

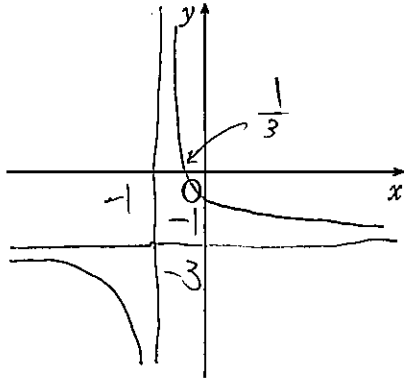
関数①

1 【分數関数】

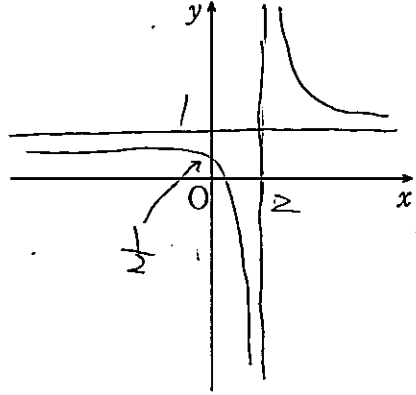
次の関数のグラフをかけ。また、その定義域、値域を求めよ。

(1)  $y = \frac{2}{x+1} - 3$

(2)  $y = \frac{x-1}{x-2} = \frac{x-2+1}{x-2}$   
 $= \frac{1}{x-2} + 1$



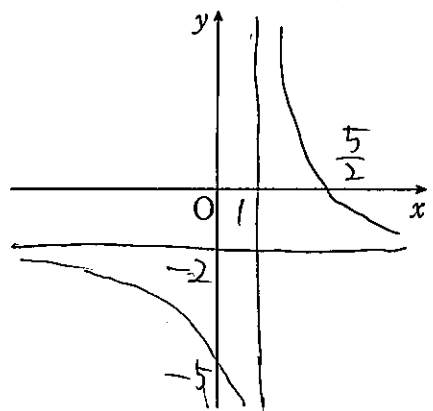
定義域  $x \neq -1$  値域  $y \neq -3$



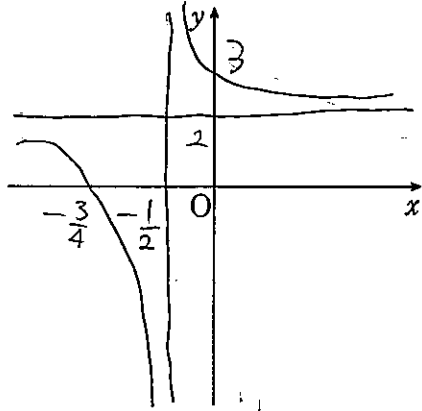
定義域  $x \neq 2$  値域  $y \neq 1$

(3)  $y = \frac{-2x+5}{x-1} = \frac{-2x+2+3}{x-1}$   
 $= \frac{3}{x-1} - 2$

(4)  $y = \frac{4x+3}{2x+1} = \frac{4x+2+1}{2x+1}$   
 $= \frac{1}{2x+1} + 2$



定義域  $x \neq 1$  値域  $y \neq -2$



定義域  $x \neq -\frac{1}{2}$  値域  $y \neq 2$

2

次の関数のグラフをかけ。また、その値域を求めよ。

(1)  $y = \frac{2x}{x-3} \quad (0 \leq x \leq 2)$

(2)  $y = \frac{x-2}{x-3} \quad (3 < x \leq 5)$

$= \frac{2(x-3)+6}{x-3}$

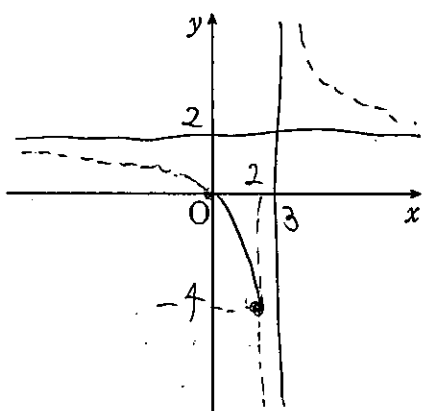
$= \frac{x-3+1}{x-3}$

$= \frac{6}{x-3} + 2$

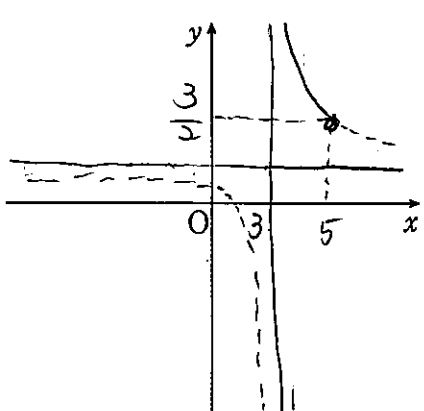
$= \frac{1}{x-3} + 1$

$(x \neq 3, y \neq 2)$

$(x \neq 3, y \neq 1)$



値域  $-4 \leq y \leq 0$



値域  $y \geq \frac{3}{2}$

3

次の不等式を解け。

(1)  $\frac{2}{x+2} = x+3$

(2)  $\frac{2}{x+2} \leq x+3$

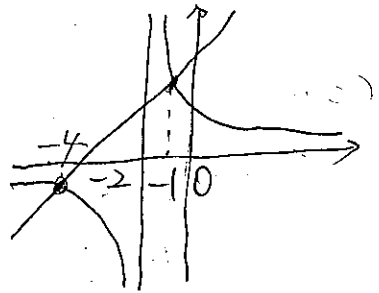
$x \neq -2$

$2 = (x+3)(x+2)$

$x^2 + 5x + 4 = 0$

$(x+4)(x+1) = 0$

$x = -1, -4$



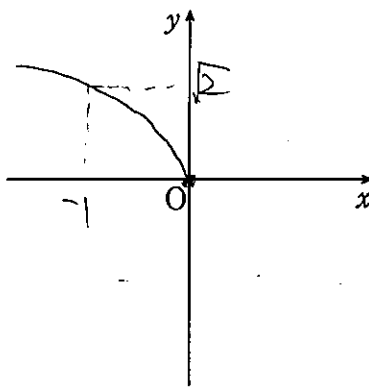
$-4 \leq x < -2, -1 \leq x$

4 【無理関数】

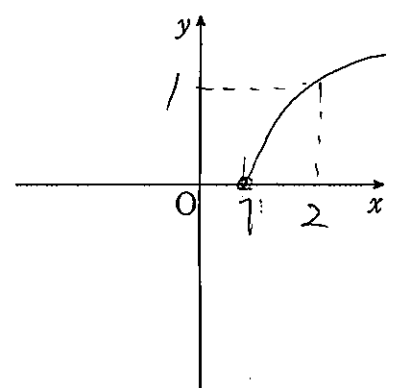
次の関数のグラフをかけ。また、その定義域、値域を求めよ。

(1)  $y = \sqrt{-2x}$

(2)  $y = \sqrt{x-1}$



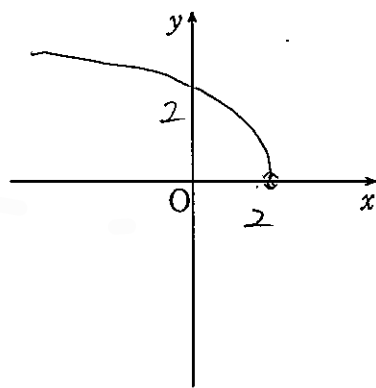
定義域  $x \leq 0$  値域  $y \geq 0$



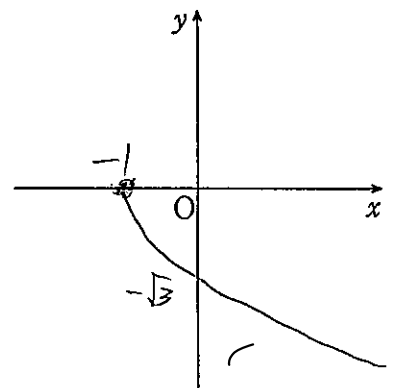
定義域  $x \geq 1$  値域  $y \geq 0$

(3)  $y = \sqrt{-2x+4} = \sqrt{-2(x-2)}$

(4)  $y = -\sqrt{3x+3} = -\sqrt{3(x+1)}$



定義域  $x \leq 2$  値域  $y \geq 0$



定義域  $x \geq -1$  値域  $y \leq 0$

5

次の方程式、不等式を解け。

(1)  $\sqrt{x-1} = -x+3$

(2)  $\sqrt{x-1} \leq -x+3$

$x-1 = x^2 - 6x + 9$

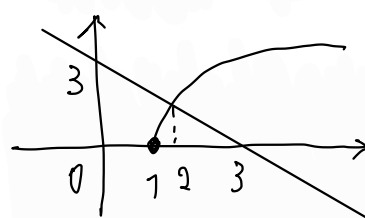
左図より

$x^2 - 7x + 10 = 0$

$(x-2)(x-5) = 0$

$x = 2, 5$

$1 \leq x \leq 2$



↓図より

$x = 5$

6 【逆関数】

次の関数の逆関数を求めよ。また、その値域を求めよ。

(1)  $y=3x-1$  ( $0 \leq x \leq 2$ )

(2)  $y=-\sqrt{x}$  ( $x > 0$ )

$3x = y + 1$  ( $-1 \leq y \leq 5$ )

$y^2 = x$  ( $y \geq 0$ )

$x = \frac{1}{3}y + \frac{1}{3}$

$x = y^2$

$\therefore y = \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$  ( $-1 \leq x \leq 5$ )

$\therefore y = x^2$  ( $x \geq 0$ )

(3)  $y=3^x$

(4)  $y=\log_4 x$

$x = \log_3 y$

$4^y = x$

$\therefore y = \log_3 x$

$\therefore y = 4^x$

7

次の関数の逆関数を求めよ。

(1)  $y = \frac{2x+3}{x-1} = \frac{2(x+1)+5}{x-1} = \frac{5}{x-1} + 2$

(2)  $y = \frac{-x+2}{x+3} = \frac{-(x+3)+5}{x+3} = \frac{5}{x+3} - 1$

$yx - y = 2x + 3$

$yx + 3y = -x + 2$

$(y-2)x = y+3$

$(y+1)x = 2 - y$

$y \neq 2 \Rightarrow$

$y \neq -1 \Rightarrow$

$x = \frac{y+3}{y-2}$

$x = \frac{2-y}{y+1}$

$\therefore y = \frac{x+3}{x-2}$

$\therefore y = \frac{2-3x}{x+1}$

8

次の関数の逆関数を求めよ。

(1)  $y=x^2+2$  ( $x \geq 0$ )

(2)  $y=-x^2$  ( $x \leq 0$ )

$x^2 = y-2$  ( $y \geq 2$ )

$x^2 = -y$  ( $y \leq 0$ )

$x \geq 0 \Rightarrow$

$x \leq 0 \Rightarrow$

$x = \sqrt{y-2}$

$x = -\sqrt{-y}$

$\therefore y = \sqrt{x-2}$  ( $x \geq 2$ )

$\therefore y = -\sqrt{-x}$  ( $x \leq 0$ )

9

$a \neq 0$  とする。関数  $f(x) = ax + b$  とその逆関数  $f^{-1}(x)$  について、 $f(2) = 4$ 、 $f^{-1}(1) = -4$  であるとき、定数  $a$ 、 $b$  の値を求めよ。

$f(2) = 4 \Rightarrow$

$f(2) = 2a + b = 4 \quad \text{--- (1)}$

$f^{-1}(1) = -4 \Rightarrow$

$f^{-1}(1) = \frac{1-b}{a} = -4$

$4a - b = -1 \quad \text{--- (2)}$

$$\begin{cases} y = ax + b \\ ax = y - b \\ x = \frac{y-b}{a} \\ y = \frac{x-b}{a} \end{cases}$$

(1) + (2)

$6a = 3$

$a = \frac{1}{2} \quad b = 3$

10

次の関数のグラフおよびその逆関数のグラフを同じ図中につけ。

(1)  $y = \sqrt{-x}$  ( $x \leq 0$ )

(2)  $y = \log_{\frac{1}{2}} x$  ( $x > 0$ )

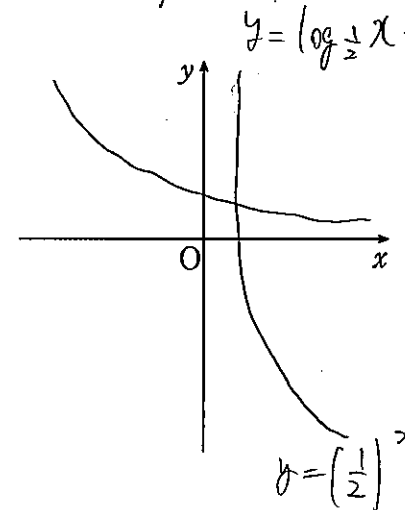
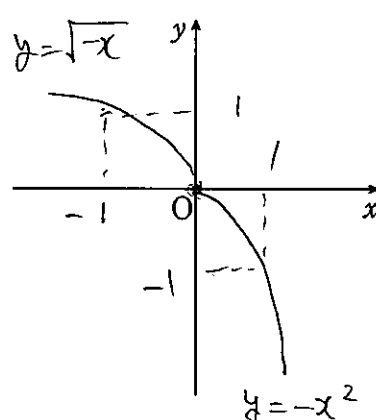
$y^2 = -x$  ( $y \leq 0$ )

$(\frac{1}{2})^y = x$

$x = -y^2$

$y = -x^2$  ( $x \geq 0$ )

$y = (\frac{1}{2})^x$



11

関数  $f(x) = \frac{2x+1}{x+a}$  の逆関数が、もとの関数  $f(x)$  と一致するという。このとき、定数  $a$  の値を求めよ。

$f(x) = \frac{2(x+a) - 2a + 1}{x+a} = \frac{-2a+1}{x+a} + 2$  ( $x \neq -a$ )

逆関数  $y = \sqrt{x}$

$xy + ay = 2x + 1$

$(y-2)x = 1 - ay$

$y \neq 2 \Rightarrow$

$x = \frac{1-ay}{y-2}$

$y = \frac{1-ax}{x-2}$  ( $x \neq 2$ )

$y \rightarrow x$

$\frac{2x+1}{x+a} = \frac{1-ax}{x-2}$

$(2x+1)(x-2) = (1-ax)(x+a)$

$2x^2 - 3x - 2 = -ax^2 + (1-a^2)x + a$

$a = -2$  ( $a = \frac{1}{2}$  は満たさず)

12 【合成関数】

$f(x) = x^2$ 、 $g(x) = \log_2(x+1)$  について、次の合成関数を求めよ。

(1)  $(g \circ f)(x)$

(2)  $(f \circ g)(x)$

$= g(f(x))$

$= f(g(x))$

$= \log_2(x^2+1)$

$= \{ \log_2(x+1) \}^2$

13

2つの関数  $f(x) = 2x-1$ 、 $g(x) = ax+b$  について、等式  $(g \circ f)(x) = 8x-3$  が成り立つように、定数  $a$ 、 $b$  の値を定めよ。

$g(f(x)) = 8x-3$

$a(2x-1) + b = 8x-3$

$2ax - a + b = 8x - 3$

$2a = 8$

$-a + b = -3$

$\therefore a = 4, b = 1$