

指数関数 (公式)

累乗根の性質

- ① $\sqrt[\Delta]{a} \sqrt[\Delta]{b} = \sqrt[\Delta]{ab}$ $\frac{\sqrt[\Delta]{a}}{\sqrt[\Delta]{b}} = \sqrt[\Delta]{\frac{a}{b}}$
- ② $(\sqrt[\Delta]{a})^{\circ} = \sqrt[\Delta]{a^{\circ}}$
- ③ $\sqrt{\sqrt[\Delta]{a}} = \sqrt[\Delta]{a}$
- ④ $\sqrt[\Delta]{a^{\circ}} = a^{\frac{\circ}{\Delta}}$

例

- ① $\sqrt[3]{2} \sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{10}$ $\frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{5}} = \sqrt[3]{\frac{2}{5}}$
- ② $(\sqrt[3]{2})^4 = \sqrt[3]{2^4}$
- ③ $\sqrt[4]{\sqrt[3]{2}} = \sqrt[12]{2}$
- ④ $\sqrt[3]{2^4} = 2^{\frac{4}{3}}$

指数関数の性質

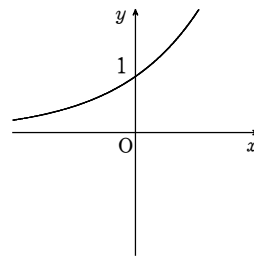
- ① $a^{\Delta} = \frac{1}{a^{-\Delta}}$ $a^{-\Delta} = \frac{1}{a^{\Delta}}$
- ② $a^{\circ} a^{\Delta} = a^{\circ+\Delta}$ $\frac{a^{\circ}}{a^{\Delta}} = a^{\circ-\Delta}$
- ③ $(a^{\circ})^{\Delta} = a^{\circ\Delta}$
- ④ $(ab)^{\Delta} = a^{\Delta} b^{\Delta}$
- ⑤ $\left(\frac{a}{b}\right)^{\Delta} = \frac{a^{\Delta}}{b^{\Delta}}$

例

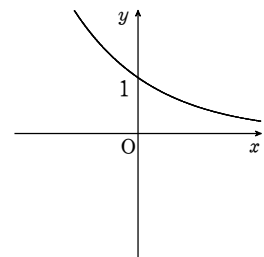
- ① $2^{-3} = \frac{1}{2^3}$ (−)を取ると分母分子が逆になる
- ② $2^4 \times 2^3 = 2^{4+3}$ $\frac{2^4}{2^3} = 2^{4-3}$ 足し算引き算になる
- ③ $(2^3)^4 = 2^{3 \times 4}$ 掛け算になる
- ④ $(2 \cdot 3)^4 = 2^4 \cdot 3^4$ 分配できる
- ⑤ $\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2^4}{3^4}$ 分母分子に分けられる

指数関数のグラフ

$$y = 2^x$$



$$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$



例

$4^x - 3 \cdot 2^x - 4 = 0$ を解け。

解答

$$(2^x)^2 - 3 \cdot 2^x - 4 = 0$$

$$\underline{2^x = t} \text{ とおくと } (\underline{t > 0})$$

$$t^2 - 3t - 4 = 0$$

$$(t+1)(t-4) = 0$$

$$t > 0 \text{ より}$$

$$t = 4$$

$2^x = t$ のとき

$t = 2^x$ の t を y と考えると

$y = 2^x$ のとき

グラフより

$y > 0$ なので $t > 0$

という条件が出現する

大小関係

$\Delta > 1$ のとき

$$\Delta^{\circ} > \Delta^{\square} \iff \circ > \square$$

$0 < \Delta < 1$ のとき

$$\Delta^{\circ} > \Delta^{\square} \iff \circ < \square$$

不等号が逆になる

例

$$(1) 2^x \geq 2^3$$

底 $2 > 1$ より

$$x \geq 3$$

$$(2) \left(\frac{1}{2}\right)^x \geq \left(\frac{1}{2}\right)^3$$

底 $\frac{1}{2} < 1$ より

$$x \leq 3$$

累乗, 累乗根の大小比較

- ① 底をそろえて, 指数の大小で比較
- ② 指数をそろえて, 底の大小で比較
- ③ 指数が整数になるように何乗かして比較

例

- ① $2^{\frac{1}{2}}, 4^{\frac{1}{4}}, 8^{\frac{1}{8}}$
- ② $2^{30}, 3^{20}, 10^{10}$
- ③ $\sqrt[3]{3}, \sqrt[4]{5}, \sqrt[6]{11}$

$$a < b \iff a^{\Delta} < b^{\Delta}$$

Δ : 自然数