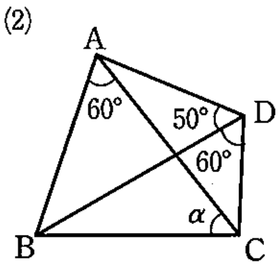
(1)



$\angle AOB=180^\circ-94^\circ$
$=86^\circ$

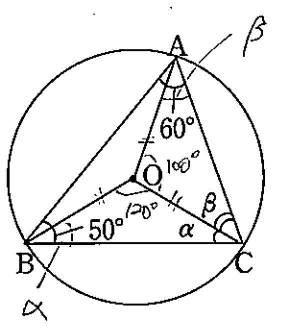
$2\alpha=86^\circ$
$\alpha=43^\circ$

(2)



$\alpha=50^\circ$

(3)



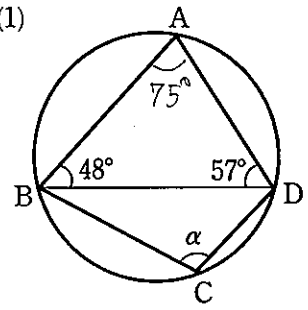
$\alpha+\alpha+120^\circ=180^\circ$
$2\alpha=60^\circ$
$\alpha=30^\circ$

$\beta+\beta+100^\circ=180^\circ$
$2\beta=80^\circ$
$\beta=40^\circ$

【円に内接する四角形】

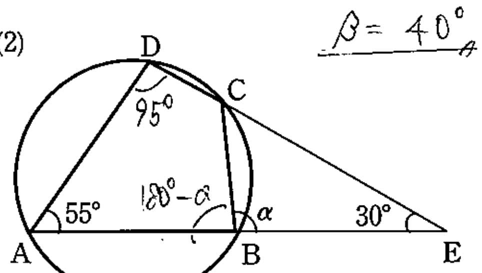
12 下の図において，αを求めよ。

(1)



$180-75^\circ$
$=105^\circ$

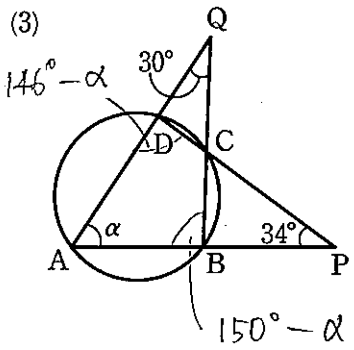
(2)



$\angle ADE=180^\circ-85^\circ$
$=95^\circ$

$(180^\circ-\alpha)+95^\circ=180^\circ$
$\alpha=95^\circ$

(3)

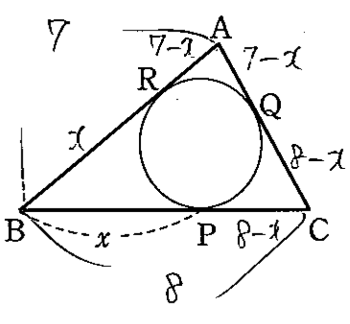


$146^\circ-\alpha+150^\circ-\alpha=180^\circ$
$2\alpha=116^\circ$
$\alpha=58^\circ$

【接線の長さ】

13 △ABCにおいて，AB=7，BC=8であるとする。この三角形の内接円と辺BC，CA，ABとの接点を，それぞれP，Q，Rとするとき，次の問いに答えよ。

(1) BPの長さをxとするとき，AQとQCの長さを，それぞれxで表せ。



$AQ=7-x$
$CQ=8-x$

(2) CA=5であるとき，BPの長さを求めよ。

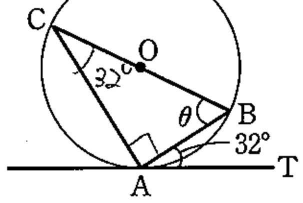
$(7-x)+(8-x)=5$
$-2x+15=5$
$2x=10$
$x=5$

よって $BP=5$

【接弦定理】

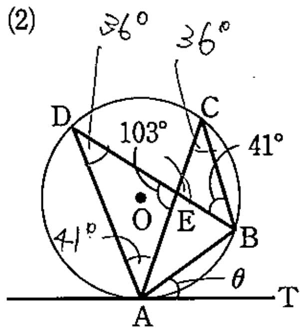
14 下の図において，直線ATは円Oの接線，Aはその接点である。角θを求めよ。

(1)



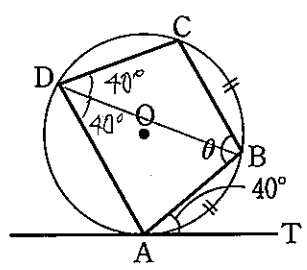
$\theta=58^\circ$

(2)



$\theta=36^\circ$

(3) $\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}$

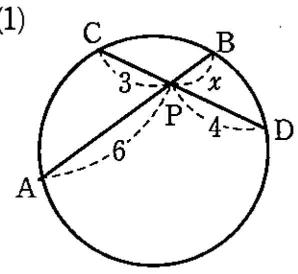


$\theta=100^\circ$

【方べきの定理】

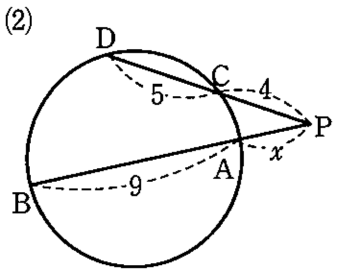
15 下の図において，xの値を求めよ。

(1)



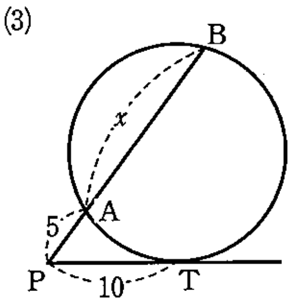
$6x=12$
$x=2$

(2)



$x(x+9)=4\cdot9$
$x^2+9x-36=0$
$(x+12)(x-3)=0$
$x=3$

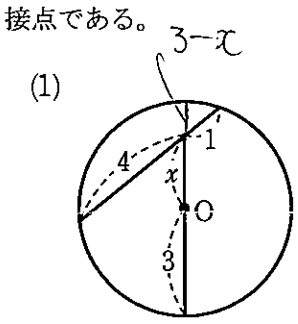
(3)



$5\cdot(x+5)=10^2$
$5x=100-25$
$5x=75$
$x=15$

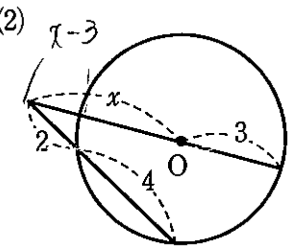
16 下の図において，xを求めよ。ただし，Oは円の中心，直線PTは円の接線で，Tは接点である。

(1)



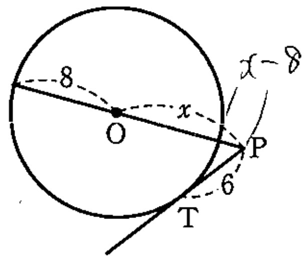
$(3-x)(3+x)=4\cdot1$
$9-x^2=4$
$x^2=5$
$x=\sqrt{5}$

(2)



$(x-3)(x+3)=2\cdot6$
$x^2-9=12$
$x^2=21$
$x=\sqrt{21}$

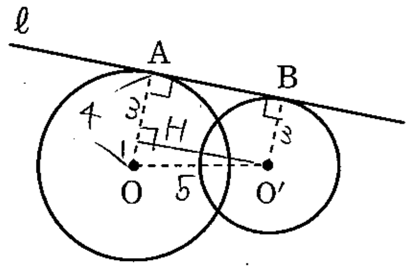
(3)



$(x-8)(x+8)=6^2$
$x^2-64=36$
$x^2=100$
$x=10$

【共通接線】

17 次の図において，直線ℓは2つの円O，O′の共通接線で，A，Bは接点である。円O，O′の半径を，それぞれ4，3とし，O，O′間の距離を5とするとき，線分ABの長さを求めよ。



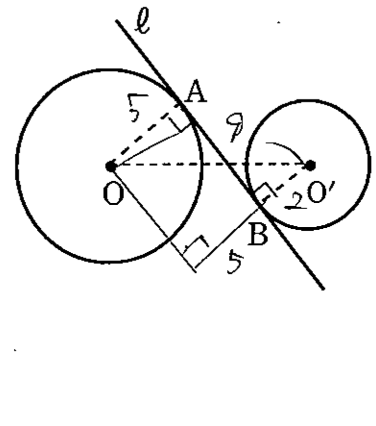
右図ように点Hをとると，

$OH^2=5^2-1^2$
$=24$

$OH>0$ より $OH=2\sqrt{6}$

よって $AB=2\sqrt{6}$

18 次の図において，直線ℓは2つの円O，O′の共通接線で，A，Bは接点である。円Oの半径を5，円O′の半径を2とし，O，O′間の距離を9とするとき，線分ABの長さを求めよ。



右図のように点Hをとると

$OH^2=9^2-7^2$
$=81-49$
$=32$

$OH>0$ より $OH=4\sqrt{2}$

よって $AB=4\sqrt{2}$