

三角関数① (公式)

弧度法

度数 → 弧度 $\frac{\pi}{180^\circ}$ をかける

弧度 → 度数 π を 180° にする

例

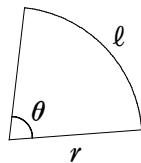
$$72^\circ = 72 \times \frac{\pi}{180} = \frac{2}{5}\pi$$

$$\frac{4}{15}\pi = \frac{4}{15} \times 180^\circ = 48^\circ$$

扇形

弧の長さ $\ell = r\theta$

面積 $S = \frac{1}{2}r^2\theta$
 $= \frac{1}{2}r\ell$

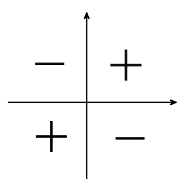
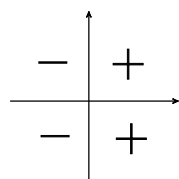
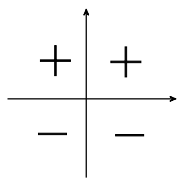


三角比

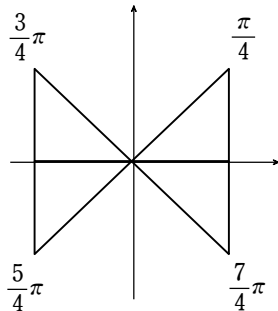
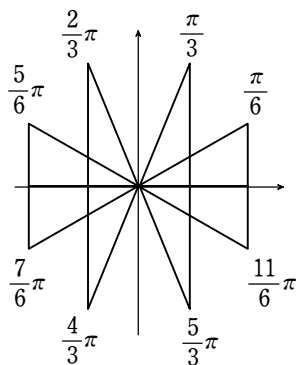
$$\sin \theta = \frac{\text{タテ}}{\text{ナナメ}}$$

$$\cos \theta = \frac{\text{ヨコ}}{\text{ナナメ}}$$

$$\tan \theta = \frac{\text{タテ}}{\text{ヨコ}}$$



$$\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{4}$$

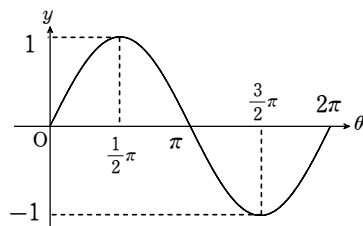


三角比の相互関係

$$\begin{cases} \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \\ \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \\ \tan^2 \theta + 1 = \frac{1}{\cos^2 \theta} \end{cases} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \div \cos^2 \theta$$

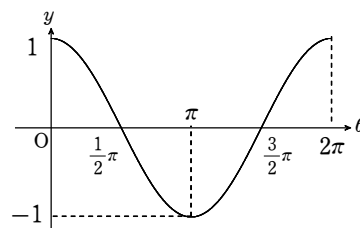
三角関数のグラフ

$$y = \sin \theta$$



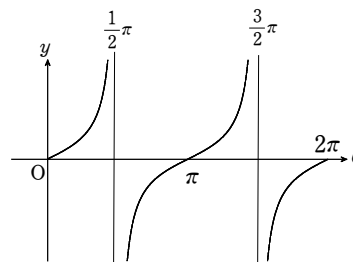
周期 2π

$$y = \cos \theta$$



周期 2π

$$y = \tan \theta$$



周期 π

グラフの拡大縮小・平行移動

$$y = \bigcirc \sin \theta \quad \text{タテに拡大縮小}$$

$$y = \sin \triangle \theta \quad \text{ヨコに拡大縮小}$$

$$y = \sin \theta + \times \quad \text{タテに平行移動}$$

$$y = \sin (\theta + \square) \quad \text{ヨコに平行移動}$$

三角関数② (公式)

還元公式

$$\begin{cases} \sin(-\theta) = -\sin \theta \\ \cos(-\theta) = \cos \theta \\ \tan(-\theta) = -\tan \theta \end{cases} \quad \begin{cases} \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cos \theta \\ \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \sin \theta \\ \tan\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \frac{1}{\tan \theta} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin(\theta + \pi) = -\sin \theta \\ \cos(\theta + \pi) = -\cos \theta \\ \tan(\theta + \pi) = \tan \theta \end{cases} \quad \begin{cases} \sin\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = \cos \theta \\ \cos\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin \theta \\ \tan\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{1}{\tan \theta} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin(\pi - \theta) = \sin \theta \\ \cos(\pi - \theta) = -\cos \theta \\ \tan(\pi - \theta) = -\tan \theta \end{cases} \quad \begin{cases} \sin\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = \cos \theta \\ \cos\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin \theta \\ \tan\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{1}{\tan \theta} \end{cases}$$

還元公式の解き方

① $\sin \theta$, $\cos \theta$ の決定

$\frac{\pi}{2}$ なら $\sin \theta \rightarrow \cos \theta$, $\cos \theta \rightarrow \sin \theta$

π なら $\sin \theta \rightarrow \sin \theta$, $\cos \theta \rightarrow \cos \theta$

② $\oplus \ominus$ の決定

$\theta = \frac{1}{3}\pi$ と考えて、そのときの符号をつける。

※ $\tan \theta$ は $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$ を利用。

例1 $\sin(\theta + \pi)$

① π なので $\sin \theta \rightarrow \sin \theta$

② $\sin\left(\frac{1}{3}\pi + \pi\right) = \sin \frac{4}{3}\pi$ の符号は $\ominus$

よって

$$\sin(\theta + \pi) = \ominus \sin \theta$$

例2 $\cos\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right)$

① $\frac{\pi}{2}$ なので $\cos \theta \rightarrow \sin \theta$

② $\cos\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2}\right) = \cos \frac{5}{6}\pi$ の符号は $\ominus$

よって

$$\cos\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = \ominus \sin \theta$$

加法定理

$$\begin{cases} \sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta \\ \sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta \end{cases}$$

最高の 交際は

$$\begin{cases} \cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \\ \cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta \end{cases}$$

高校の 歳々

$$\begin{cases} \tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} \\ \tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta} \end{cases}$$

イチマイナスタンタンブンノ タンプラスタン



倍角

$$\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$= 1 - 2\sin^2 \alpha$$

$$= 2\cos^2 \alpha - 1$$

$$\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$$

半角

$$\sin^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{2}$$

$$\cos^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 + \cos \alpha}{2}$$

$$\tan^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}$$

3 倍角

$$\sin 3\alpha = 3\sin \alpha - 4\sin^3 \alpha$$

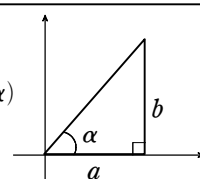
サンシャイン引いて夜風が身にしみる

$$\cos 3\alpha = 4\cos^3 \alpha - 3\cos \alpha$$

良い子のみんなで引っばる神輿

合成関数

$$a \sin \theta + b \cos \theta = \sqrt{a^2 + b^2} \sin(\theta + \alpha)$$



$$\text{ただし } \sin \alpha = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}, \cos \alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$