【関数の値】

$\boxed{1}$ ２次関数 $f(x)=x^2-2x+1$ において，次の値を求めよ。

(1) $f(3)$

$= 9-6+1$

$= 4$

(2) $f(-1)$

$=(-1)^2-2\cdot(-1)+1$

$=1+2+1$

$=4$

(3) $f(-a)$

$=(-a)^2-2\cdot(-a)+1$

$=a^2+2a+1$

(4) $f(a+1)$

$=(a+1)^2-2(a+1)+1$

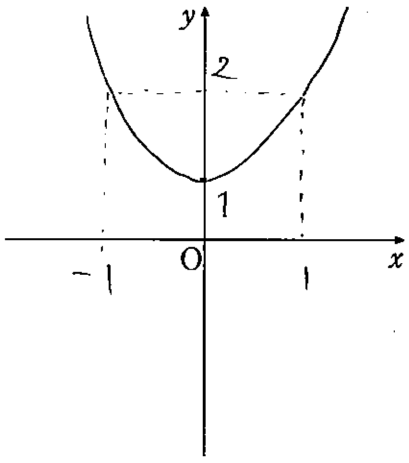
$=a^2+2a+1-2a-2+1$

$=a^2$

【$y=a(x-p)^2+q$ のグラフ】

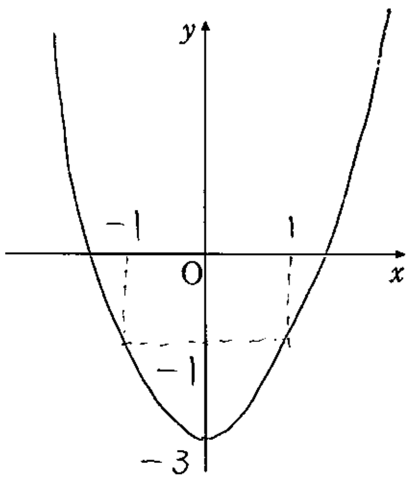
$\boxed{2}$ 次の２次関数のグラフをかき，その頂点を求めよ。

(1) $y=x^2+1$



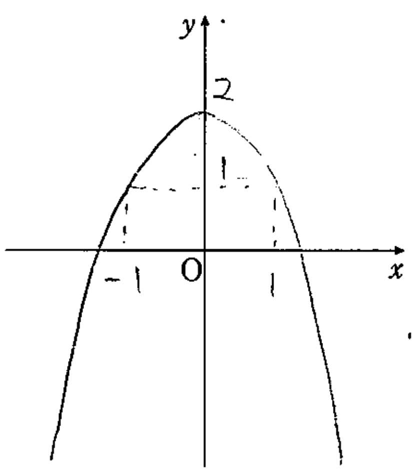
頂点（ 0 , 1 ）

(2) $y=2x^2-3$



頂点（ 0 , −3 ）

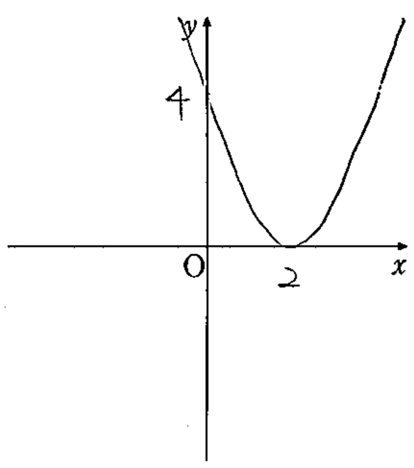
(3) $y=-x^2+2$



頂点（ 0 , 2 ）

$\boxed{3}$ 次の２次関数のグラフをかけ。また，その頂点と軸を求めよ。

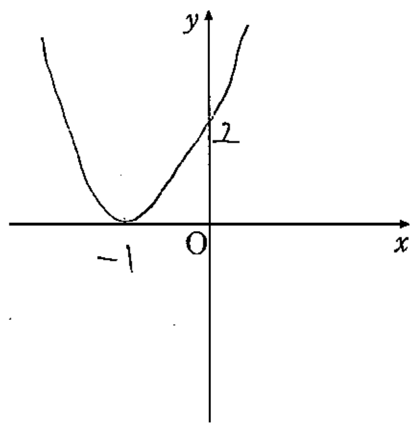
(1) $y=(x-2)^2$



頂点（ 2 , 0 ）

軸　$x=2$

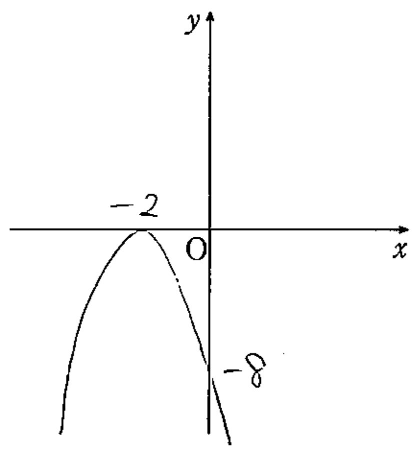
(2) $y=2(x+1)^2$



頂点（ −1 , 0 ）

軸　$x=-1$

(3) $y=-2(x+2)^2$

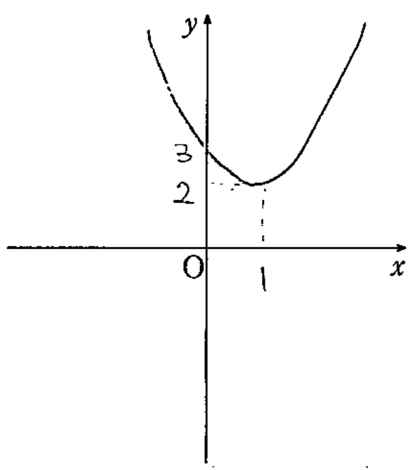


頂点（ −2 , 0 ）

軸　$x=-2$

$\boxed{4}$ 次の２次関数のグラフをかけ。また，その頂点と軸を求めよ。

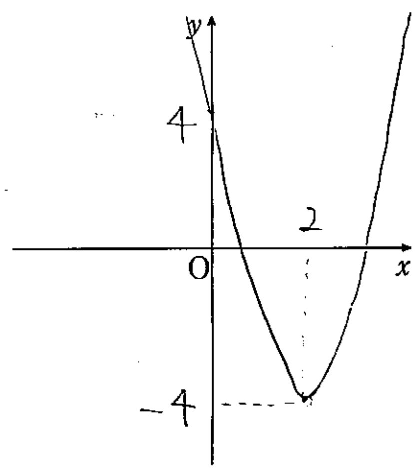
(1) $y=(x-1)^2+2$



頂点（ 1 , 2 ）

軸　$x=1$

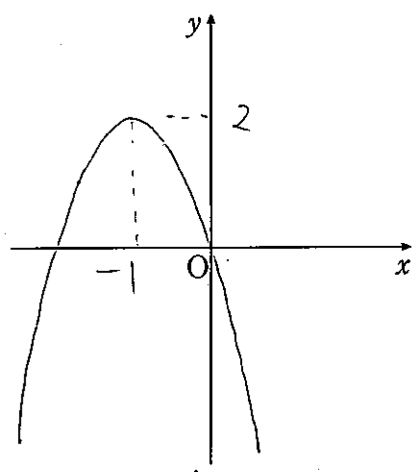
(2) $y=2(x-2)^2-4$



頂点（ 2 , −4 ）

軸　$x=-2$

(3) $y=-2(x+1)^2+2$



頂点（ −1 , 2 ）

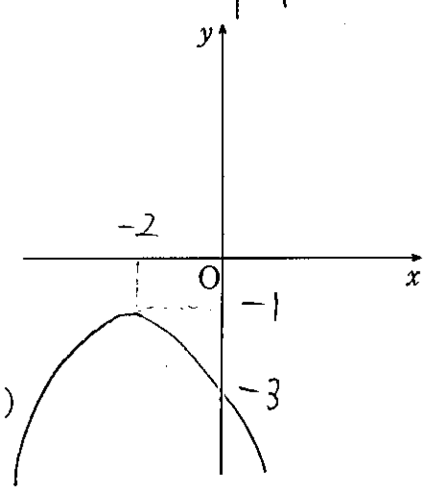
軸　$x=-1$

(4) $y=-\frac{1}{2}(x+2)^2-1$

$y(0)=-\frac{1}{2}\cdot 4-1$

$=-2-1$

$=-3$



頂点（ −2 , −1 ）

軸　$x=-2$

【$y=ax^2+bx+c$ のグラフ】

5 次の２次式を平方完成せよ。

(1) x^2+8x $= (x+4)^2-16$ //

(2) x^2-6x+8 $= (x-3)^2-9+8$

$= (x-3)^2-1$ //

(3) $2x^2+4x+5$ $= 2(x^2+2x)+5$

$= 2\{(x+1)^2-1\}+5$

$= 2(x+1)^2-2+5$

$= 2(x+1)^2+3$ //

(4) $3x^2-6x-2$ $= 3(x^2-2x)-2$

$= 3\{(x-1)^2-1\}-2$

$= 3(x-1)^2-5$ //

(5) x^2+x-2 $= \left(x+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{4}-2$

$= \left(x+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{9}{4}$ //

(6) $-2x^2+6x+4$ $= -2(x^2-3x)+4$

$= -2\left\{\left(x-\frac{3}{2}\right)^2-\frac{9}{4}\right\}+4$

$= -2\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{9}{2}+4$

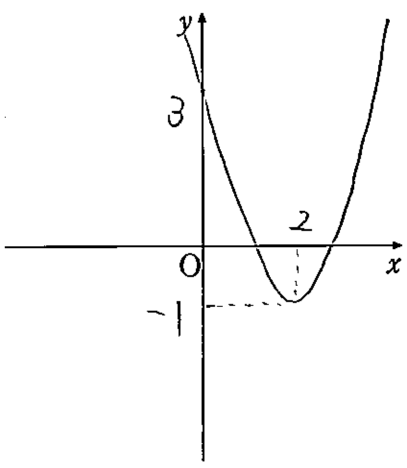
$= -2\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{17}{2}$ //

6 次の２次関数のグラフをかけ。また，その頂点と軸を求めよ。

(1) $y=x^2-4x+3$

$= (x-2)^2-4+3$

$= (x-2)^2-1$



頂点（ 2 , −1 ）

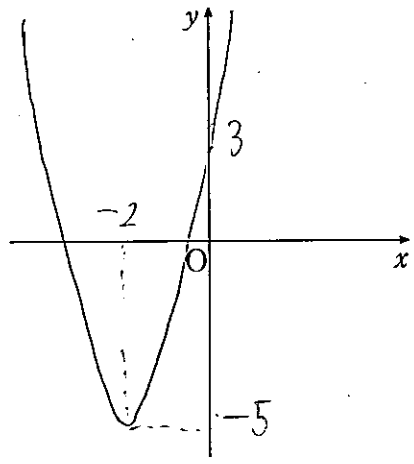
軸 $x=2$

(2) $y=2x^2+8x+3$

$= 2(x^2+4x)+3$

$= 2\{(x+2)^2-4\}+3$

$= 2(x+2)^2-5$



頂点（−2，−5）

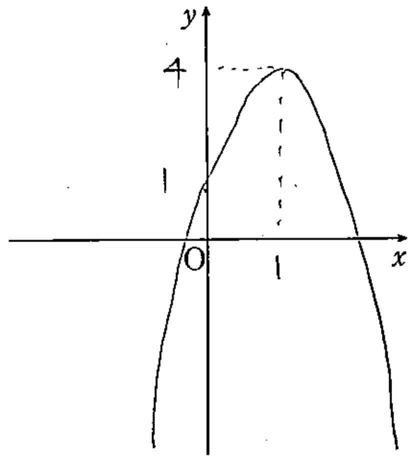
軸 $x=-2$

(3) $y=-3x^2+6x+1$

$= -3(x^2-2x)+1$

$= -3\{(x-1)^2-1\}+1$

$= -3(x-1)^2+4$



頂点（ 1 , 4 ）

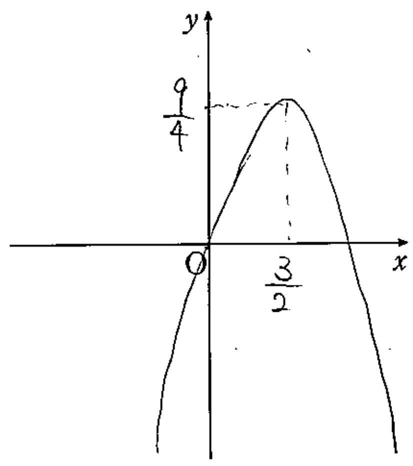
軸 $x=1$

(4) $y=-x^2+3x$

$= -(x^2-3x)$

$= -\left\{\left(x-\frac{3}{2}\right)^2-\frac{9}{4}\right\}$

$= -\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{9}{4}$



頂点（ $\frac{3}{2}$, $\frac{9}{4}$ ）

軸 $x=\frac{3}{2}$

【グラフの平行移動】

7 放物線 $y=2x^2-4x$ を平行移動して放物線 $y=2x^2+4x-3$ に重ねるには，どのように平行移動すればよいか。

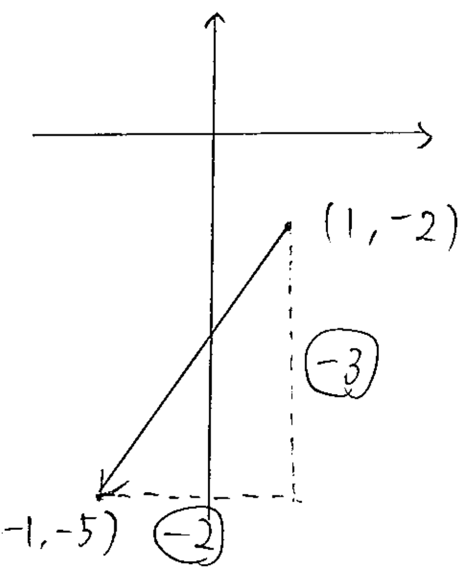
$y = 2x^2-4x$

$= 2(x^2-2x)$

$= 2\{(x-1)^2-1\}$

$= 2(x-1)^2-2$

頂点（1 , −2）



$y = 2x^2+4x-3$

$= 2(x^2+2x)-3$

$= 2\{(x+1)^2-1\}-3$

$= 2(x+1)^2-5$

頂点（−1 , −5）

x軸方向に −2

y軸方向に −3 //

8 ２次関数 $y=2x^2-5x+3$ のグラフを，x 軸方向に -2，y 軸方向に１だけ平行移動するとき，移動後の放物線の方程式を求めよ。

$$\boxed{\begin{aligned} x &\rightarrow x+2 \\ y &\rightarrow y-1 \end{aligned}}$$

$y-1=2(x-1)^2-5(x-1)+3$

$y-1=2(x^2+4x+4)-5x-10+3$

$y=2x^2+8x+8-5x-6$

$y=2x^2+3x+2$

【グラフの対称移動】

9 ２次関数 $y=x^2+4x+1$ のグラフの，x 軸，y 軸，原点それぞれに関する対称移動後の放物線の方程式を求めよ。

x軸： $-y=x^2+4x+1$

$y=-x^2-4x-1$

y軸 $y=(-x)^2+4(-x)+1$

$y=x^2-4x+1$

原点： $-y=(-x)^2+4(-x)+1$

$-y=x^2-4x+1$

$y=-x^2+4x-1$

【関数の最大･最小】

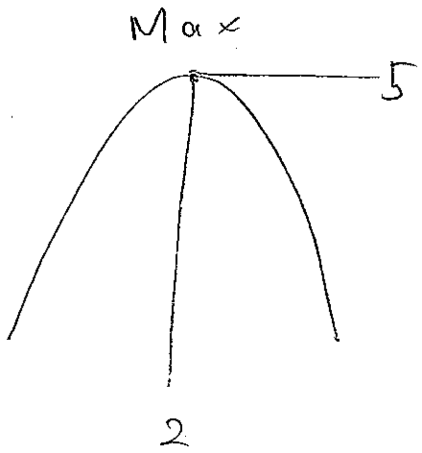
10 次の２次関数に最大値，最小値があれば，それを求めよ。

(1) $y=-2x^2+8x-3$

$=-2\{x^2-4x\}-3$

$=-2\{(x-2)^2-4\}-3$

$=-2(x-2)^2+5$



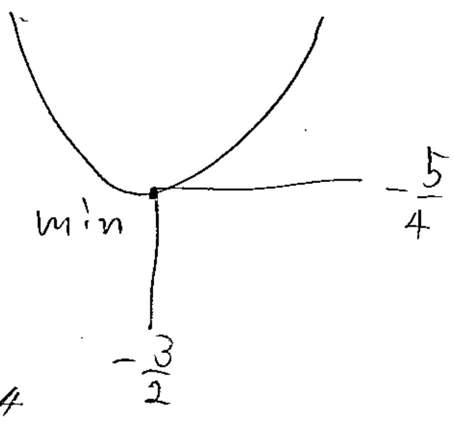
Max 5 $(x=2)$

min なし

(2) $y=x^2+3x+1$

$=\left(x+\frac{3}{2}\right)^2-\frac{9}{4}+1$

$=\left(x+\frac{3}{2}\right)^2-\frac{5}{4}$



Max なし

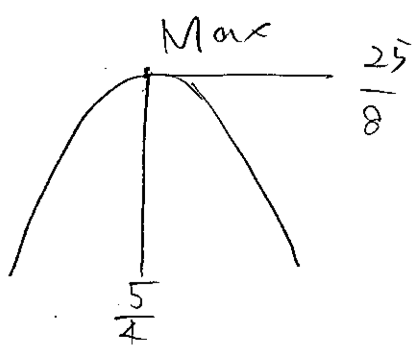
min $-\frac{5}{4}$ $\left(x=-\frac{3}{2}\right)$

(3) $y=-2x^2+5x$

$=-2\left\{x^2-\frac{5}{2}x\right\}$

$=-2\left\{\left(x-\frac{5}{4}\right)^2-\frac{25}{16}\right\}$

$=-2\left(x-\frac{5}{4}\right)^2+\frac{25}{8}$



Max $\frac{25}{8}$ $\left(x=\frac{5}{4}\right)$

min なし

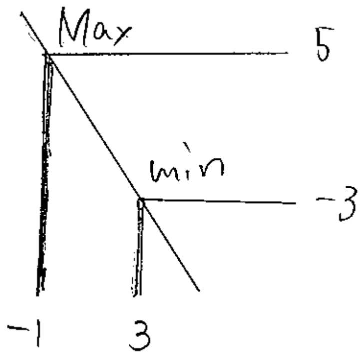
11 次の関数に最大値，最小値があれば，それを求めよ。また，(1)，(2) は値域を求めよ。

(1) $y=-2x+3$ $(-1\leqq x\leqq 3)$

Max 5 $(x=-1)$

min -3 $(x=3)$

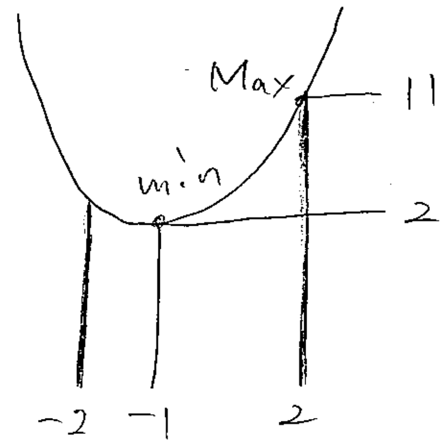
値域 $-3\leqq y\leqq 5$



(2) $y=x^2+2x+3$ $(-2\leqq x\leqq 2)$

$=(x+1)^2-1+3$

$=(x+1)^2+2$



Max 11 $(x=2)$

min 2 $(x=-1)$

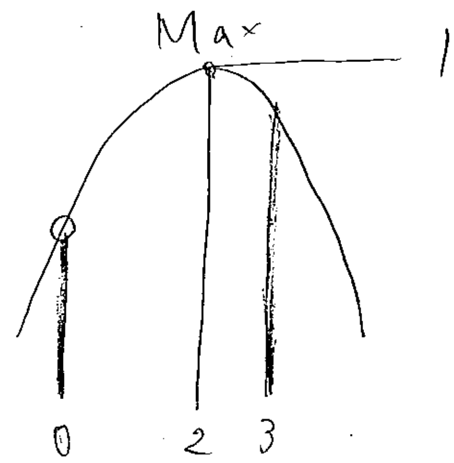
値域 $2\leqq y\leqq 11$

(3) $y=-x^2+4x-3$ $(0<x\leqq 3)$

$=-\{x^2-4x\}-3$

$=-\{(x-2)^2-4\}-3$

$=-(x-2)^2+1$



Max 1 $(x=2)$

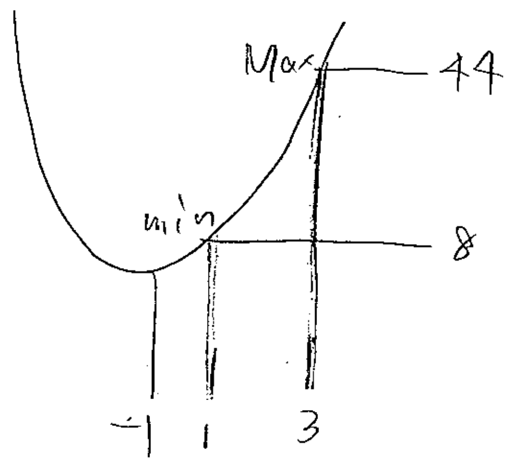
min なし

(4) $y=3x^2+6x-1$ $(1\leqq x\leqq 3)$

$=3\{x^2+2x\}-1$

$=3\{(x+1)^2-1\}-1$

$=3(x+1)^2-4$



Max 44 $(x=3)$

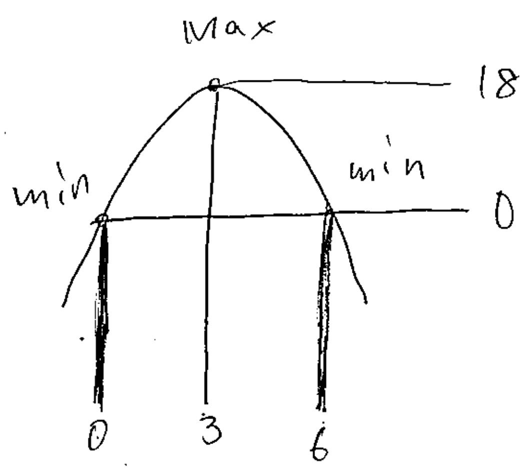
min 8 $(x=1)$

(5) $y=-2x^2+12x$ $(0\leqq x\leqq 6)$

$=-2\{x^2-6x\}$

$=-2\{(x-3)^2-9\}$

$=-2(x-3)^2+18$



Max 18 $(x=3)$

min 0 $(x=0, 6)$

12 次の条件を満たすように，定数 c の値を定めよ。

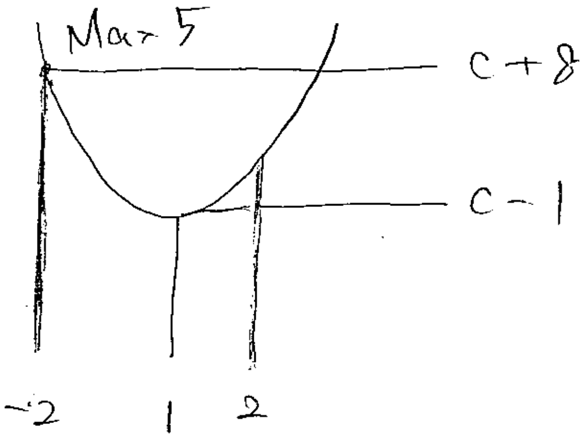
(1)　関数 $y=x^2-2x+c$ $(-2\leqq x\leqq 2)$ の最大値が 5 である。

$y=(x-1)^2-1+C$

よって

$C+8=5$

$C=-3$

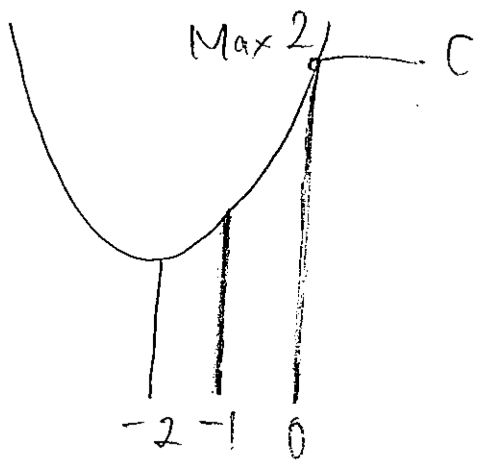


(2)　関数 $y=x^2+4x+c$ $(-1\leqq x\leqq 0)$ の最大値が 2 である。

$y=(x+2)^2-4+C$

よって

$C=2$



(3)　関数 $y=-x^2+6x+c$ $(1\leqq x\leqq 4)$ の最小値が -7 である。

$y=-\{x^2-6x\}+C$

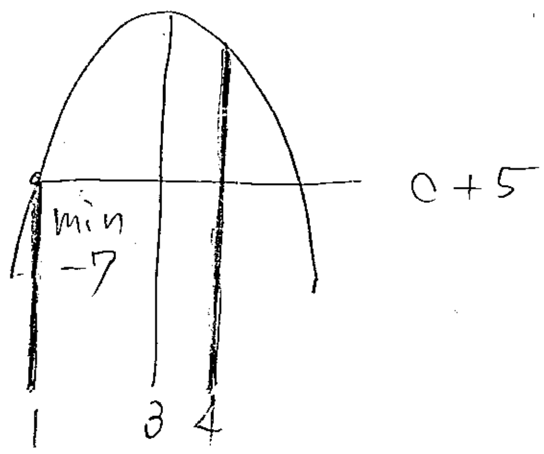
$=-\{(x-3)^2-9\}+C$

$=-(x-3)^2+9+C$

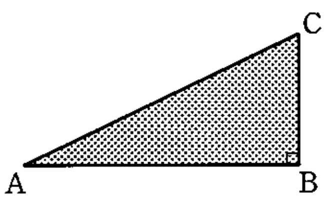
よって

$C+5=-7$

$C=-12$



13 直角三角形 ABC において，直角をはさむ 2 辺 AB, BC の長さの和が 14 cm であるとする。このような三角形の面積の最大値を求めよ。



$AB=x$　とすると

$BC=14-x$

$\triangle ABC=\frac{1}{2}x(14-x)$

$=-\frac{1}{2}x^2+7x$

$=-\frac{1}{2}\{x^2-14x\}$

$=-\frac{1}{2}\{(x-7)^2-49\}$

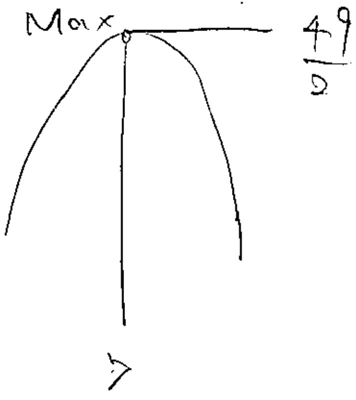
$=-\frac{1}{2}(x-7)^2+\frac{49}{2}$

範囲は

$x>0$　かつ　$14-x>0$

$x<14$

$0<x<14$



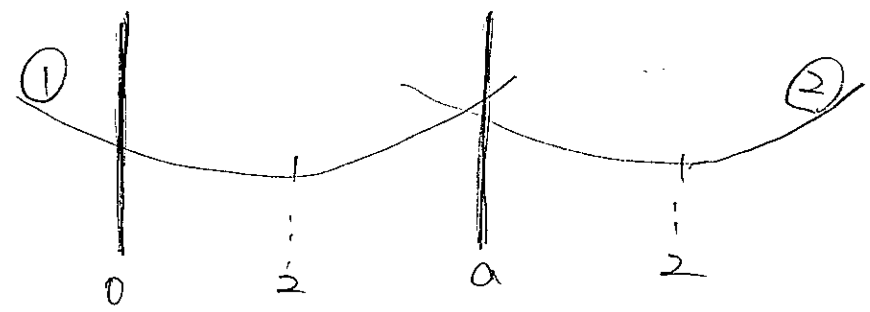
よって　$\frac{49}{2}$ cm^2

【定義域が広がるときの最大･最小】

14 $a>0$ とする。関数 $y=x^2-4x+5$ $(0\leqq x\leqq a)$ について，次の問いに答えよ。

(1)　最小値を求めよ。

$y=(x-2)^2+1$　頂 $(2, 1)$



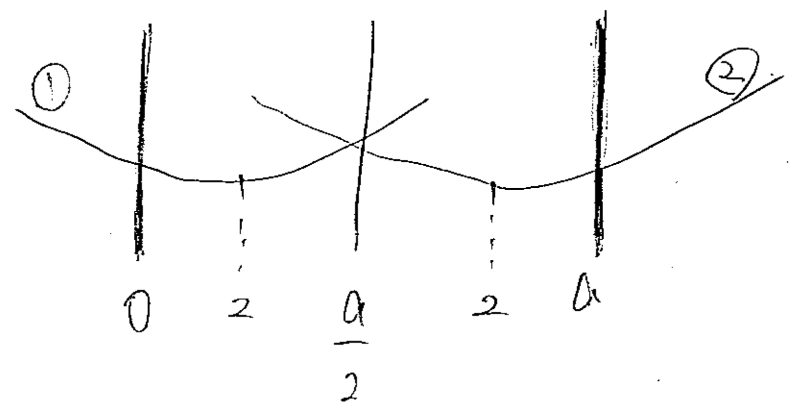
① $2\leqq a$ のとき

min 1 $(x=2)$

② $a\leqq 2$ のとき

min $y(a)=a^2-4a+5$ $(x=a)$

(2)　最大値を求めよ。



① $2\leqq\frac{a}{2}$

$4\leqq a$ のとき

Max $y(a)=a^2-4a+5$ $(x=a)$

② $a\leqq 4$ のとき

Max $y(0)=5$ $(x=0)$

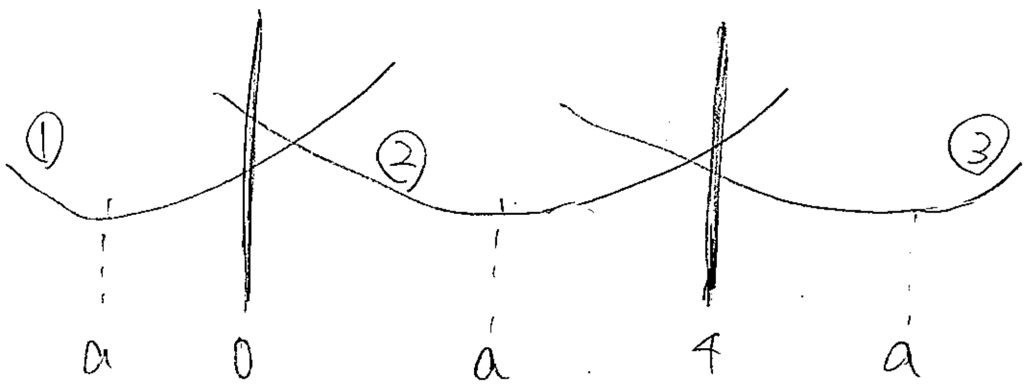
２次関数⑤

【軸が動くときの最大・最小】

15 関数 $y=x^2-2ax+4$ $(0\leqq x\leqq 4)$ ついて，次の問いに答えよ。

(1) 最小値を求めよ。

$y=(x-a)^2-a^2+4$ 　頂 $(a,\ -a^2+4)$



① $a\leqq 0$ のとき

min $y(0)=4$ 　$(x=0)$ //

② $0\leqq a\leqq 4$ のとき

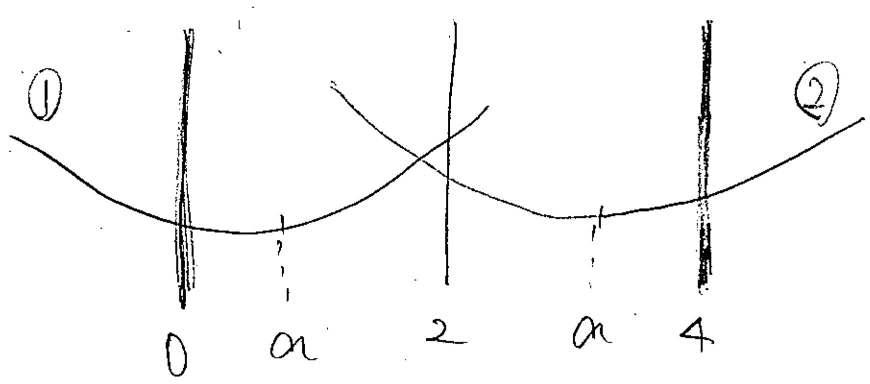
min $-a^2+4$ 　$(x=a)$ //

③ $4\leqq a$

min $y(4)=16-8a+4$

$=20-8a$ 　$(x=4)$ //

(2) 最大値を求めよ。



① $a\leqq 2$ のとき

Max $y(4)=20-8a$ 　$(x=4)$ //

② $2\leqq a$ のとき

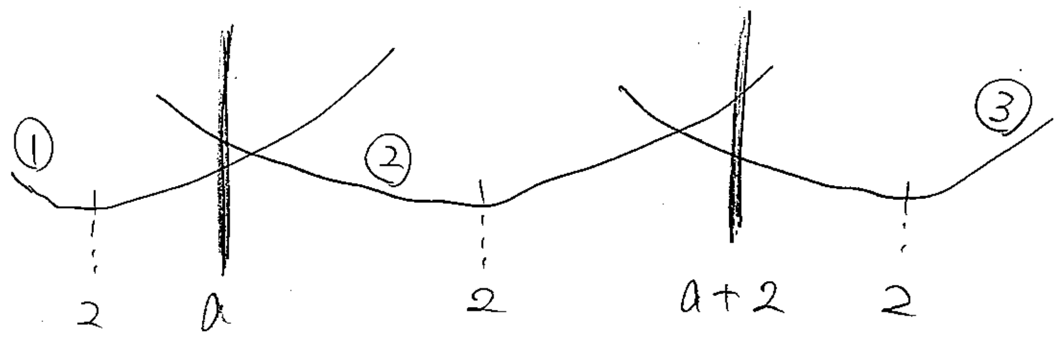
Max $y(0)=4$ 　$(x=0)$ //

【区間が動くときの最大・最小】

16 関数 $y=x^2-4x+3$ $(a\leqq x\leqq a+2)$ について次の問いに答えよ。

(1) 最小値を求めよ。

$y=(x-2)^2-1$ 　頂 $(2,\ -1)$



① $2\leqq a$ のとき

min $y(a)=a^2-4a+3$ 　$(x=a)$ //

③ $a+2\leqq 2$

$a\leqq 0$ のとき

min $y(a+2)=(a+2)^2-4(a+2)+3$

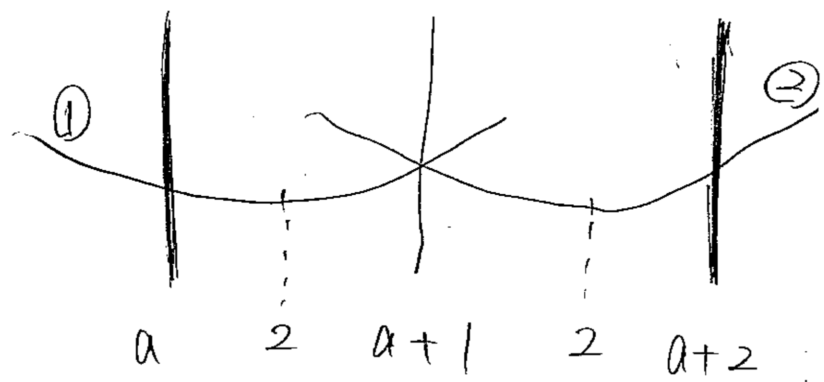
$=a^2+4a+4-4a-8+3$

$=a^2-1$ 　$(x=a+2)$ //

② $0\leqq a\leqq 2$ のとき

min -1 　$(x=2)$ //

(2) 最大値を求めよ。



① $2\leqq a+1$

$1\leqq a$ のとき

Max $y(a+2)=a^2-1$ 　$(x=a+2)$ //

② $a\leqq 1$ のとき

Max $y(a)=a^2-4a+3$ 　$(x=a)$ //

【2次関数の決定（軸，頂点が条件）】

17 グラフが次の条件を満たす2次関数を求めよ。

(1) 頂点が点$(-2,\ 4)$で，点$(-4,\ 2)$を通る。

$y=a(x+2)^2+4$

条件より

$2=a(-4+2)^2+4$

$4a=-2$

$a=-\dfrac{1}{2}$

よって $y=-\dfrac{1}{2}(x+2)^2+4$ //

(2) 軸が直線$x=1$で，2点$(3,\ -6)$，$(0,\ -3)$を通る。

$y=a(x-1)^2+q$

条件より

$$\begin{cases} -6=4a+q & \text{—①} \\ -3=a+q & \text{—②} \end{cases}$$

①－②

$-3=3a$

$a=-1$

②に代入

$-3=-1+q$

$q=-2$

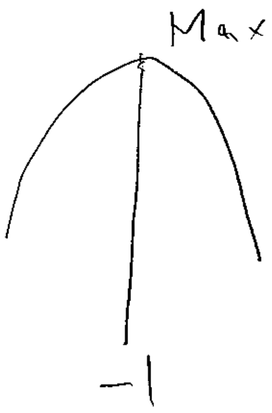
よって $y=-(x-1)^2-2$ //

【2次関数の決定（最大値，最小値が条件）】

18 次の条件を満たす2次関数を求めよ。

(1) $x=-1$ で最大となり，そのグラフが2点$(1,\ 5)$，$(3,\ -7)$を通る。

$y=a(x+1)^2+q \quad (a<0)$



条件より

$$\begin{cases} 5=4a+q & \text{—①} \\ -7=16a+q & \text{—②} \end{cases}$$

②－①

$-12=12a$

$a=-1$ （$a<0$ を満たす）

②に代入

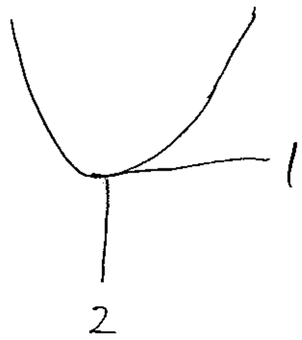
$-7=-16+q$

$q=9$

よって $y=-(x+1)^2+9$ //

(2) $x=2$ で最小値1をとり，$x=4$ のとき $y=9$ となる

$y=a(x-2)^2+1 \quad (a>0)$



条件より

$9=4a+1$

$4a=8$

$a=2$ （$a>0$ を満たす）

よって $y=2(x-2)^2+1$ //

19 2次関数のグラフが$(2,\ -2)$，$(3,\ 5)$，$(-1,\ 1)$を通るとき，その2次関数を求めよ。

$y=ax^2+bx+c$

条件より

$$\begin{cases} 4a+2b+c=-2 & \text{—①} \\ 9a+3b+c=5 & \text{—②} \\ a-b+c=1 & \text{—③} \end{cases}$$

②－①

$5a+b=7$ —④

②－③

$8a+4b=4$

$2a+b=1$ —⑤

④－⑤

$3a=6$

$a=2$

⑤に代入

$4+b=1$

$b=-3$

$a=2,\ b=-3$ を③に代入

$2+3+c=1$

$c=-4$

よって $y=2x^2-3x-4$ //

【条件式がある場合の最大･最小】

20 実数x，yが$2x+y=5$を満たしながら変化するとき，x^2+y^2 の最小値と，そのときのx，yの値を求めよ。 —②

$y=5-2x$ —①

①を②に代入

$x^2+(5-2x)^2=x^2+25-20x+4x^2$

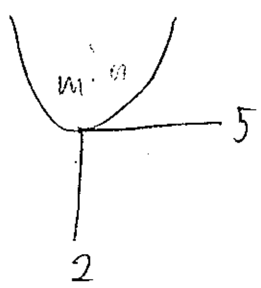
$=5x^2-20x+25$

$=5\{x^2-4x\}+25$

$=5\{(x-2)^2-4\}+25$

$=5(x-2)^2-20+25$

$=5(x-2)^2+5$



よって

min 5 $(x=2,\ y=1)$ // $\boxed{x=2 \text{ を①に代入}}$

【2 次方程式】

21 次の 2 次方程式を解け。

(1) $x^2+x-2=0$

$(x+2)(x-1)=0$

$x=-2,\ 1$

(2) $-2x^2-5x+3=0$

$2x^2+5x-3=0$

$(x+3)(2x-1)=0$

$x=-3,\ \frac{1}{2}$

(3) $4x^2-4x+1=0$

$(2x-1)^2=0$

$x=\frac{1}{2}$ (重解)

(4) $x^2-x-1=0$

$x=\frac{1\pm\sqrt{1+4}}{2}$

$=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$

(5) $x^2+2\sqrt{3}x+3=0$

$x=-\sqrt{3}\pm\sqrt{3-3}$

$=-\sqrt{3}$ (重解)

(6) $x^2-2\sqrt{3}x+2=0$

$x=\sqrt{3}\pm\sqrt{3-2}$

$=\sqrt{3}\pm1$

(7) $x^2-2x-5=0$

$x=1\pm\sqrt{1+5}$

$=1\pm\sqrt{6}$

(8) $3x=1-2x^2$

$2x^2+3x-1=0$

$x=\frac{9\pm\sqrt{9+8}}{4}$

$=\frac{9\pm\sqrt{17}}{4}$

(9) $(x-6)(x+2)=9$

$x^2-4x-12-9=0$

$x^2-4x-21=0$

$(x-7)(x+3)=0$

$x=-3,\ 7$

(10) $x^2+(a+2)x+2a=0$

$(x+a)(x+2)=0$

$x=-a,\ -2$

【方程式の解から係数決定】

22 2 次方程式 $2x^2+ax-3b=0$ の解が $x=-2,\ 3$ であるとき，定数 a，b の値を求めよ。

条件より

$$\begin{cases} 18+3a-3b=0 & \text{—①} \\ 8-2a-3b=0 & \text{—②} \end{cases}$$

① − ②

$10+5a=0$

$a=-2$

②に代入

$8+4-3b=0$

$3b=12$

$b=4$

よって

$a=-2$

$b=4$

【2 次方程式の実数解の個数】

23 次の 2 次方程式の実数解の個数を求めよ。

$\boxed{D}$

(1) $x^2+3x-5=0$

$D=9+20$

$=29>0$

よって 2つ

(2) $3x^2-5x+4=0$

$D=25-48$

$=-23<0$

よって 0つ

(3) $3x^2+2\sqrt{3}x+1=0$

$\frac{D}{4}=3-3$

$=0$

よって 1つ

24 2 次方程式 $x^2-4x+m=0$ が実数解をもつとき，定数 m の値の範囲を求めよ。

$\boxed{D\geqq0}$

$\frac{D}{4}=4-m\geqq0$

$-m\geqq-4$

$m\leqq4$

25 2 次方程式 $x^2+(m+2)x+m+5=0$ が重解をもつとき，定数 m の値を求めよ。また，そのときの重解を求めよ。

$\boxed{D=0}$

$D=(m+2)^2-4(m+5)=0$

$m^2+4m+4-4m-20=0$

$m^2-16=0$

$m^2=16$

$m=\pm4$

$m=4$ のとき

$x^2+6x+9=0$

$(x+3)^2=0$

$x=-3$ (重解)

$m=-4$ のとき

$x^2-2x+1=0$

$(x-1)^2=0$

$x=1$ (重解)

よって

$m=4$ のとき $x=-3$

$m=-4$ のとき $x=1$

【x 軸との共有点の x 座標】

26 次の２次関数のグラフと x 軸の共有点の座標を求めよ。

(1) $y=x^2-2x-3$

$x^2-2x-3=0$

$(x-3)(x+1)=0$

$x=-1,\ 3$

よって

$(-1,0),\ (3,0)$

(2) $y=-x^2+3x-1$

$-x^2+3x-1=0$

$x^2-3x+1=0$

$x=\dfrac{3\pm\sqrt{9-4}}{2}$

$=\dfrac{3\pm\sqrt{5}}{2}$

よって

$\left(\dfrac{3-\sqrt{5}}{2},\ 0\right),\ \left(\dfrac{3+\sqrt{5}}{2},\ 0\right)$

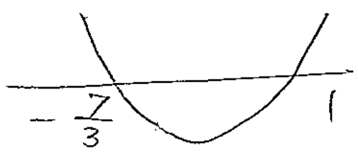
27 次の２次関数のグラフが x 軸から切り取る線分の長さを求めよ。

(1) $y=3x^2+4x-7$

$3x^2+4x-7=0$

$(3x+7)(x-1)=0$

$x=-\dfrac{7}{3},\ 1$



よって

$1-\left(-\dfrac{7}{3}\right)=\dfrac{10}{3}$

(2) $y=x^2+2x-1$

$x^2+2x-1=0$

$x=\dfrac{-2\pm\sqrt{4+4}}{2}$

$=\dfrac{-2\pm2\sqrt{2}}{2}$

$=-1\pm\sqrt{2}$

よって

$-1+\sqrt{2}-(-1-\sqrt{2})$

$=2\sqrt{2}$

【x 軸との共有点の個数】

28 次の２次関数のグラフと x 軸の共有点の個数を求めよ。 $\boxed{D}$

(1) $y=x^2+3x+3$

$D=9-12$

$=-3<0$

よって

0コ

(2) $y=\dfrac{1}{2}x^2-2x+2$

$\dfrac{D}{4}=1-\dfrac{1}{2}\cdot2$

$=0$

よって

1コ

29 ２次関数 $y=x^2-2x-m-1$ のグラフと x 軸の共有点の個数は，定数 m の値によってどのように変わるか。 $\boxed{D}$

$\dfrac{D}{4}=1-(-m-1)$

$=m+2$

$\dfrac{D}{4}>0$　　$m+2>0$

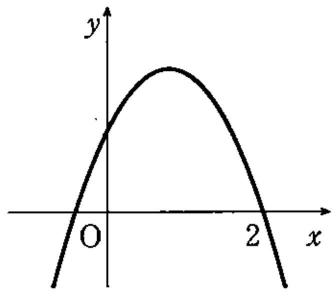
$m>-2$ のとき　2コ

$\dfrac{D}{4}=0$　　$m=-2$ のとき　1コ

$\dfrac{D}{4}<0$　　$m<-2$ のとき　0コ

【グラフから読み取る】

30 ２次関数 $y=ax^2+bx+c$ のグラフが右の図で与えられるとき，次の値は正，0，負のいずれになるか。



(1) a

負

(2) c

正

(3) $-\dfrac{b}{2a}$

正

(4) b

正

(5) b^2-4ac

正

(6) $a+b+c$

正

【放物線と直線の共有点の座標】

31 放物線 $y=x^2-6x+11$ と次の直線の共有点の座標を求めよ。

(1) $y=3x-3$

$x^2-6x+11=3x-3$

$x^2-9x+14=0$

$(x-7)(x-2)=0$

$x=2,\ 7$

よって

$(2,3),\ (7,18)$

(2) $y=-2x+7$

$x^2-6x+11=-2x+7$

$x^2-4x+4=0$

$(x-2)^2=0$

$x=2$ （重解）

よって

$(2,3)$

32 放物線 $y=x^2-3x$ と直線 $y=x+k$ が接するとき，定数 k の値を求めよ。また，そのときの接点の座標を求めよ。 $\boxed{D=0}$

$x^2-3x=x+k$

$x^2-4x-k=0$ —— ①

$\dfrac{D}{4}=4+k=0$

$k=-4$

①に代入

$x^2-4x+4=0$

$(x-2)^2=0$

$x=2$ （重解）

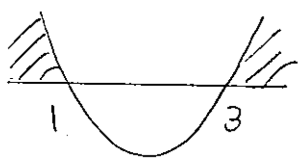
よって

$(2,-2)$

【2 次不等式】

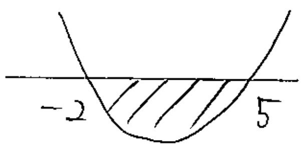
33 次の 2 次不等式を解け。

(1) $(x-1)(x-3)>0$



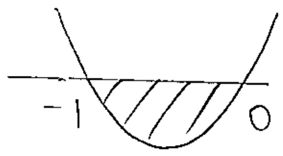
$x<1,\ 3<x$

(2) $(x+2)(x-5)<0$



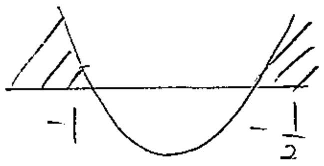
$-2<x<5$

(3) $x(x+1)\leqq 0$



$-1\leqq x\leqq 0$

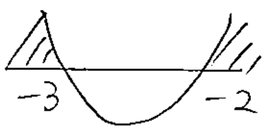
(4) $(2x+1)(x+1)\geqq 0$



$x\leqq -1,\ -\frac{1}{2}\leqq x$

(5) $x^2+5x+6>0$

$(x+3)(x+2)>0$

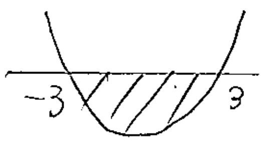


$x<-3,\ -2<x$

(6) $x^2\leqq 9$

$x^2-9\leqq 0$

$(x+3)(x-3)\leqq 0$



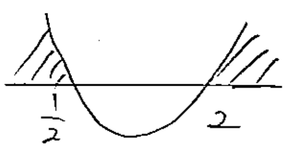
$-3\leqq x\leqq 3$

34 次の 2 次不等式を解け。

(1) $2x^2-5x+2\geqq 0$

$\begin{matrix}2 & & -1 \\ 1 & \times & -2\end{matrix}\qquad \begin{array}{r}-1\\-4\\\hline -5\end{array}$

$(2x-1)(x-2)\geqq 0$

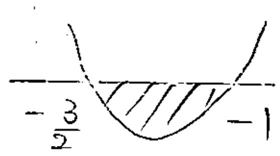


$x\leqq\frac{1}{2},\ 2\leqq x$

(2) $2x^2+5x+3<0$

$\begin{matrix}2 & & 3 \\ 1 & \times & 1\end{matrix}\qquad \begin{array}{r}3\\2\\\hline 5\end{array}$

$(2x+3)(x+1)<0$



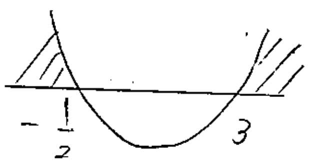
$-\frac{3}{2}<x<-1$

(3) $-2x^2+5x+3<0$

$2x^2-5x-3>0$

$\begin{matrix}2 & & 1 \\ 1 & \times & -3\end{matrix}\qquad \begin{array}{r}1\\-6\\\hline -5\end{array}$

$(2x+1)(x-3)>0.$



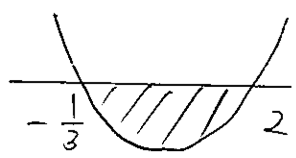
$x<-\frac{1}{2},\ 3<x$

(4) $-3x^2+5x+2\geqq 0$

$3x^2-5x-2\leqq 0$

$\begin{matrix}3 & & 1 \\ 1 & \times & -2\end{matrix}\qquad \begin{array}{r}1\\-6\\\hline -5\end{array}$

$(3x+1)(x-2)\leqq 0$



$-\frac{1}{3}\leqq x\leqq 2$

35 次の 2 次不等式を解け。

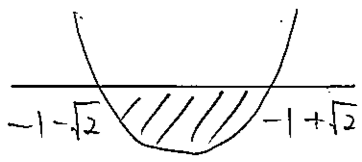
(1) $x^2+2x-1\leqq 0$

$x^2+2x-1=0$

$x=\dfrac{-2\pm\sqrt{4+4}}{2}$

$=\dfrac{-2\pm 2\sqrt{2}}{2}$

$=-1\pm\sqrt{2}$



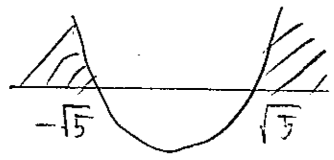
$-1-\sqrt{2}\leqq x\leqq -1+\sqrt{2}$

(2) $x^2-5>0$

$x^2-5=0$

$x^2=5$

$x=\pm\sqrt{5}$

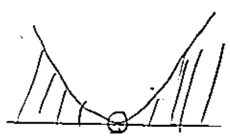


$x<-\sqrt{5},\ \sqrt{5}<x$

36 次の 2 次不等式を解け。

(1) $x^2-4x+4>0$

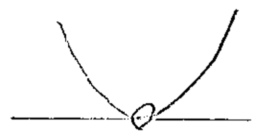
$(x-2)^2>0$



2以外のすべての実数

(2) $x^2-10x+25<0$

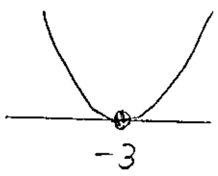
$(x-5)^2<0$



解なし

(3) $x^2+6x+9\leqq 0$

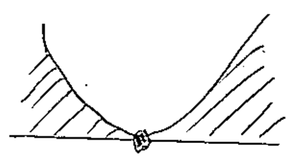
$(x+3)^2\leqq 0$



$x=-3$

(4) $4x^2+4x+1\geqq 0$

$(2x+1)^2\geqq 0$



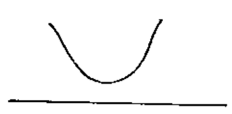
すべての実数

37 次の 2 次不等式を解け。

(1) $x^2-4x+6>0$

$x^2-4x+6=0$

$x=\dfrac{4\pm\sqrt{16-24}}{2}$

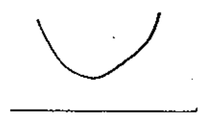


すべての実数

(2) $x^2-2x+2\leqq 0$

$x^2-2x+2\leqq 0$

$x=\dfrac{2\pm\sqrt{4-8}}{2}$



解なし

(3) $2x^2+4x+3<0$

$2x^2+4x+3=0$

$x=\dfrac{-4\pm\sqrt{16-24}}{4}$

解なし

(4) $2x^2+8x+10\geqq 0$

$2x^2+8x+10=0$

$x=\dfrac{-8\pm\sqrt{64-80}}{4}$

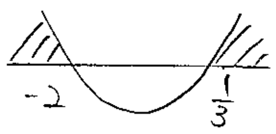
すべての実数

38 次の２次不等式を解け。

(1) $3x^2+5x-2\geqq 0$

$$\begin{array}{ccc} 3 & & -1 \\ & \times & \\ 1 & & 2 \end{array} \qquad \begin{array}{r} -1 \\ 6 \\ \hline 5 \end{array}$$

$(3x-1)(x+2)\geqq 0$

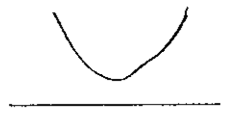


$x\leqq -2,\ \frac{1}{3}\leqq x$ //

(2) $-x^2+x-1\geqq 0$

$x^2-x+1\leqq 0$

$x=\dfrac{1\pm\sqrt{1-4}}{2}$



解なし //

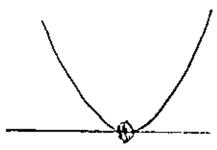
(3) $3x^2-2\sqrt{3}x+1\leqq 0$

$3x^2-2\sqrt{3}x+1=0$

$x=\dfrac{2\sqrt{3}\pm\sqrt{12-12}}{6}$

$=\dfrac{2\sqrt{3}}{6}$

$=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$



$x=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ //

(4) $x^2-3x+2>2x^2-x$

$-x^2-2x+2>0$

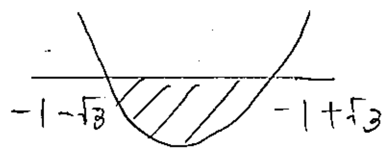
$x^2+2x-2<0$

$x=\dfrac{-2\pm\sqrt{4+8}}{2}$

$=\dfrac{-2\pm\sqrt{12}}{2}$

$=\dfrac{-2\pm 2\sqrt{3}}{2}$

$=-1\pm\sqrt{3}$



$-1-\sqrt{3}<x<-1+\sqrt{3}$ //

【２次関数のグラフと x 軸の共有点】

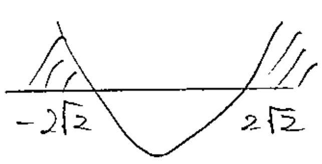
39 ２次関数 $y=2x^2+mx+1$ のグラフが x 軸と共有点を持つとき，定数 m の値の範囲を求めよ。

$D=m^2-8\geqq 0$

$m^2-8=0$

$m^2=8$

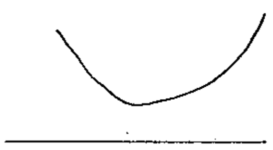
$m=\pm 2\sqrt{2}$



$x\leqq -2\sqrt{2},\ 2\sqrt{2}\leqq x$ //

【絶対不等式】

40 ２次不等式 $x^2+mx+3m-5>0$ の解がすべての実数であるとき，定数 m の値の範囲を求めよ。



$D<0$

$m^2-4(3m-5)<0$

$m^2-12m+20<0$

$(m-2)(m-10)<0$

$2<m<10$ //

【連立不等式】

41 次の連立不等式を解け。

(1) $\begin{cases} x^2-5x+4\leqq 0 & \text{—①} \\ x^2-2x-3>0 & \text{—②} \end{cases}$

① より

$(x-4)(x-1)\leqq 0$

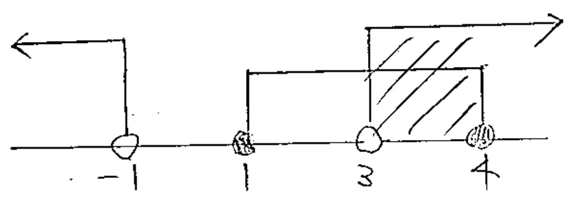
$1\leqq x\leqq 4$ —③

② より

$(x-3)(x+1)>0$

$x<-1,\ 3<x$ —④

③ ④ より



$3<x\leqq 4$ //

(2) $\begin{cases} x^2+3x>0 & \text{—①} \\ x^2+4x-12\leqq 0 & \text{—②} \end{cases}$

① より

$x(x+3)>0$

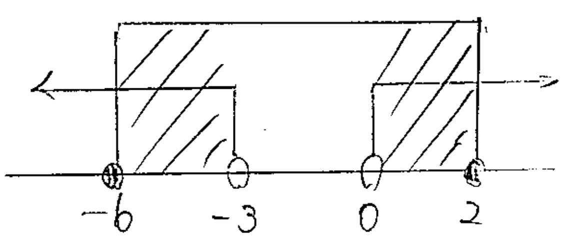
$x<-3,\ 0<x$ —③

② より

$(x+6)(x-2)\leqq 0$

$-6\leqq x\leqq 2$ —④

③ ④ より



$-6\leqq x<-3,\ 0<x\leqq 2$ //

42 次の不等式を解け。

$\underbrace{5 < x^2 - 4x}_{①} \underbrace{\leqq 6 - 3x}_{②}$

① より

$x^2 - 4x - 5 > 0$

$(x-5)(x+1) > 0$

$x < -1,\ 5 < x$ — ③

② より

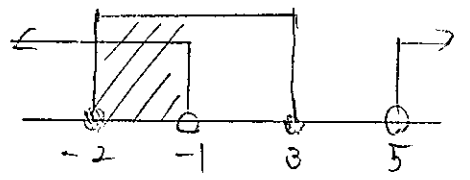
$x^2 - 4x - 6 + 3x \leqq 0$

$x^2 - x - 6 \leqq 0$

$(x-3)(x+2) \leqq 0$

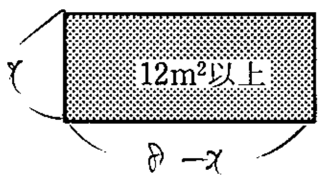
$-2 \leqq x \leqq 3$ — ④

③④ より



$-2 \leqq x < -1$ //

43 周の長さが 16 m で，縦の長さが横の長さ以下の長方形状の囲いを作る。囲いの中の面積を 12 m² 以上にするには，縦の長さをどのような範囲にとればよいか。



タテ x

ヨコ $8 - x$

条件

$\begin{cases} x > 0 & — ① \\ x \leqq 8 - x & — ② \end{cases}$

② より

$2x \leqq 8$

$x \leqq 4$ — ③

①③ より

$0 < x \leqq 4$ — ④

面積

$x(8-x) \geqq 12$

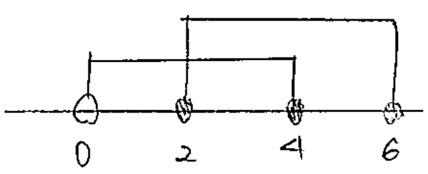
$8x - x^2 - 12 \geqq 0$

$x^2 - 8x + 12 \leqq 0$

$(x-6)(x-2) \leqq 0$

$2 \leqq x \leqq 6$ — ⑤

④⑤ より

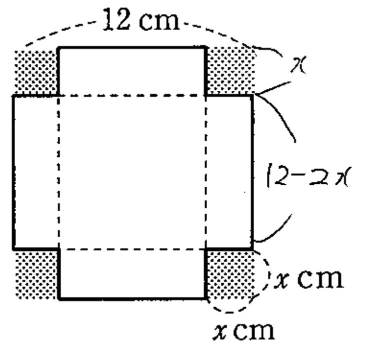


$2 \leqq x \leqq 4$

よって

2m以上 4m 以下 //

44 1 辺が 12 cm の正方形の厚紙がある。この厚紙の四隅から合同な正方形を切り取り，ふたのない箱を作る。底面の正方形の 1 辺を 6 cm 以上で，側面の 4 個の長方形の面積の和を 40 cm² 以上にするとき，切り取る正方形の 1 辺の長さをどのような範囲にとればよいか。




x とする

条件

$\begin{cases} x > 0 & — ① \\ 12 - 2x > 6 & — ② \end{cases}$

② より

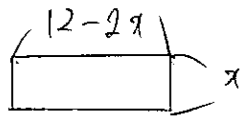
$-2x > -6$

$x < 3$ — ③

①③ より

$0 < x < 3$ — ④

面積



$\times 4$

$x(12-2x) \times 4 \geqq 40$

$12x - 2x^2 \geqq 10$

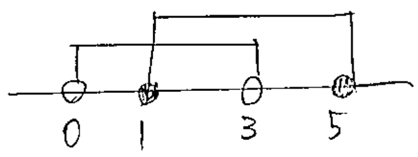
$6x - x^2 \geqq 5$

$x^2 - 6x + 5 \leqq 0$

$(x-5)(x-1) \leqq 0$

$1 \leqq x \leqq 5$ — ⑤

④⑤ より



$1 \leqq x < 3$

よって

1cm 以上 3 cm 以下 //

【不等式の解より係数決定】

45 2 次不等式 $ax^2 + bx + 4 > 0$ の解が $-2 < x < 1$ であるように，定数 a，b の値を求めよ。

解が $-2 < x < 1$ の 2次不等式は

$(x-1)(x+2) < 0$

$x^2 + x - 2 < 0$

$2x^2 + 2x - 4 < 0$

$\underset{a}{-2}x^2 \underset{b}{-2}x + 4 > 0$

よって

$a = -2 \quad b = -2$ //

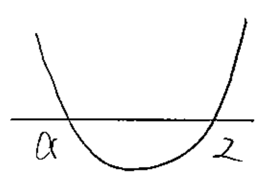
【文字係数の不等式】

46 a を定数とする。次の x についての不等式を解け。

$x^2 - (a+2)x + 2a < 0$

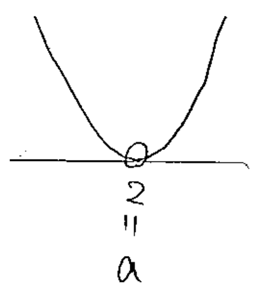
$(x-2)(x-a) < 0$

㋐ $a \leqq 2$ のとき



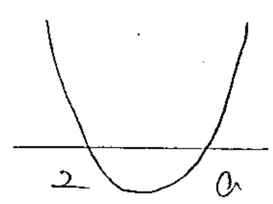
$a < x < 2$ //

㋑ $a = 2$ のとき



解なし //

㋒ $2 \leqq a$ のとき



$2 < x < a$ //

47 2次方程式 $x^2-2mx+m+2=0$ が次のような異なる2つの解をもつとき，定数 m の値の範囲を求めよ。

(1) ともに正の解

$f(x) = x^2-2mx+m+2$ とおく.

① $D > 0$

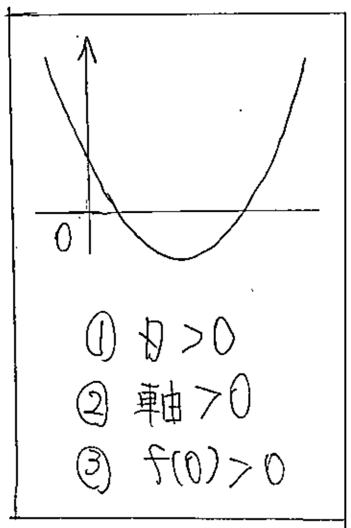
$D = (-2m)^2 - 4(m+2) > 0$

$4m^2 - 4m - 8 > 0$

$m^2 - m - 2 > 0$

$(m-2)(m+1) > 0$

$m < -1,\ 2 < m$



② 軸 > 0

軸 $= \dfrac{2m}{2} > 0$

$m > 0$

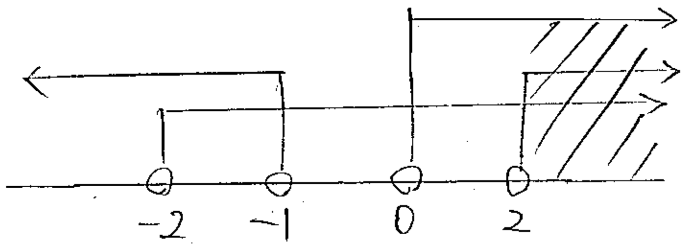
$\boxed{ax^2+bx+c=0 \quad 軸 = \dfrac{-b}{2a}}$

③ $f(0) > 0$

$f(0) = m+2 > 0$

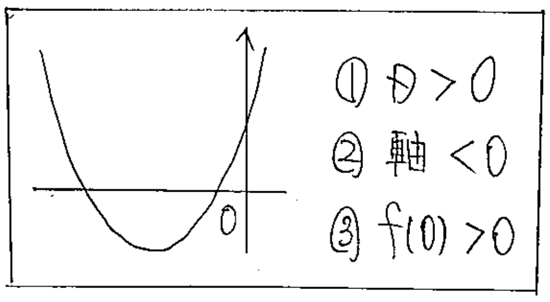
$m > -2$

①②③より



$2 < m$

(2) ともに負の解



(1)より

① $D > 0$

$m<-1,\ 2<m$

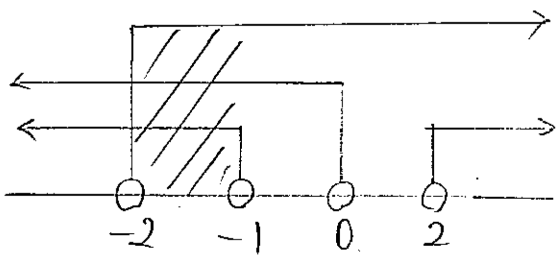
② 軸 < 0

$m < 0$

③ $f(0) > 0$

$m > -2$

①②③より

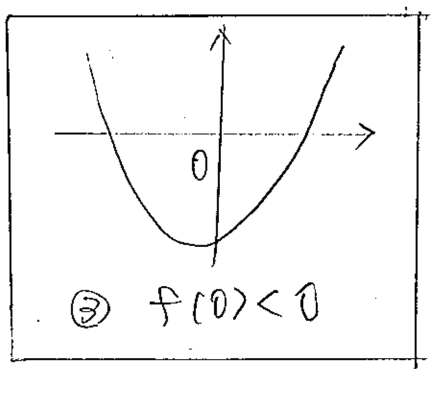


$-2 < m < -1$

(3) 符号の異なる解

③ $f(0) < 0$

$m < -2$



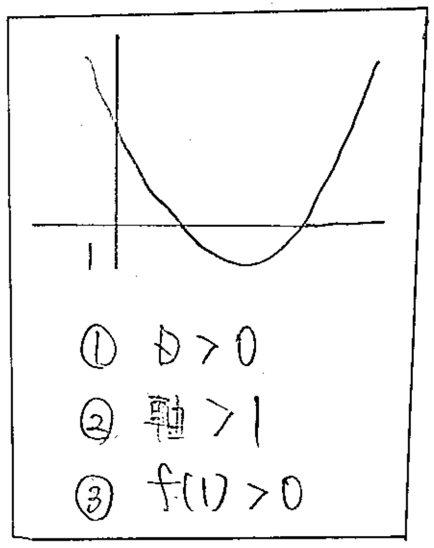
48 2次方程式 $x^2-2mx+m+2=0$ が次のような異なる2つの解をもつとき，定数 m の値の範囲を求めよ。

(1) ともに1より大きい

$f(x) = x^2-2mx+m+2$ とおく

① $D > 0$

$m < -1,\ 2 < m$



② 軸 > 1

軸 $= \dfrac{2m}{2} > 1$

$m > 1$

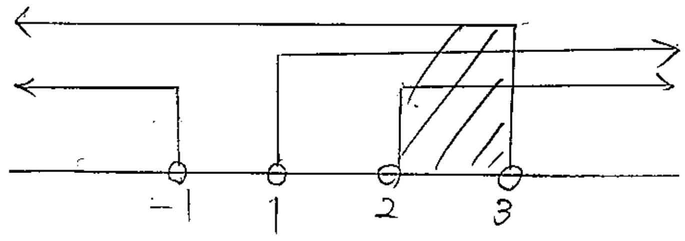
③ $f(1) > 0$

$f(1) = 1-2m+m+2 > 0$

$-m > -3$

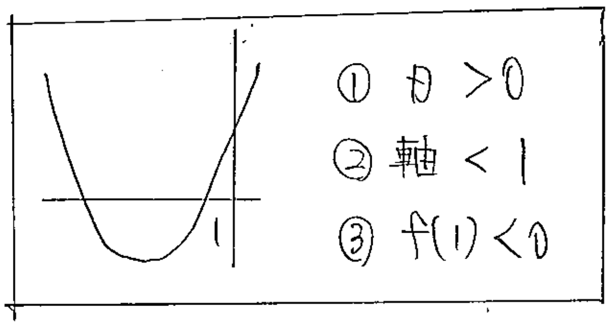
$m < 3$

①②③より



$2 < m < 3$

(2) ともに1以下



(1)より

① $D > 0$

$m<-1,\ 2<m$

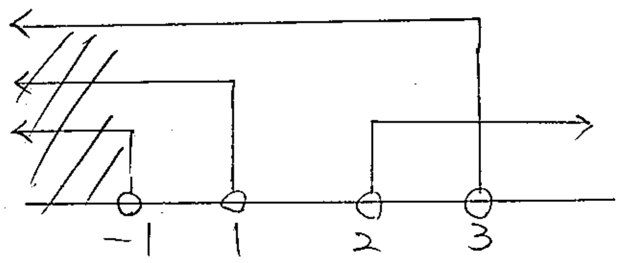
② 軸 < 1

$m < 1$

③ $f(1) > 0$

$m < 3$

①②③より



$m < -1$

(3) 1つの解が1より大きく，他の解が1より小さい

③ $f(1) < 0$

$m > 3$