【集合の表し方】

$\boxed{1}$ 次の集合を，要素を書き並べて表せ。

(1) 15 以下の正の奇数全体の集合

$\{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15\}$

(2) 36 の正の約数全体の集合

$\{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\}$

(3) $\{x \mid x$ は整数，$-3<x<4\}$

$\{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

(4) $\{3n-2 \mid n$ は 1 以上 5 以下の整数$\}$

$\{1, 4, 7, 10, 13\}$

【部分集合】

$\boxed{2}$ 次の 2 つの集合の関係を，⊂，⊃，= を使って表せ。

(1) $A=\{2n \mid n$ は整数で，$1\leqq n\leqq 4\}$，$B=\{2, 4, 6, 8\}$

$A=\{2, 4, 6, 8\}$

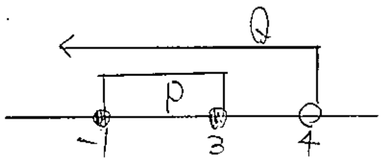
よって $A=B$

(2) $C=\{2n+1 \mid n$ は 5 以下の自然数$\}$，$D=\{4n-1 \mid n=1, 2, 3\}$

$C=\{3, 5, 7, 9, 11\}$　$D=\{3, 7, 11\}$

よって $C\supset D$

(3) $P=\{x \mid -1\leqq x\leqq 3$，$x$ は実数$\}$，$Q=\{x \mid x<4$，x は実数$\}$



よって $P\subset Q$

$\boxed{3}$ 次の集合の部分集合をすべてあげよ。

(1) $\{1, 2\}$

ϕ, $\{1\}$, $\{2\}$, $\{1, 2\}$

(2) $\{a, b, c\}$

ϕ, $\{a\}$, $\{b\}$, $\{c\}$, $\{a, b\}$, $\{b, c\}$, $\{a, c\}$, $\{a, b, c\}$

【共通部分と和集合】

$\boxed{4}$ 次の 2 つの集合 A，B について，$A\cap B$ と $A\cup B$ を求めよ。

(1) $A=\{2, 4, 6, 8, 10\}$，$B=\{0, 1, 2, 3, 4\}$

$A\cap B=\{2, 4\}$

$A\cup B=\{0, 1, 2, 3, 4, 6, 8, 10\}$

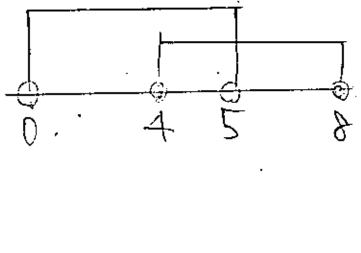
(2) $A=\{x \mid x$ は整数，$-2\leqq x\leqq 3\}$，$B=\{2n-1 \mid n=0, 1, 2\}$

$A=\{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$，$B=\{-1, 1, 3\}$

$A\cap B=\{-1, 1, 3\}$

$A\cup B=\{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

(3) $A=\{x \mid 4\leqq x\leqq 8$，$x$ は実数$\}$，$B=\{x \mid 0<x<5$，x は実数$\}$



$A\cap B=\{x \mid 4\leqq x<5$，$x$は実数$\}$

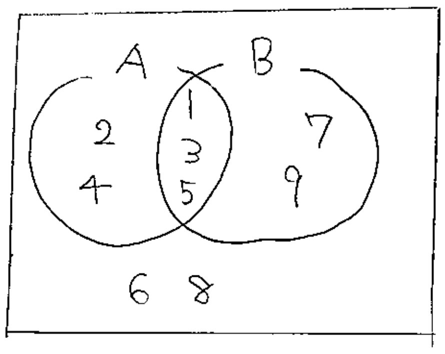
$A\cup B=\{x \mid 0<x\leqq 8$，$x$は実数$\}$

【補集合】

$\boxed{5}$ 全体集合 $U=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ の部分集合 A，B を $A=\{1, 2, 3, 4, 5\}$，$B=\{1, 3, 5, 7, 9\}$ とする。次の集合を求めよ。

(1) $A\cap B$

$=\{1, 3, 5\}$



(2) $\overline{A}$

$=\{6, 7, 8, 9\}$

(3) $\overline{B}$

$=\{2, 4, 6, 8\}$

(4) $\overline{A}\cap B$

$=\{7, 9\}$

(5) $\overline{A}\cap\overline{B}$

$=\overline{A\cup B}$

$=\{6, 8\}$

(6) $\overline{A}\cup\overline{B}$

$=\overline{A\cap B}$

$=\{2, 4, 6, 7, 8, 9\}$

【補集合】

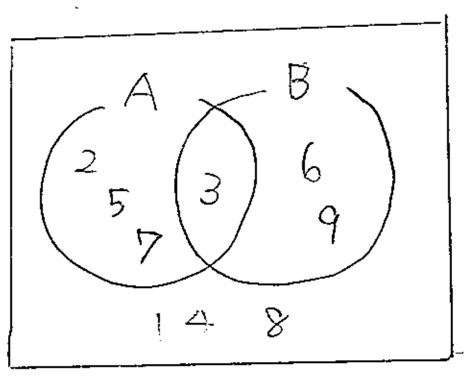
$\boxed{6}$ 全体集合 $U=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ の部分集合 A，B について，

$\overline{A}\cap\overline{B}=\{1, 4, 8\}$，$\overline{A}\cap B=\{6, 9\}$，$A\cap\overline{B}=\{2, 5, 7\}$

であるとき，次の集合を求めよ。

(1) $A\cup B$　　$\overline{A}\cap\overline{B}=\overline{A\cup B}=\{1, 4, 8\}$

$=\{2, 3, 5, 6, 7, 9\}$



(2) A

$=\{2, 3, 5, 7\}$

(3) B

$=\{3, 6, 9\}$

【真偽】

$\boxed{7}$ 次の命題の真偽を調べ，偽のときは反例を１つ示せ。ただし，a，b，c は実数，m，n は自然数とする。

(1) $a=0 \Longrightarrow ab=0$

真偽	反例
真	

(2) m，n がともに素数 $\Longrightarrow m+n$ は偶数

真偽	反例
偽	$m=2$，$n=3$

(3) $ac=bc \Longrightarrow a=b$

真偽	反例
偽	$a=1$，$b=2$，$c=0$

(4) $|a|=|b| \Longrightarrow a=b$

真偽	反例
偽	$a=1$，$b=-1$

(5) $a=2 \Longrightarrow a^2-5a+6=0$

真偽	反例
真	

(6) $a^2=3a \Longrightarrow a=3$

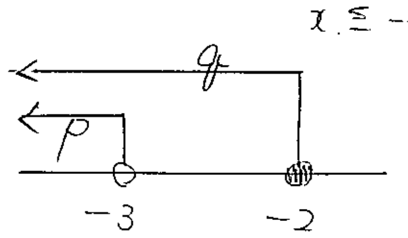
真偽	反例
偽	$a=0$

$\boxed{8}$ 次の条件 p，q について，命題 $p \Longrightarrow q$ の真偽を集合を用いて調べよ。ただし，x は実数，n は自然数とする。

(1) $p: x<-3$，$q: 2x+4 \leqq 0$

$2x+4 \leqq 0$
$2x \leqq -4$
$x \leqq -2$

真偽
真



(2) $p: n$ は12の正の約数，$q: n$ は24の正の約数

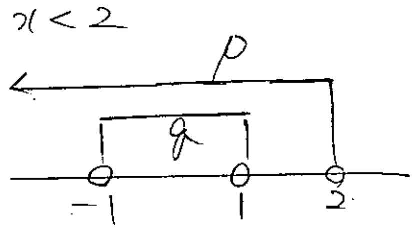
真偽
真

12の約数 $=\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$
24の約数 $=\{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$

(3) $p: 2x-4<0$，$q: -1<x<1$

真偽
偽

$2x-4<0$
$2x<4$
$x<2$



【必要十分条件】

$\boxed{9}$ 次の $\boxed{}$ に適するものを下の ①〜③ から選べ。ただし，x，y は実数とする。

(1) $\underbrace{x^2-6x+8=0}_{p}$ は $\underbrace{x=4}_{q}$ であるための $\boxed{②}$。

反例：$x=2$

$p \underset{○}{\overset{×}{\rightleftarrows}} q$

$(x-4)(x-2)=0$
$x=2, 4$

(2) $\underbrace{xy=1}_{p}$ は $\underbrace{x=1 \text{ かつ } y=1}_{q}$ であるための $\boxed{②}$。

反例：$x=\frac{1}{2}$，$y=2$

$p \underset{○}{\overset{×}{\rightleftarrows}} q$

(3) $\underbrace{x>0 \text{ かつ } y>0}_{p}$ は $\underbrace{xy>0}_{q}$ であるための $\boxed{③}$。

$p \underset{×}{\overset{○}{\rightleftarrows}} q$

反例：$x=-2$，$y=-2$

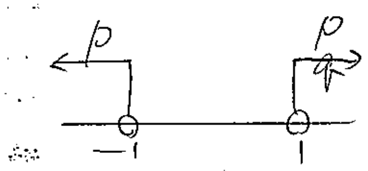
(4) $\underbrace{\triangle ABC\text{が正三角形}}_{p}$であることは，$\underbrace{\triangle ABC\text{が二等辺三角形}}_{q}$であるための $\boxed{③}$。

$p \underset{×}{\overset{○}{\rightleftarrows}} q$

(5) $\underbrace{x^2>1}_{p}$ は $\underbrace{x>1}_{q}$ であるための $\boxed{②}$。

$p \underset{○}{\overset{×}{\rightleftarrows}} q$

$x^2>1$
$x<-1$，$1<x$



(6) $|x|=|y|$ は $x^2=y^2$ であるための $\boxed{①}$。

① 必要十分条件である
② 必要条件であるが，十分条件ではない
③ 十分条件であるが，必要条件ではない

【否定】

$\boxed{10}$ 次の条件の否定を述べよ。ただし，x，y は実数，m，n は整数とする。

(1) x は無理数である。

否定
x は有理数である

(2) $x \neq 0$ または $y=0$

否定
$x=0$ かつ $y \neq 0$

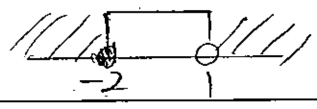
(3) $x \leqq 0$ または $y>0$

否定
$x>0$ かつ $y \leqq 0$

(4) $-2 \leqq x < 1$

否定

$x < -2,\ 1 \leqq x$



(5) m，n はともに偶数である。

否定

m, n の少なくとも一方は奇数

【逆・裏・対偶】

11 次の命題の逆・裏・対偶を述べ，それらの真偽を調べよ。ただし，x，y は実数，n は整数とする。

(1) $x^2 \neq -x \Longrightarrow x \neq -1$

		真偽
逆	$x \neq -1 \Rightarrow x^2 \neq -x$	偽
裏	$x^2 = -x \Rightarrow x = -1$	偽
対偶	$x = -1 \Rightarrow x^2 = -x$	真

反例: $x = 0$

(2) n は 4 の倍数 $\Longrightarrow$ n は 8 の倍数

		真偽
逆	nは8の倍数 $\Rightarrow$ nは4の倍数	真
裏	nは4の倍数でない $\Rightarrow$ nは8の倍数でない	真
対偶	nは8の倍数でない $\Rightarrow$ nは4の倍数でない	偽

$x = \sqrt{2},\ y = 0$

(3) $x+y$ は有理数 $\Longrightarrow$ x または y は有理数

		真偽
逆	x または y は有理数 $\Rightarrow$ $x+y$ は有理数	偽
裏	$x+y$ は無理数 $\Rightarrow$ x, y はともに無理数	偽
対偶	x, y はともに無理数 $\Rightarrow$ $x+y$ は無理数	偽

反例: $x = \sqrt{2},\ y = -\sqrt{2}$

【対偶を利用した証明】

12 対偶を利用して，次の命題を証明せよ。m，n は整数とする。

(1) n^2+4n+1 が 4 の倍数ならば，n は 奇数である。

対偶

nが偶数ならば，n^2+4n+3 は 4の倍数でない

証明

対偶が真であることを示す

n は偶数より

$2k$ （k：整数） とおく

$$n^2+4n+1 = (2k)^2+4(2k)+1$$
$$= 4k^2+8k+1$$
$$= 4(k^2+2k)+1$$
$$(k^2+2k：整数)$$

よって示された。

(2) mn が偶数ならば，m，n のうち少なくとも 1 つは偶数である。

対偶

m, n がともに奇数ならば mn は奇数である。

証明

対偶が真であることを示す

m, n は奇数より

$m = 2k+1$

$n = 2l+1$ （k, l：整数） とおく

$$mn = (2k+1)(2l+1)$$
$$= 4kl+2k+2l+1$$
$$= 2(2kl+k+l)+1$$
$$(2kl+k+l：整数)$$

よって示された。

【背理法を利用した証明】

13 $\sqrt{3}$ が無理数であることを用いて，次の命題を証明せよ。

$1+2\sqrt{3}$ は無理数である。

証明

$1+2\sqrt{3}$ は有理数と仮定する

$1+2\sqrt{3} = r$ （r：有理数） とおく

$$2\sqrt{3} = r-1$$
$$\sqrt{3} = \frac{r-1}{2}$$

$\sqrt{3}$ は無理数

$\frac{r-1}{2}$ は有理数 なので矛盾

よって $1+2\sqrt{3}$ は無理数である。