

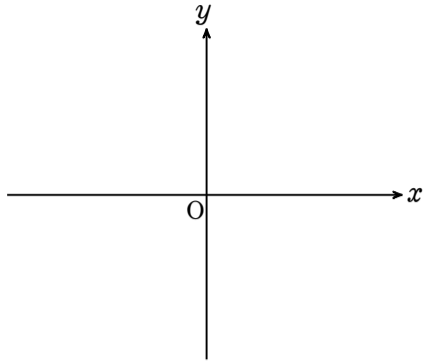
式と曲線①

1 【放物線】

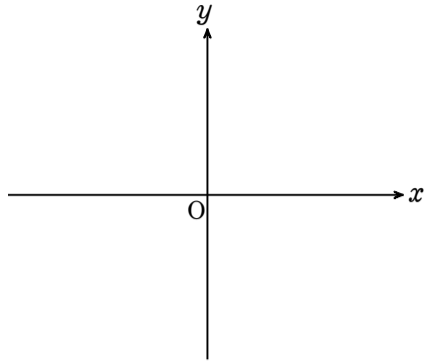
次の放物線の概形をかけ。また、その焦点と準線を求めよ。

(1) $y^2 = 8x$

(2) $y^2 = -4x$

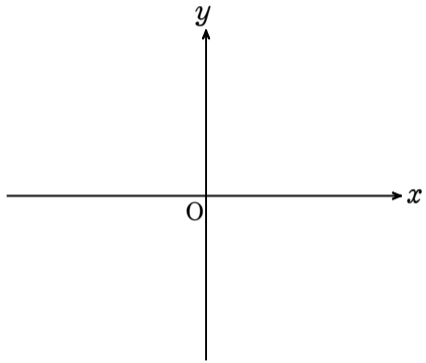


焦点 (,)
準線



焦点 (,)
準線

(3) $y^2 = x$



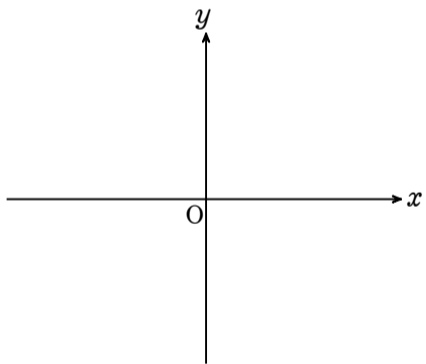
焦点 (,)
準線

2

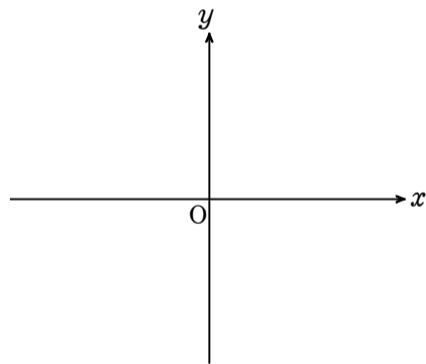
次の放物線の概形をかけ。また、その焦点と準線を求めよ。

(1) $x^2 = 4y$

(2) $y = -2x^2$



焦点 (,)
準線



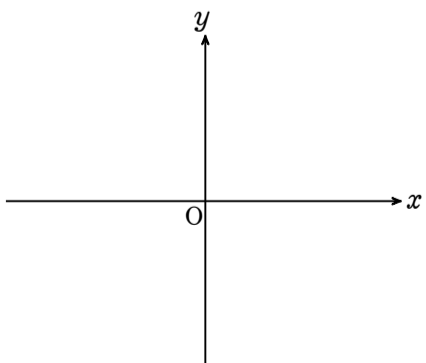
焦点 (,)
準線

3 【楕円】

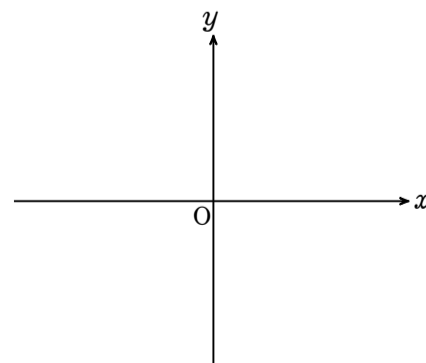
次の楕円の概形をかけ。また、その焦点の座標、長軸の長さ、短軸の長さを求めよ。

(1) $\frac{x^2}{5^2} + \frac{y^2}{3^2} = 1$

(2) $\frac{x^2}{9} + y^2 = 1$

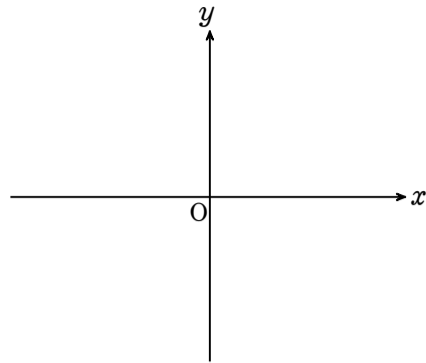


焦点 (,) (,)
長軸の長さ
短軸の長さ



焦点 (,) (,)
長軸の長さ
短軸の長さ

(3) $x^2 + 16y^2 = 16$



焦点 (,) (,)
長軸の長さ
短軸の長さ

4

次の2次曲線の方程式を求めよ。

(1) 焦点が点 $(-2, 0)$ で、準線が直線 $x = 2$

(2) 2点 $(\sqrt{3}, 0)$, $(-\sqrt{3}, 0)$ を焦点とし、焦点からの距離の和が 4

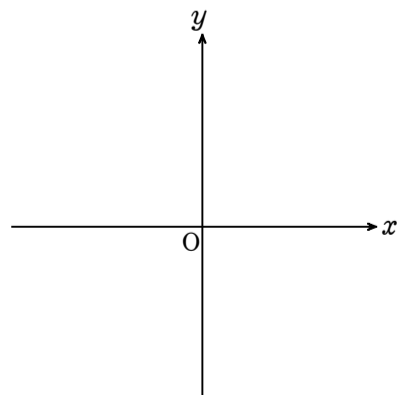
(3) 2点 $(2, 0)$, $(-2, 0)$ を焦点とし、長軸の長さが 6

5

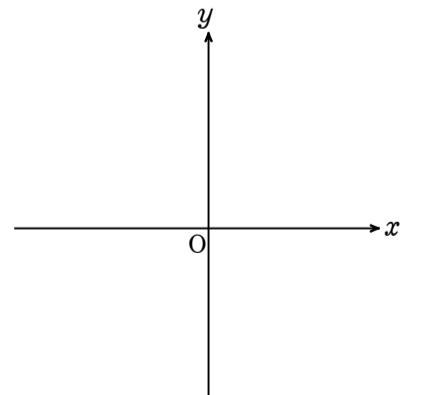
次の楕円の概形をかけ。また、その焦点の座標、長軸の長さ、短軸の長さを求めよ。

(1) $\frac{x^2}{2^2} + \frac{y^2}{3^2} = 1$

(2) $x^2 + \frac{y^2}{25} = 1$



焦点 (,) (,)
長軸の長さ
短軸の長さ



焦点 (,) (,)
長軸の長さ
短軸の長さ

式と曲線②

6 円 $x^2 + y^2 = 2^2$ を、次のように拡大または縮小して得られる楕円の方程式を求めよ。

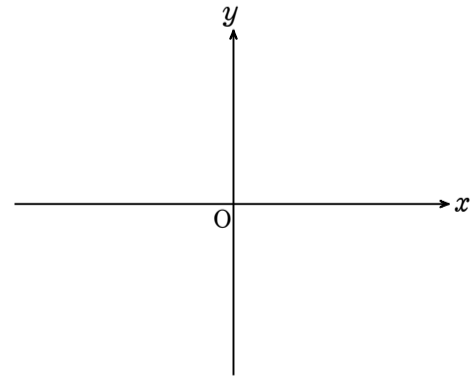
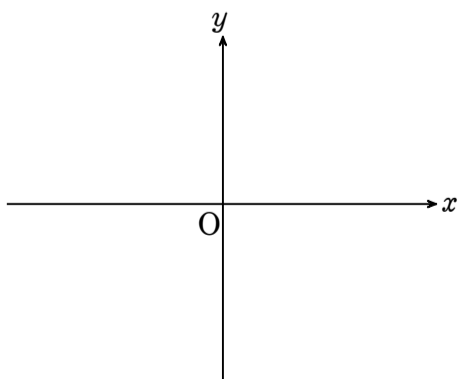
(1) x 軸をもとにして y 軸方向に $\frac{3}{2}$ 倍

(2) y 軸をもとにして x 軸方向に 2 倍

7 座標平面上において、長さ 7 の線分 AB の端点 A は x 軸上を、端点 B は y 軸上を動くとき、線分 AB を 3 : 4 に内分する点 P の軌跡を求めよ。

8 【双曲線】 その双曲線の概形をかけ。また、その焦点、頂点、漸近線を求めよ。

(1) $\frac{x^2}{5^2} - \frac{y^2}{4^2} = 1$ (2) $x^2 - \frac{y^2}{4} = 1$



焦点 (,) (,)

焦点 (,) (,)

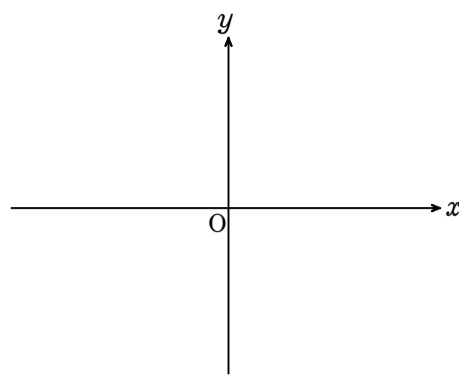
頂点 (,) (,)

頂点 (,) (,)

漸近線 _____

漸近線 _____

(3) $x^2 - 9y^2 = 9$



焦点 (,) (,)

頂点 (,) (,)

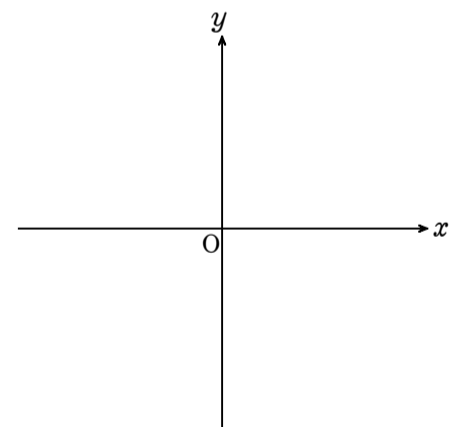
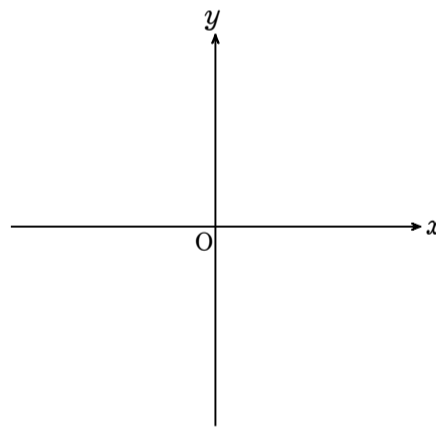
漸近線 _____

9 2点 (5, 0), (-5, 0) を焦点とし、焦点からの距離の差が 8 である双曲線の方程式を求めよ。

10 2点 (2, 0), (-2, 0) を焦点とする直角双曲線の方程式を求めよ。

11 その双曲線の概形をかけ。また、その焦点、頂点、漸近線を求めよ。

(1) $\frac{x^2}{3^2} - \frac{y^2}{2^2} = -1$ (2) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{25} = -1$



焦点 (,) (,)

焦点 (,) (,)

頂点 (,) (,)

頂点 (,) (,)

漸近線 _____

漸近線 _____

12 【平行移動】 楕円 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ を、 x 軸方向に 3, y 軸方向に -2 だけ平行移動するとき、移動後の楕円の方程式と焦点の座標を求めよ。

式と曲線③

13

放物線 $y^2=4x$ を x 軸方向に -1 , y 軸方向に 2 だけ平行移動するとき, 移動後の放物線の方程式と焦点の座標を求めよ。

14

次の方程式はどのような図形を表すか。

(1) $x^2+4y^2+6x-8y+9=0$

(2) $y^2+8y-16x=0$

(3) $4x^2-9y^2-16x-36y-56=0$

15 【2次曲線と直線】

k は定数とする。双曲線 $x^2-2y^2=4$ と直線 $y=x+k$ の共有点の個数を求めよ。

16

楕円 $x^2+4y^2=4$ と直線 $y=x+2$ の2つの交点を P, Q とするとき, 線分 PQ の中点 M の座標を求めよ。

17 【2次曲線の接線の方程式】

次の曲線上の点 P における接線の方程式を求めよ。

(1) 放物線 $y^2=4x$, $P(1, 2)$

(2) $\frac{x^2}{12}+\frac{y^2}{4}=1$, $P(3, 1)$

18

点 $C(4, 0)$ から放物線 $y^2=-4x$ に接線を引くとき, その接線の方程式を求めよ。

式と曲線④

19 【離心率】

点 $F(4, 0)$ からの距離と、直線 $x=1$ からの距離の比が $2:1$ である点 P の軌跡を求めよ。

20 【媒介変数表示】

媒介変数表示される次の曲線について、 t を消去して x, y の方程式を求めよ。

(1) $x=t+1, y=t^2+4t$

(2) $x=2t, y=2t-t^2$

21

放物線 $y=-x^2+4tx+2t$ の頂点は、 t の値が変化するとき、どのような曲線を描くか。

22

角 θ を媒介変数として、次の楕円を表せ。

(1) $\frac{x^2}{3^2} + \frac{y^2}{2^2} = 1$

(2) $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1$

23

θ が変化するとき、点 $P\left(\frac{3}{\cos\theta}, 2\tan\theta\right)$ は双曲線 $\frac{x^2}{3^2} - \frac{y^2}{2^2} = 1$ 上を動くことを示せ。

24

角 θ を媒介変数として、次の双曲線を表せ。

(1) $\frac{x^2}{5^2} - \frac{y^2}{4^2} = 1$

(2) $\frac{x^2}{4^2} - \frac{y^2}{3^2} = -1$

25

次の媒介変数表示は、どのような曲線を表すか。

(1) $x=3\cos\theta+2, y=3\sin\theta-1$

(2) $x=3\cos\theta+1, y=2\sin\theta+3$

式と曲線⑤

26 【サイクロイド】

半径 3 の円が x 軸上をすべることなく回転していくとき、円上の定点 P の描くサイクロイドの媒介変数表示を求めよ。ただし、点 P の最初の位置を原点 O 、円の中心の最初の位置を点 $(0, 3)$ とする。

(1) $\left(2, \frac{\pi}{6}\right)$

(2) $\left(\sqrt{2}, \frac{\pi}{4}\right)$

(3) $(3, \pi)$

28

直交座標が次のような点の極座標を求めよ。ただし、偏角 θ の範囲は $0 \leq \theta \leq 2\pi$ とする。

(1) $(2, 2)$

(2) $(-1, \sqrt{3})$

(3) $(-\sqrt{3}, -1)$

29 【極方程式】

極座標に関して、次の円や直線の極方程式を求めよ。

(1) 極 O を中心とする半径 3 の円

(2) 点 $(2, 0)$ を通り、始線に垂直な直線

(3) 点 $\left(2, \frac{\pi}{2}\right)$ を通り、始線に平行な直線

(4) 極 O を通り、始線 OX となす角が $\frac{2}{3}\pi$ の直線

(5) 中心 A の極座標が $(3, 0)$ である半径 3 の円

式と曲線⑥

30

O を極とする。極座標が $\left(3, \frac{\pi}{4}\right)$ である点 A を通り、OA に垂直な直線 l の極方程式を求めよ。

31

中心の極座標が $\left(3, \frac{\pi}{6}\right)$ 、半径 3 である円の極方程式を求めよ。

32 【直交座標と極方程式】

楕円 $x^2 + 2y^2 = 4$ を極方程式で表せ。

33

次の極方程式の表す曲線を、直交座標の x, y の方程式で表せ。

$$(1) \quad r = \frac{1}{\sin \theta + \cos \theta}$$

$$(2) \quad r = 2 \sin \theta$$

$$(3) \quad r \cos\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right) = 2$$

$$(4) \quad r = \frac{1}{1 + \cos \theta}$$

34

点 A, B の極座標を、それぞれ $\left(2, \frac{\pi}{6}\right)$, $\left(4, \frac{5}{6}\pi\right)$ とする。次の問いに答えよ。

(1) 2 点 A, B 間の距離 AB を求めよ。

(2) 2 点 A, B を通る直線の極方程式を求めよ。

35

始線 OX 上の点 A (2, 0) を通り、始線に垂直な直線を l とする。点 P (r, θ) から l に下ろした垂線を PH とするとき、 $\frac{OP}{PH} = \frac{1}{2}$ であるような P の軌跡を、極方程式で表せ。