

式と計算①

【単項式の次数と係数】

1 次の単項式の次数と係数をいえ。

(1) $6x^2$ (2) x
 次数 2 係数 6 次数 1 係数 1

(3) $-x^2y^2$ (4) $-3abc$
 次数 4 係数 -1 次数 3 係数 -3

2 次の単項式で [] 内の文字に着目したとき、その係数と次数をいえ。

(1) $2ax^3$ [x] (2) $3a^2x$ [a]
 次数 3 係数 2a 次数 1 係数 3a

(3) $-6ax^2y$ [xとy]
 次数 3 係数 -6a

【整式の整理】

3 次の整式は何次式か。

(1) x^3+4x^2-5 (2) $1+6a-8a^2-3a^4$
3 次式 4 次式

4 整式 $ax^3-x^2y+by^2+c$ は、次の文字に着目すると何次式か。また、そのときの定数項は何か。

(1) x (2) y (3) x と y
3 次式 2 次式 3 次式
 定数項 by^2+c 定数項 ax^3+c 定数項 c

5 次の整式を、 x について降べきの順に整理せよ。

(1) $4a^2+ax+2x-3a$
 $= ax+2x+4a^2-3a$
 $= \underline{(a+2)x+4a^2-3a}$

(2) $x^2+3xy+2y^2-x-3y-2$
 $= x^2+3yx-x+2y^2-3y-2$
 $= \underline{x^2+(3y-1)x+2y^2-3y-2}$

【整式の加法と減法】

6 次の整式 A, B について、 $A+B$ と $A-B$ を計算せよ。

(1) $A=2x^2+3x-1, B=4x^2-5x-6$
 $A+B = \underline{6x^2-2x-7}$
 $A-B = \underline{-2x^2+8x+5}$

(2) $A=-3x^2-2x+4x^3+5, B=2x^3+7-3x^2$

$A+B = -3x^2-2x+4x^3+5+2x^3+7-3x^2$
 $= \underline{6x^3-6x^2-2x+12}$

$A-B = -3x^2-2x+4x^3+5-2x^3-7+3x^2$
 $= \underline{2x^3-2x-2}$

7 $A=x^2+4x-3, B=2x^2-x+4$ とする。次の式を計算せよ。

(1) $A+2B = x^2+4x-3+4x^2-2x+8$
 $= \underline{5x^2+2x+5}$

(2) $2A-3B = 2x^2+8x-6-6x^2+3x-12$
 $= \underline{-4x^2+11x-18}$

(3) $A+B-2(A-B) = A+B-2A+2B$
 $= -A+3B$
 $= -x^2-4x+3+6x^2-3x+12$
 $= \underline{5x^2-7x+15}$

【単項式の乗法】

8 次の式を計算せよ。

(1) $2a^3 \times 4a^2 = \underline{8a^5}$

(2) $3x^2y \times (-2x^3y^2) = \underline{-6x^5y^3}$

(3) $(-3x^2y)^3 = \underline{-27x^6y^3}$

【整式の乗法】

9 次の式を展開し、 x について降べきの順に整理せよ。

(1) $(x^2+ax-1)(x+a) = x^3+ax^2-x+ax^2+a^2x-a$
 $= \underline{x^3+2ax^2+(a^2-1)x-a}$

(2) $(ax+b)(cx+d) = acx^2+adax+bcx+bd$
 $= \underline{a(cx^2+(ad+bc)x+bd)}$

式と計算②

10 次の式を展開せよ。

$$(1) 4x^2(2x^2-3x+5) = \underline{8x^4 - 12x^3 + 20x^2}$$

$$(2) (2x-1)(4x^2+3) = \underline{8x^3 - 4x^2 + 6x - 3}$$

$$(3) (2x^2+x-3)(x-2) = 2x^3 + x^2 - 3x - 4x^2 - 2x + 6 \\ = \underline{2x^3 - 3x^2 - 5x + 6}$$

$$(4) (2x^2+3)(x^2-4x-1) = 2x^4 - 8x^3 - 2x^2 + 3x^2 - 12x - 3 \\ = \underline{2x^4 - 8x^3 + x^2 - 12x - 3}$$

【展開の公式】

11 次の式を展開せよ。

$$(1) (2x+5)^2 = \underline{4x^2 + 20x + 25}$$

$$(2) (2x-3y)^2 = \underline{4x^2 - 12xy + 9y^2}$$

$$(3) (5x+4y)(5x-4y) = \underline{25x^2 - 16y^2}$$

$$(4) (x+1)(x+5) = \underline{x^2 + 6x + 5}$$

$$(5) (x-3)(x+8) = \underline{x^2 + 5x - 24}$$

$$(6) (x-y)(x-4y) = \underline{x^2 - 5xy + 4y^2}$$

12 次の式を展開せよ。

$$(1) (2x+1)(4x+5) = \underline{8x^2 + 14x + 5}$$

$$(2) (x+4)(2x-3) = \underline{2x^2 + 5x - 12}$$

$$(3) (3x-7)(x+2) = \underline{3x^2 - x - 14}$$

$$(4) (2x-5)(2x-1) = \underline{4x^2 - 12x + 5}$$

$$(5) (x+2y)(3x-y) = \underline{3x^2 + 5xy - 2y^2}$$

$$(6) (3x-2a)(4x-3a) = \underline{12x^2 - 17ax + 6a^2}$$

13 次の式を展開せよ。

$$(1) (a+b-c)^2 = \underline{a^2 + b^2 + c^2 + 2ab - 2bc - 2ac}$$

$$(2) (x+2y+3z)^2 \\ = x^2 + 4y^2 + 9z^2 + 2 \cdot x \cdot 2y + 2 \cdot 2y \cdot 3z + 2 \cdot 3z \cdot x \\ = \underline{x^2 + 4y^2 + 9z^2 + 4xy + 12yz + 6zx}$$

【展開の工夫】

14 次の式を展開せよ。

$$(1) (x^2+3x+2)(x^2-3x+2) \\ = (x^2+2+3x)(x^2+2-3x) \\ = (A+3x)(A-3x) \quad (A=x^2+2) \\ = A^2 - 9x^2 \\ = (x^2+2)^2 - 9x^2 \\ = x^4 + 4x^2 + 4 - 9x^2 \\ = \underline{x^4 - 5x^2 + 4}$$

$$(2) (x-y-z)(x-y+z) \\ = (A-z)(A+z) \quad (A=x-y) \\ = A^2 - z^2 \\ = (x-y)^2 - z^2 \\ = x^2 - 2xy + y^2 - z^2$$

$$(3) (x+1)^2(x-1)^2 \\ = \{(x+1)(x-1)\}^2 \\ = (x^2-1)^2 \\ = \underline{x^4 - 2x^2 + 1}$$

$$(4) (x^2+1)(x+1)(x-1) \\ = (x^2+1)(x^2-1) \\ = (A+1)(A-1) \quad (A=x^2) \\ = A^2 - 1 \\ = \underline{x^4 - 1}$$

$$(5) (x-1)(x-2)(x-3)(x-4) \\ = (x-1)(x-4)(x-2)(x-3) \\ = (x^2-5x+4)(x^2-5x+6) \quad (A=x^2-5x) \\ = (A+4)(A+6) \\ = A^2 + 10A + 24 \\ = (x^2-5x)^2 + 10(x^2-5x) + 24 \\ = x^4 - 10x^3 + 25x^2 + 10x^2 - 50x + 24 \\ = \underline{x^4 - 10x^3 + 35x^2 - 50x + 24}$$

式と計算③

【共通因数による因数分解】

15 次の式を因数分解せよ。

(1) $12x^3 - 8x^2y$

$$= 4(3x^3 - 2x^2y)$$

$$= 4x^2(3x - 2y)$$

(2) $3a^2x + 6ax^2 + ax$

$$= a(3ax + 6x^2 + x)$$

$$= ax(3a + 6x + 1)$$

16 次の式を因数分解せよ。

(1) $(a+b)c + d(a+b)$

$$= Ac + dA \quad (A = a+b)$$

$$= A(c+d)$$

$$= (a+b)(c+d)$$

(2) $(x-2y)a + (2y-x)b$

$$= (x-2y)a - (x-2y)b$$

$$= Aa - Ab \quad (A = x-2y)$$

$$= A(a-b)$$

$$= (x-2y)(a-b)$$

【因数分解の公式】

17 次の式を因数分解せよ。

(1) $x^2 + 10x + 25$

$$= (x+5)^2$$

(2) $x^2 - 12x + 36$

$$= (x-6)^2$$

(3) $x^2 + 6xy + 9y^2$

$$= (x+3y)^2$$

(4) $4a^2 - 4ab + b^2$

$$= (2a-b)^2$$

(5) $16a^2 - 25b^2$

$$= (4a)^2 - (5b)^2$$

$$= (4a-5b)(4a+5b)$$

(6) $2x^2 - 18y^2$

$$= 2(x^2 - 9y^2)$$

$$= 2(x-3y)(x+3y)$$

18 次の式を因数分解せよ。

(1) $x^2 + 8x + 12$

$$= (x+6)(x+2)$$

$$\begin{array}{r} 1 \quad 6 \quad 6 \\ 1 \quad \times \quad 2 \quad 2 \\ \hline 8 \end{array}$$

(3) $a^2 - a - 20$

$$= (a-5)(a+4)$$

$$\begin{array}{r} 1 \quad -5 \quad -5 \\ 1 \quad \times \quad 4 \quad 4 \\ \hline -1 \end{array}$$

(5) $a^2 - 6ab + 8b^2$

$$= a^2 - 6ba + 8b^2$$

$$= (a-4b)(a-2b)$$

$$\begin{array}{r} 1 \quad -4b \quad -4b \\ 1 \quad \times \quad -2b \quad -2b \\ \hline -6b \end{array}$$

(2) $x^2 - 7x + 12$

$$= (x-4)(x-3)$$

$$\begin{array}{r} 1 \quad -4 \quad -4 \\ 1 \quad \times \quad -3 \quad -3 \\ \hline -7 \end{array}$$

(4) $x^2 + 5xy + 6y^2$

$$= x^2 + 5yx + 6y^2$$

$$= (x+3y)(x+2y)$$

$$\begin{array}{r} 1 \quad 3y \quad 3y \\ 1 \quad \times \quad 2y \quad 2y \\ \hline 5y \end{array}$$

(6) $x^2 - ax - 12a^2$

$$= (x-4a)(x+3a)$$

$$\begin{array}{r} 1 \quad 3a \quad 3a \\ 1 \quad \times \quad -4a \quad -4a \\ \hline -a \end{array}$$

19 次の式を因数分解せよ。

(1) $3x^2 + 7x + 2$

$$= (3x+1)(x+2)$$

$$\begin{array}{r} 3 \quad 1 \\ 1 \quad \times \quad 2 \quad 1 \\ \hline 6 \end{array}$$

(2) $2x^2 + 9x + 10$

$$= (2x+5)(x+2)$$

$$\begin{array}{r} 2 \quad 5 \quad 5 \\ 1 \quad \times \quad 2 \quad 2 \\ \hline 4 \quad 9 \end{array}$$

(3) $2x^2 - 13x + 6$

$$= (2x-1)(x-6)$$

$$\begin{array}{r} 2 \quad -1 \quad -1 \\ 1 \quad \times \quad -6 \quad -6 \\ \hline -12 \quad -13 \end{array}$$

(4) $4y^2 + 5y - 21$

$$= (4y-7)(y+3)$$

$$\begin{array}{r} 4 \quad -7 \quad -7 \\ 1 \quad \times \quad 3 \quad 3 \\ \hline 12 \quad 5 \end{array}$$

(5) $3x^2 + 5xy - 2y^2$

$$= (3x-y)(x+2y)$$

$$\begin{array}{r} 3 \quad -1 \quad -1 \\ 1 \quad \times \quad 2 \quad 2 \\ \hline 6 \quad 5 \end{array}$$

(6) $6x^2 - 7ax - 3a^2$

$$= (3x+a)(2x-3a)$$

$$\begin{array}{r} 3 \quad 1 \quad 2 \\ 2 \quad \times \quad -3 \quad -3 \\ \hline -9 \quad -7 \end{array}$$

【因数分解の工夫】

20 次の式を因数分解せよ。

(1) $(x-y)^2 - 5(x-y) + 6$

$$= A^2 - 5A + 6 \quad (A = x-y)$$

$$= (A-3)(A-2)$$

$$= (x-y-3)(x-y-2)$$

(2) $2(x+3y)^2 - (x+3y) - 1$

$$= 2A^2 - A - 1 \quad (A = x+3y)$$

$$= (2A+1)(A-1)$$

$$= \{2(x+3y)+1\}(x+3y-1)$$

$$= (2x+6y+1)(x+3y-1)$$

(3) $(x+y)^2 - 9$

$$= A^2 - 9 \quad (A = x+y)$$

$$= (A+3)(A-3)$$

$$= (x+y+3)(x+y-3)$$

(4) $x^2 - (y-1)^2$

$$= x^2 - A^2 \quad (A = y-1)$$

$$= (x-A)(x+A)$$

$$= \{x-(y-1)\}(x+y-1)$$

$$= (x-y+1)(x+y-1)$$

式と計算④

(5) $x^4 - 8x^2 - 9$

$$= A^2 - 8A - 9 \quad (A = x^2)$$

$$= (A - 9)(A + 1)$$

$$= (x^2 - 9)(x^2 + 1)$$

$$= \underline{(x+3)(x-3)(x^2+1)}$$

(6) $x^4 - 16$

$$= A^2 - 16$$

$$= (A - 4)(A + 4)$$

$$= (x^2 - 4)(x^2 + 4)$$

$$= \underline{(x-2)(x+2)(x^2+4)}$$

21 次の式を因数分解せよ。

(1) $1 + 2ab + a + 2b$

次数の低い文字でくくる

$$= (2b + 1)a + (2b + 1)$$

$$= \underline{(2b + 1)(a + 1)}$$

(2) $a^2b + a - b - 1$

$$= (a^2 - 1)b + (a - 1)$$

$$= (a - 1)(a + 1)b + (a - 1)$$

$$= (a - 1) \{ (a + 1)b + 1 \}$$

$$= \underline{(a - 1)(ab + b + 1)}$$

22 次の式を因数分解せよ。

(1) $x^2 + 3xy + 2y^2 - 2x - 3y + 1$

次数が同じ → xに→して整理

$$= x^2 + (3y - 2)x + 2y^2 - 3y + 1$$

$$= x^2 + (3y - 2)x + (2y - 1)(y - 1)$$

$$= \underline{(x + 2y - 1)(x + y - 1)}$$

1	X	2y-1	2y-1
1		y-1	y-1
			3y-2

(2) $x^2 - xy - 6y^2 + 2x + 19y - 15$

$$= x^2 + (-y + 2)x - 6y^2 + 19y - 15$$

$$= x^2 + (-y + 2)x - (6y^2 - 19y + 15)$$

2	X	-3	-9
3		-5	-10
			-19

$$= x^2 + (-y + 2)x - (2y - 3)(3y - 5)$$

$$= \underline{(x + 2y - 3)(x - 3y + 5)}$$

1	X	2y-3	2y-3
1		-3y+5	-3y+5
			-y+2

23 次の式を因数分解せよ。

$$ab(a-b) + bc(b-c) + ca(c-a)$$

$$= a^2b - ab^2 + b^2c - bc^2 + c^2a - ca^2$$

$$= ba^2 - ca^2 - b^2a + c^2a + b^2c - bc^2$$

$$= (b-c)a^2 - (b^2-c^2)a + bc(b-c)$$

$$= (b-c)a^2 - (b+c)(b-c)a + bc(b-c)$$

$$= (b-c) \{ a^2 - (b+c)a + bc \}$$

$$= \underline{(b-c)(a-b)(a-c)}$$

1	X	-b	-b
1		-c	-c
			-b-c

【3次式の展開】

24 次の式を展開せよ。

(1) $(3a+b)^3 = (3a)^3 + 3 \cdot (3a)^2(b) + 3 \cdot (3a)(b)^2 + (b)^3$

$$= \underline{27a^3 + 27a^2b + 9ab^2 + b^3}$$

(2) $(x-2y)^3 = x^3 + 3x^2(-2y) + 3x(-2y)^2 + (-2y)^3$

$$= \underline{x^3 - 6x^2y + 12xy^2 - 8y^3}$$

【因数分解の公式】

25 次の式を展開せよ。 $x^2 + 4x + 4$

$x^2 - 6x + 9$

(1) $(x^2 + 2)(x^2 - 2x + 4)$

(2) $(x - 3)(x^2 + 3x + 9)$

$$= x^3 + 2^3$$

$$= \underline{x^3 + 8}$$

$$= x^3 - 3^3$$

$$= \underline{x^3 - 27}$$

(3) $(x + 3y)(x^2 - 3xy + 9y^2)$ $x^2 + 6xy + 9y^2$ (4) $(2x - a)(4x^2 + 2ax + a^2)$

$$= x^3 + (3y)^3$$

$$= \underline{x^3 + 27y^3}$$

$$= (2x)^3 - a^3$$

$$= \underline{8x^3 - a^3}$$

26 次の式を因数分解せよ。

(1) $x^3 - 1$

(2) $x^3 + 27a^3$

$$= \underline{(x-1)(x^2+x+1)}$$

$$= \underline{(x+3a)(x^2-3ax+9a^2)}$$

$x^2 - 2x + 1$

$x^2 + 6ax + 9a^2$

(3) $x^3 - 64$

(4) $125x^3 - y^3$

$$= x^3 - 4^3$$

$$= \underline{(x-4)(x^2+4x+16)}$$

$$= (5x)^3 - y^3$$

$$= \underline{(5x-y)(25x^2+5xy+y^2)}$$

$x^2 - 8x + 16$

$25x^2 - 10xy + y^2$