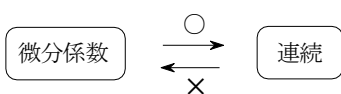


微分法（公式）

微分係数

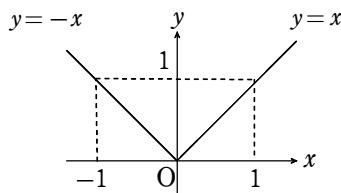
$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

微分係数と連続



反例

$$f(x) = |x|$$



導関数

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

積の微分

$$(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$$

$$(f \cdot g \cdot h)' = f' \cdot g \cdot h + f \cdot g' \cdot h + f \cdot g \cdot h'$$

例

$$(1) \quad y = x \sin x$$

$$y' = \sin x + x \cos x$$

$$(2) \quad y = (x+2)(x-1)(x-5)$$

$$\begin{aligned} y' &= (x-1)(x-5) + (x+2)(x-5) + (x+2)(x-1) \\ &= x^2 - 6x + 5 + x^2 - 3x - 10 + x^2 + x - 2 \\ &= 3x^2 - 8x - 7 \end{aligned}$$

商の微分

$$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f' \cdot g - f \cdot g'}{g^2} \quad \text{とくに} \quad \left(\frac{1}{g}\right)' = -\frac{g'}{g^2}$$

例

$$(1) \quad y = \frac{x^2}{x+3}$$

$$\begin{aligned} y' &= \frac{2x(x+3) - x^2}{(x+3)^2} \\ &= \frac{x^2 + 6x}{(x+3)^2} \end{aligned}$$

$$(2) \quad y = \frac{1}{2x-3}$$

$$y' = -\frac{2}{(2x-3)^2}$$

合成関数の微分

$$\{f(g(x))\}' = f'(g(x)) g'(x)$$

例

$$y' = (4-3x)^5$$

$$\begin{aligned} y' &= 5(4-3x)^4(4-3x)' \\ &= -15(4-3x)^4 \end{aligned}$$

三角関数の導関数

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

対数関数の導関数

$$(\log x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \log a}$$

指数関数の導関数

$$(e^x)' = e^x$$

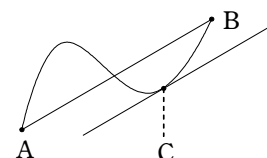
$$(a^x)' = a^x \log a$$

平均値の定理

$f(x)$ が $a < x < b$ で微分可能のとき

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = f'(c) \quad (a < c < b)$$

を満たす c が存在 (少なくとも 1 つは存在)



例

$f(x) = x^2$ は $-1 < x < 2$ で微分可能

$$\frac{f(2) - f(-1)}{2 - (-1)} = f'(c) \quad (a < c < b) \quad \text{を満たす } c \text{ が存在}$$

e の極限

$$\textcircled{1} \quad \lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e$$

$$\textcircled{2} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$$

$$\textcircled{3} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1+x)}{x} = 1$$

$$\textcircled{4} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$$