

## 集合と命題①

### 【集合の表し方】

1 次の集合を、要素を書き並べて表せ。

(1) 15以下の正の奇数全体の集合

(2) 36の正の約数全体の集合

(3)  $\{x \mid x \text{ は整数, } -3 < x < 4\}$

(4)  $\{3n - 2 \mid n \text{ は } 1 \text{ 以上 } 5 \text{ 以下の整数}\}$

### 【部分集合】

2 次の2つの集合の関係を、 $\subset$ ,  $\supset$ ,  $=$  を使って表せ。

(1)  $A = \{2n \mid n \text{ は整数で, } 1 \leq n \leq 4\}$ ,  $B = \{2, 4, 6, 8\}$

(2)  $C = \{2n + 1 \mid n \text{ は } 5 \text{ 以下の自然数}\}$ ,  $D = \{4n - 1 \mid n = 1, 2, 3\}$

(3)  $P = \{x \mid -1 \leq x \leq 3, x \text{ は実数}\}$ ,  $Q = \{x \mid x < 4, x \text{ は実数}\}$

3 次の集合の部分集合をすべてあげよ。

(1)  $\{1, 2\}$

(2)  $\{a, b, c\}$

### 【共通部分と和集合】

4 次の2つの集合  $A$ ,  $B$  について、 $A \cap B$  と  $A \cup B$  を求めよ。

(1)  $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ ,  $B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$

(2)  $A = \{x \mid x \text{ は整数, } -2 \leq x \leq 3\}$ ,  $B = \{2n - 1 \mid n = 0, 1, 2\}$

(3)  $A = \{x \mid 4 \leq x \leq 8, x \text{ は実数}\}$ ,  $B = \{x \mid 0 < x < 5, x \text{ は実数}\}$

### 【補集合】

5 全体集合  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  の部分集合  $A$ ,  $B$  を  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$  とする。次の集合を求めよ。

(1)  $A \cap B$

(2)  $\overline{A}$

(3)  $\overline{B}$

(4)  $\overline{A} \cap B$

(5)  $\overline{A} \cap \overline{B}$

(6)  $\overline{A} \cup \overline{B}$

### 【補集合】

6 全体集合  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  の部分集合  $A$ ,  $B$  について、

$$\overline{A} \cap \overline{B} = \{1, 4, 8\}, \overline{A} \cap B = \{6, 9\}, A \cap \overline{B} = \{2, 5, 7\}$$

であるとき、次の集合を求めよ。

(1)  $A \cup B$

(2)  $A$

(3)  $B$

集合と命題②

【真偽】

7 次の命題の真偽を調べ、偽のときは反例を1つ示せ。ただし、 $a, b, c$  は実数、 $m, n$  は自然数とする。

(1)  $a = 0 \implies ab = 0$

真偽	反例
----	----

(2)  $m, n$  がともに素数  $\implies m + n$  は偶数

真偽	反例
----	----

(3)  $ac = bc \implies a = b$

真偽	反例
----	----

(4)  $|a| = |b| \implies a = b$

真偽	反例
----	----

(5)  $a = 2 \implies a^2 - 5a + 6 = 0$

真偽	反例
----	----

(6)  $a^2 = 3a \implies a = 3$

真偽	反例
----	----

8 次の条件  $p, q$  について、命題  $p \implies q$  の真偽を集合を用いて調べよ。ただし、 $x$  は実数、 $n$  は自然数とする。

(1)  $p : x < -3, q : 2x + 4 \leq 0$

真偽
----

(2)  $p : n$  は12の正の約数、 $q : n$  は24の正の約数

真偽
----

(3)  $p : 2x - 4 < 0, q : -1 < x < 1$

真偽
----

【必要十分条件】

9 次の□に適するものを下の①～③から選べ。ただし、 $x, y$  は実数とする。

(1)  $x^2 - 6x + 8 = 0$  は  $x = 4$  であるための□。

(2)  $xy = 1$  は  $x = 1$  かつ  $y = 1$  であるための□。

(3)  $x > 0$  かつ  $y > 0$  は  $xy > 0$  であるための□。

(4)  $\triangle ABC$  が正三角形であることは、 $\triangle ABC$  が二等辺三角形であるための□。

(5)  $x^2 > 1$  は  $x > 1$  であるための□。

(6)  $|x| = |y|$  は  $x^2 = y^2$  であるための□。

- ① 必要十分条件である
- ② 必要条件であるが、十分条件ではない
- ③ 十分条件であるが、必要条件ではない

【否定】

10 次の条件の否定を述べよ。ただし、 $x, y$  は実数、 $m, n$  は整数とする。

(1)  $x$  は無理数である。

否定
----

(2)  $x \neq 0$  または  $y = 0$

否定
----

(3)  $x \leq 0$  または  $y > 0$

否定
----

集合と命題③

(4)  $-2 \leq x < 1$

否定
----

(5)  $m, n$  はともに偶数である。

否定
----

【逆・裏・対偶】

11 次の命題の逆・裏・対偶を述べ、それらの真偽を調べよ。ただし、 $x, y$  は実数、 $n$  は整数とする。

(1)  $x^2 \neq -x \implies x \neq -1$

逆	真偽
---	----

裏	真偽
---	----

対偶	真偽
----	----

(2)  $n$  は 4 の倍数  $\implies n$  は 8 の倍数

逆	真偽
---	----

裏	真偽
---	----

対偶	真偽
----	----

(3)  $x+y$  は有理数  $\implies x$  または  $y$  は有理数

逆	真偽
---	----

裏	真偽
---	----

対偶	真偽
----	----

【対偶を利用した証明】

12 対偶を利用して、次の命題を証明せよ。 $m, n$  は整数とする。

(1)  $n^2 + 4n + 1$  が 4 の倍数ならば、 $n$  は奇数である。

対偶
----

証明
----

(2)  $mn$  が偶数ならば、 $m, n$  のうち少なくとも 1 つは偶数である。

対偶
----

証明
----

【背理法を利用した証明】

13  $\sqrt{3}$  が無理数であることを用いて、次の命題を証明せよ。

$1 + 2\sqrt{3}$  は無理数である。

証明
----