

2次方程式①

【2次方程式】

① 次の2次方程式を解け。

(1) $x^2+x-2=0$

$$(x+2)(x-1)=0$$

$$x = -2, 1$$

(3) $4x^2-4x+1=0$

$$(2x-1)^2=0$$

$$x = \frac{1}{2} \text{ (重解)}$$

(5) $x^2+2\sqrt{3}x+3=0$

$$x = \frac{-2\sqrt{3} \pm \sqrt{12-12}}{2}$$

$$= -\frac{2\sqrt{3}}{2}$$

$$= -\sqrt{3} \text{ (重解)}$$

(7) $x^2-2x-5=0$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4+20}}{2}$$

$$= \frac{2 \pm \sqrt{24}}{2}$$

$$= \frac{2 \pm 2\sqrt{6}}{2}$$

$$= 1 \pm \sqrt{6}$$

(9) $(x-6)(x+2)=9$

$$x^2-4x-12-9=0$$

$$x^2-4x-21=0$$

$$(x-7)(x+3)=0$$

$$x = -3, 7$$

(2) $-2x^2-5x+3=0$

$$2x^2+5x-3=0$$

$$(x+3)(2x-1)=0$$

$$x = -3, \frac{1}{2}$$

(4) $x^2-x-1=0$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1+4}}{2}$$

$$= \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

(6) $x^2-2\sqrt{3}x+2=0$

$$x = \frac{2\sqrt{3} \pm \sqrt{12-8}}{2}$$

$$= \frac{2\sqrt{3} \pm \sqrt{4}}{2}$$

$$= \frac{2\sqrt{3} \pm 2}{2}$$

$$= \sqrt{3} \pm 1$$

(8) $3x=1-2x^2$

$$2x^2+3x-1=0$$

$$x = \frac{9 \pm \sqrt{9+8}}{4}$$

$$= \frac{9 \pm \sqrt{17}}{4}$$

(10) $x^2+(a+2)x+2a=0$

$$(x+a)(x+2)=0$$

$$x = -a, -2$$

【方程式の解から係数決定】

② 2次方程式 $x^2+ax+b=0$ の解が $x=-6, 3$ であるとき、定数 a, b の値を求めよ。

条件より

$$\begin{cases} 36-6a+b=0 & \text{---①} \\ 9+3a+b=0 & \text{---②} \end{cases}$$

①-②

$$27-9a=0$$

$$9a=27$$

$$a=3$$

①に代入

$$36-18+b=0$$

$$b=-18$$

$$I > 2$$

$$a=3$$

$$b=-18$$

【2次方程式の実数解の個数】

③ 次の2次方程式の実数解の個数を求めよ。

(1) $x^2+3x-5=0$

$$D > 0$$

$$D = 9 + 20$$

$$= 29 > 0$$

$$I > 2$$

(2) $3x^2-5x+4=0$

$$D = 25 - 48$$

$$= -23 < 0$$

$$I > 2$$

(3) $3x^2+2\sqrt{3}x+1=0$

$$D = 12 - 12$$

$$= 0$$

$$I > 2$$

④ 2次方程式 $x^2-4x+m=0$ が実数解をもたないとき、定数 m の値の範囲を求めよ。

$$D = 16 - 4m < 0$$

$$D < 0$$

$$-4m < -16$$

$$m > 4$$

⑤ 2次方程式 $x^2+(m+2)x+m+5=0$ が重解をもつとき、定数 m の値を求めよ。また、そのときの重解を求めよ。

$$D = (m+2)^2 - 4(m+5) = 0$$

$$m^2 + 4m + 4 - 4m - 20 = 0$$

$$m^2 - 16 = 0$$

$$m^2 = 16$$

$$m = \pm 4$$

$m = 4$ のとき

$$x^2 + 6x + 9 = 0$$

$$(x+3)^2 = 0$$

$$x = -3 \text{ (重解)}$$

$m = -4$ のとき

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$(x-1)^2 = 0$$

$$x = 1 \text{ (重解)}$$

$$I > 2$$

$$m = 4 \text{ のとき } x = -3$$

$$m = -4 \text{ のとき } x = 1$$

2次方程式②

【x軸との共有点のx座標】

6 次の2次関数のグラフとx軸の共有点の座標を求めよ。

(1) $y = x^2 - 2x - 3$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$(x-3)(x+1) = 0$$

$$x = -1, 3$$

∴

$$\underline{(-1, 0), (3, 0)}$$

(2) $y = -x^2 + 3x - 1$

$$-x^2 + 3x - 1 = 0$$

$$x^2 - 3x + 1 = 0$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9-4}}{2}$$

$$= \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

∴

$$\underline{\left(\frac{3-\sqrt{5}}{2}, 0\right), \left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}, 0\right)}$$

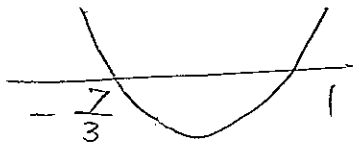
7 次の2次関数のグラフがx軸から切り取る線分の長さを求めよ。

(1) $y = 3x^2 + 4x - 7$

$$3x^2 + 4x - 7 = 0$$

$$(3x+7)(x-1) = 0$$

$$x = -\frac{7}{3}, 1$$



∴

$$1 - \left(-\frac{7}{3}\right) = \frac{10}{3}$$

(2) $y = x^2 + 2x - 1$

$$x^2 + 2x - 1 = 0$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4+4}}{2}$$

$$= \frac{-2 \pm 2\sqrt{2}}{2}$$

$$= -1 \pm \sqrt{2}$$

∴

$$-1 + \sqrt{2} - (-1 - \sqrt{2}) = 2\sqrt{2}$$

【x軸との共有点の個数】

8 次の2次関数のグラフとx軸の共有点の個数を求めよ。

(1) $y = x^2 + 3x + 3$

$$D = 9 - 12 = -3 < 0$$

∴

$$\underline{0}$$

(2) $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 2$

$$D = 4 - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 = 0$$

$$= 0$$

∴

$$\underline{1}$$

9 2次関数 $y = x^2 - 2x - m - 1$ のグラフとx軸の共有点の個数は、定数 m の値によってどのように変わるか。

$$D = 4 - 4(-m-1) = 4 + 4m + 4 = 4m + 8$$

$$D > 0 \quad 4m + 8 > 0$$

$$4m > -8$$

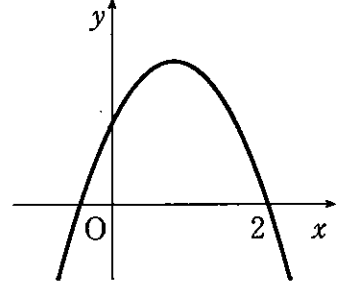
$$m > -2 \quad n \text{ と } \exists \quad 2 \text{ 点}$$

$$D = 0 \quad m = -2 \quad n \text{ と } \exists \quad 1 \text{ 点}$$

$$D < 0 \quad m < -2 \quad n \text{ と } \exists \quad 0 \text{ 点}$$

【グラフから読み取る】

10 2次関数 $y = ax^2 + bx + c$ のグラフが右の図で与えられるとき、次の値は正、0、負のいずれになるか。



(1) a

$$\underline{\text{負}}$$

(2) c

$$\underline{\text{正}}$$

(3) $-\frac{b}{2a}$

$$\underline{\text{正}}$$

(4) b

$$\underline{\text{負}}$$

(5) $b^2 - 4ac$

$$\underline{\text{正}}$$

(6) $a + b + c$

$$\underline{\text{正}}$$

【放物線と直線の共有点の座標】

11 放物線 $y = x^2 - 6x + 11$ と次の直線の共有点の座標を求めよ。

(1) $y = 3x - 3$

$$x^2 - 6x + 11 = 3x - 3$$

$$x^2 - 9x + 14 = 0$$

$$(x-7)(x-2) = 0$$

$$x = 2, 7$$

∴

$$\underline{(2, 3), (7, 18)}$$

(2) $y = -2x + 7$

$$x^2 - 6x + 11 = -2x + 7$$

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$(x-2)^2 = 0$$

$$x = 2 \text{ (重解)}$$

∴

$$\underline{(2, 3)}$$

12 放物線 $y = x^2 - 3x$ と直線 $y = x + k$ が接するとき、定数 k の値を求めよ。また、そのときの接点の座標を求めよ。

$$D = 0$$

$$x^2 - 3x = x + k$$

$$x^2 - 4x - k = 0 \quad \text{--- ①}$$

$$D = 16 + 4k = 0$$

$$4k = -16$$

$$k = -4$$

① $x = 2$

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$(x-2)^2 = 0$$

$$x = 2 \text{ (重解)}$$

∴

$$\underline{(2, -2)}$$