指数関数（公式）

累乗根の性質

① $\sqrt[\triangle]{a}\,\sqrt[\triangle]{b}=\sqrt[\triangle]{ab}$　　$\dfrac{\sqrt[\triangle]{a}}{\sqrt[\triangle]{b}}=\sqrt[\triangle]{\dfrac{a}{b}}$

② $(\sqrt[\triangle]{a})^{\bigcirc}=\sqrt[\triangle]{a^{\bigcirc}}$

③ $\sqrt[\bigcirc]{\sqrt[\triangle]{a}}=\sqrt[\bigcirc\triangle]{a}$

④ $\sqrt[\triangle]{a^{\bigcirc}}=a^{\frac{\bigcirc}{\triangle}}$

例

① $\sqrt[3]{2}\,\sqrt[3]{5}=\sqrt[3]{10}$　　$\dfrac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{5}}=\sqrt[3]{\dfrac{2}{5}}$

② $(\sqrt[3]{2})^4=\sqrt[3]{2^4}$

③ $\sqrt[4]{\sqrt[3]{2}}=\sqrt[12]{2}$

④ $\sqrt[3]{2^4}=2^{\frac{3}{4}}$

指数関数の性質

① $a^{\triangle}=\dfrac{1}{a^{-\triangle}}$　　$a^{-\triangle}=\dfrac{1}{a^{\triangle}}$

② $a^{\bigcirc}a^{\triangle}=a^{\bigcirc+\triangle}$　　$\dfrac{a^{\bigcirc}}{a^{\triangle}}=a^{\bigcirc-\triangle}$

③ $(a^{\bigcirc})^{\triangle}=a^{\bigcirc\triangle}$

④ $(ab)^{\triangle}=a^{\triangle}b^{\triangle}$

⑤ $\left(\dfrac{a}{b}\right)^{\triangle}=\dfrac{a^{\triangle}}{b^{\triangle}}$

例

① $2^{-3}=\dfrac{1}{2^3}$　　－を取ると分母分子が逆になる

② $2^4\times2^3=2^{4+3}$　　$\dfrac{2^4}{2^3}=2^{4-3}$　　足し算引き算になる

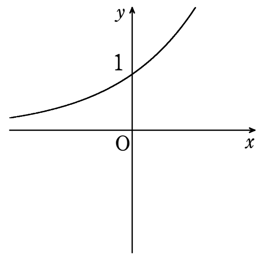
③ $(2^3)^4=2^{3\times4}$　　掛け算になる

④ $(2\cdot3)^4=2^4\cdot3^4$　　分配できる

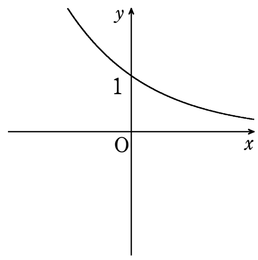
⑤ $\left(\dfrac{2}{3}\right)^4=\dfrac{2^4}{3^4}$　　分母分子に分けられる

指数関数のグラフ

$y=2^x$



$y=\left(\dfrac{1}{2}\right)^x$



例

$4^x-3\cdot2^x-4=0$ を解け。

解答

$(2^x)^2-3\cdot2^x-4=0$

$2^x=t$　とおくと　$(t>0)$

$t^2-3t-4=0$

$(t+1)(t-4)=0$

$t>0$　より

$t=4$

$2^x=t$　のとき

$t=2^x$　の t を y と考えると

$y=2^x$　のとき

グラフより

$y>0$　なので　$t>0$

という条件が出現する

大小関係

$\triangle>1$　のとき

$\triangle^{\bigcirc}>\triangle^{\square}$　$\Leftrightarrow$　$\bigcirc>\square$

$0<\triangle<1$　のとき　　不等号が逆になる

$\triangle^{\bigcirc}>\triangle^{\square}$　$\Leftrightarrow$　$\bigcirc<\square$

例

(1)　$2^x\geqq2^3$

底 $2>1$　より

$x\geqq3$

(2)　$\left(\dfrac{1}{2}\right)^x\geqq\left(\dfrac{1}{2}\right)^3$

底 $\dfrac{1}{2}<1$　より

$x\leqq3$

累乗，累乗根の大小比較

① 底をそろえて、指数の大小で比較
② 指数をそろえて，底の大小で比較
③ 指数が整数になるように何乗かして比較

例

① $2^{\frac{1}{2}}$，$4^{\frac{1}{4}}$，$8^{\frac{1}{8}}$
② 2^{30}，3^{20}，10^{10}
③ $\sqrt[3]{3}$，$\sqrt[4]{5}$，$\sqrt[6]{11}$

$a<b$　$\Leftrightarrow$　$a^{\triangle}<b^{\triangle}$

△：自然数