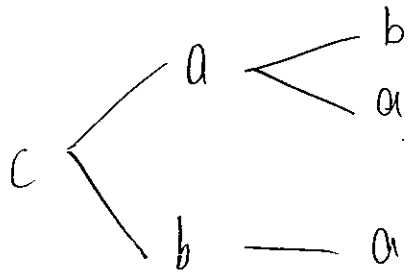
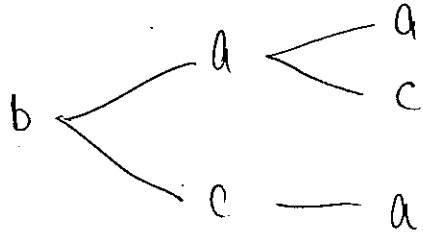
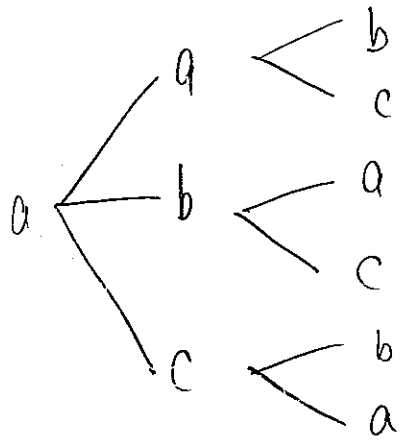


場合の数①

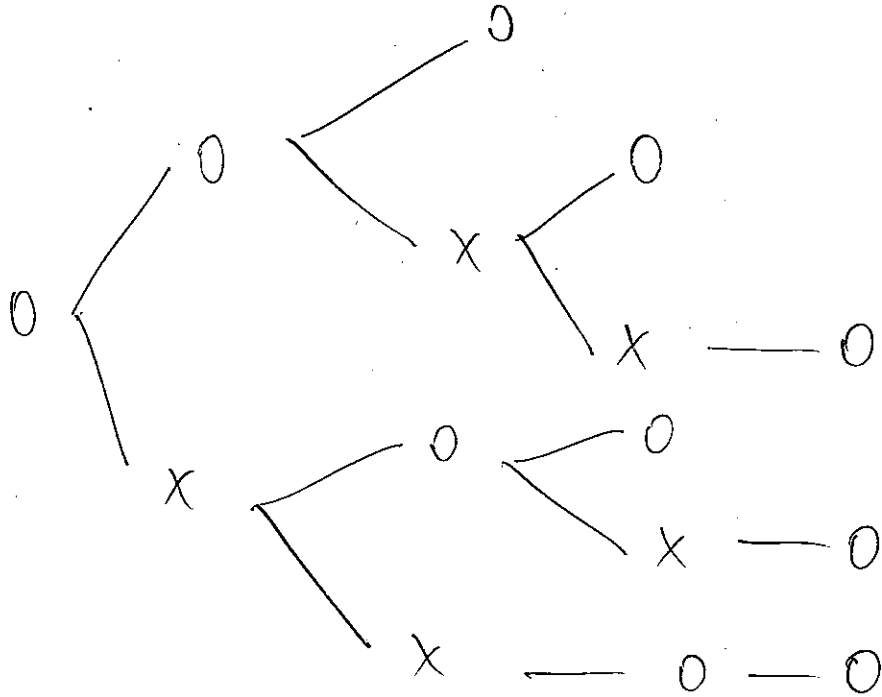
【樹形図】

1 4個の文字 a, a, b, c から, 3個を選んで1列に並べる方法は, 何通りあるか。



$12 \text{ 通り}$

2 ある競技の予選は5試合のうち3勝すれば通過できる。ただし, 引き分けはなく, 3勝したらそれ以降の試合はない。最初に1勝したとき, この予選を通過するための勝敗の順は何通りあるか。



$6 \text{ 通り}$

【和の法則】

3 1個のさいころを2回投げるとき, 目の和が5の倍数になる場合は何通りあるか。

[1] 5 n とき

- 1 4
- 2 3
- 3 2
- 4 1

[2] 10 n とき

- 4 6
- 5 5
- 6 4

$4 + 3 = 7 \text{ 通り}$

【積の法則】

4 大小2個のさいころを投げるとき, 次の問いに答えよ。

(1) 2個のさいころの目の出方は何通りあるか。

$6 \times 6 = 36 \text{ 通り}$

(2) 大きいさいころの目が3以上, 小さいさいころの目が偶数である出方は何通りあるか。

$4 \times 3 = 12 \text{ 通り}$

5 次の問いに答えよ。

(1) 大中小3個のさいころを投げるとき, 目の出方は何通りあるか。

$6 \times 6 \times 6 = 216 \text{ 通り}$

(2) 積  $(a+b)(c+d)(x+y+z)$  を展開すると, 項は何個できるか。

$2 \times 2 \times 3 = 12 \text{ 項}$

6 次の数について, 正の約数は何個あるか。

(1)  $16 = 2^4$   
 $2 \mid 16$   
 $2 \mid 8$   
 $2 \mid 4$   
 $2$   
 $5 \text{ 通り}$

(2)  $144 = 2^4 \cdot 3^2$   
 $2 \mid 144$   
 $2 \mid 72$   
 $2 \mid 36$   
 $2 \mid 18$   
 $3 \mid 9$   
 $3$   
 $5 \times 3 = 15 \text{ 通り}$

【順列】

7 次の値を求めよ。

(1)  ${}_5P_2 = 5 \cdot 4 = 20$

(2)  ${}_8P_4 = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 1680$

(3)  ${}_3P_1 = 3$

(4)  ${}_6P_6 = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720$

8 次のものの総数を求めよ。

(1) 10人の生徒から3人を選んで1列に並べるときの並べ方

$10 \cdot 9 \cdot 8 = 720 \text{ 通り}$

(2) 1から6までの数字から異なる4個を選んで作る4桁の数

$6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 360$

9 次のような並べ方の総数を求めよ。

(1) 1から5までの自然数すべてを1列に並べる。

$5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120 \text{ 通り}$

(2) A, B, C, D, E, F, Gの7文字すべてを1列に並べる。

$7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 5040 \text{ 通り}$

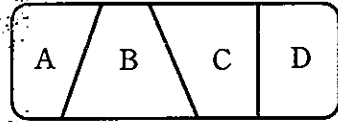
場合の数②

10 6人の候補選手の中から、リレーの第1走者から第4走者までを選ぶとき、4人の走者の選び方は何通りあるか。

$$\triangle \triangle \triangle \triangle$$

$$6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 360 \text{ 通り}$$

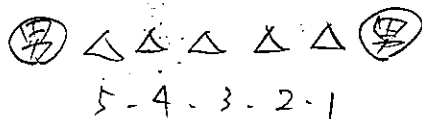
11 右の図のようなA, B, C, Dの4つの部分を、すべて違う色で塗り分ける。5種類の色があるとき、何通りの塗り方があるか。



$$5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 120 \text{ 通り}$$

12 男子4人と女子3人が1列に並ぶとき、次のような並び方は何通りあるか。

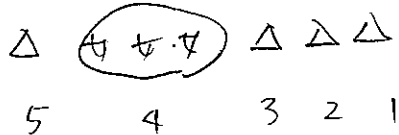
(1) 両端が男子である。



男の並べ方

$$(4 \cdot 3) \times (5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1) = 1440 \text{ 通り}$$

(2) 女子3人が隣り合う。

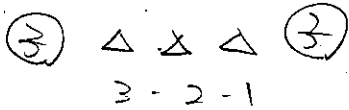


女の並べ方

$$(3 \cdot 2 \cdot 1) \times (5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1) = 720 \text{ 通り}$$

13 a, b, c, d, eの5文字をすべて使って作る順列について、次のような並び方は何通りあるか。

(1) 両端が子音である。



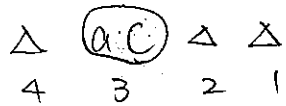
子音の並べ方

$$(3 \cdot 2) \times (3 \cdot 2 \cdot 1) = 36 \text{ 通り}$$

(2) a, cが隣り合わない。

(可成り) (a, cが隣り合う)

a, cが隣り合う並べ方



a, cの並べ方

$$(2 \cdot 1) \times (4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1) = 48$$

可成りの並べ方

$$5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$$

$$120 - 48 = 72 \text{ 通り}$$

14 0, 1, 2, 3, 4のうちの異なる4個を並べて、4桁の整数を作るとき、次のような整数は何個作れるか。

(1) 4桁の整数



0以外

$$4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 96 \text{ 通り}$$

(2) 4桁の奇数

$$3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 = 36 \text{ 通り}$$

(3) 4桁の偶数

[1] 一の位が0

[2] 一の位が2, 4

$$4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$$

$$3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 = 36$$

$$24 + 36 = 60 \text{ 通り}$$

【円順列】

15 色の異なる5個の玉を、円形に並べる方法は何通りあるか。

$$(5-1)! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24 \text{ 通り}$$

16 色の異なる5個の玉をつないで腕輪を作ると、腕輪は何通りできるか。

$$\frac{(5-1)!}{2} = 12 \text{ 通り}$$

17 大人4人と子供4人が輪の形に並ぶとき、大人と子供が交互に並ぶような並び方は何通りあるか。

大人並べ方 子供の並べ方

$$(4-1)! \times (4-3 \cdot 2 \cdot 1) = 3 \cdot 2 \times 4 \cdot 3 \cdot 2 = 144 \text{ 通り}$$

18 A, B, C, D, E, Fの6人が、円形の6人席のテーブルに着席するとき、AとBが隣り合うような並び方は何通りあるか。

ABの並べ方

$$(2-1) \times (5-1)! = 2 \times 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 48 \text{ 通り}$$

【重複順列】

19 次の問いに答えよ。

(1) 1, 2, 3, 4, 5の5種類の数字を用いて2桁の整数はいくつ作ることができるか。ただし、同じ数字を繰り返し用いてよい。

$$5 \cdot 5 = 25 \text{ 通り}$$

(2) 集合{1, 2, 3}の部分集合の個数を求めよ。

$$2 \cdot 2 \cdot 2 = 8 \text{ 通り}$$

場合の数③

【組合せ】

20 次の値を求めよ。

(1)  ${}^7C_3 = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2} = 35$

(2)  ${}^8C_1 = 8$

(3)  ${}^5C_5 = 1$

(4)  ${}^5C_4 = {}^5C_1 = 5$

(5)  ${}^8C_6 = {}^8C_2 = \frac{8 \cdot 7}{2} = 28$

(6)  ${}^{20}C_{18} = {}^{20}C_2 = \frac{20 \cdot 19}{2} = 190$

21 次のような選び方の総数を求めよ。

(1) 4人から2人を選ぶ。

${}^4C_2 = \frac{4 \cdot 3}{2} = 6$

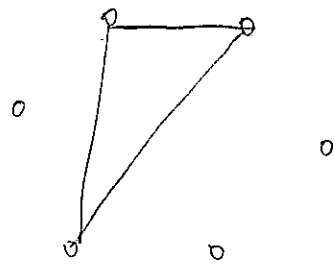
(2) 6色から3色を選ぶ。

${}^6C_3 = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2} = 20$

22 正六角形について、次の数を求めよ。

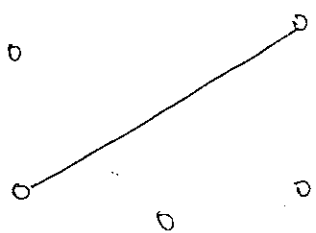
(1) 3個の頂点を結んでできる三角形の個数

${}^6C_3 = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2} = 20$



(2) 2個の頂点を結ぶ線分の本数

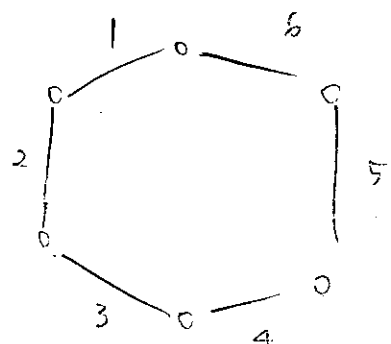
${}^6C_2 = \frac{6 \cdot 5}{2} = 15$  本



(3) 対角線の本数

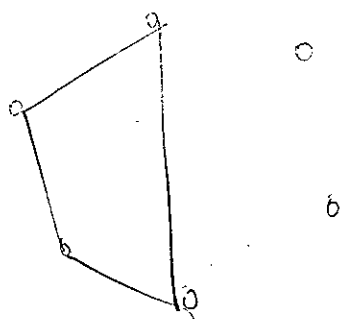
(2) エリ

$15 - 6 = 9$  本

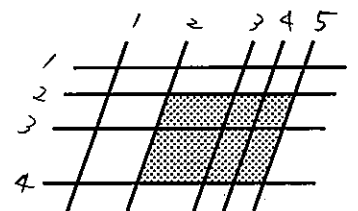


(4) 4個の頂点を結んでできる四角形の個数

${}^6C_4 = {}^6C_2 = 15$



23 右の図のように5本の平行線とそれらに交わる4本の平行線がある。これらによってできる平行四辺形は、全部で何個あるか。



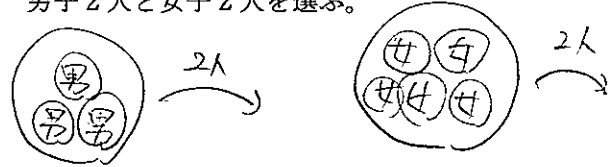
${}^4C_2 \times {}^5C_2 = \frac{4 \cdot 3}{2} \times \frac{5 \cdot 4}{2} = 60$

24 男子3人、女子5人の中から、4人を選ぶとき、次のような選び方は何通りあるか。

(1) すべての選び方

${}^8C_4 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{4 \cdot 3 \cdot 2} = 70$  エリ

(2) 男子2人と女子2人を選ぶ。



${}^3C_2 = 3$        ${}^5C_2 = \frac{5 \cdot 4}{2} = 10$

$3 \times 10 = 30$  エリ

(3) 男子が少なくとも1人は含まれるように選ぶ。

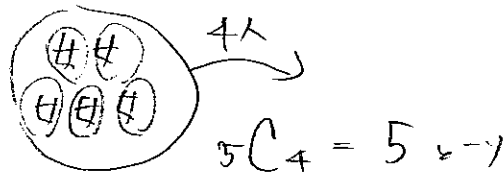
男子2 - 4人とも女子

70 - 2

(1) エリ 70 - 2      ↓ 2

4人とも女子

$70 - 5 = 65$  エリ



25 9人を次のように分けるとき、分け方は何通りあるか。

(1) 4人、3人、2人の3つの組に分ける。

${}^9C_4 \times {}^5C_3 \times {}^2C_2 = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \times \frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 1} = 9 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 10 = 1260$  エリ

1260  
1680  
280  
1260

(2) A, B, Cの3つの組に、3人ずつ分ける。

${}^9C_3 \times {}^6C_3 \times {}^3C_3 = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{3 \cdot 2 \cdot 1} \times \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 3 \cdot 4 \cdot 7 \cdot 20 = 1680$  エリ

(3) 3人ずつの3つの組に分ける。

$\frac{{}^9C_3 \times {}^6C_3 \times {}^3C_3}{3!} = \frac{1680}{3 \cdot 2} = 280$  エリ

(4) 2人、2人、2人、3人の4つの組に分ける。

$\frac{{}^9C_2 \times {}^7C_2 \times {}^5C_2 \times {}^3C_3}{3!} = \frac{9 \cdot 8}{2 \cdot 1} \times \frac{7 \cdot 6}{2 \cdot 1} \times \frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 1} = 9 \cdot 7 \cdot 20 = 1260$  エリ

場合の数④

【同じものを含む順列】

26 BANANAの6文字をすべて使って文字列を作るとき、何通りの文字列ができるか。

$$\frac{6!}{3!2!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{3 \cdot 2 \cdot 2} = \underline{60 \text{ 通り}}$$

27 a, a, b, b, b, cの6文字すべてを1列に並べるとき a どうしが隣り合わない並べ方は何通りあるか。

すなわち a が隣り合う

すなわち

$$\frac{6!}{2!3!1!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{2 \cdot 3 \cdot 2} = 60$$

a が隣り合う

aa b b b c

$$\frac{5!}{2!1!1!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{3 \cdot 2} = 20$$

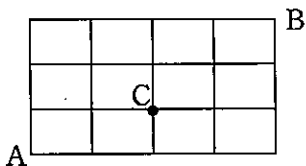
よって

$$60 - 20 = \underline{40 \text{ 通り}}$$

28 右の図のような道のある地域で、次のような最短の道順は何通りあるか。

(1) CからBへ行く。

→ → ↑ ↑



$$\frac{4!}{2!2!} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{2 \cdot 2} = \underline{6 \text{ 通り}}$$

(2) Cを通過してAからBへ行く。

AからC CからB

→ → ↑

(2) 通り

$$\frac{3!}{2!1!} = 3 \text{ 通り} \quad 6 \text{ 通り}$$

よって

$$3 \times 6 = \underline{18 \text{ 通り}}$$

(3) Cを通らないでAからBへ行く。

すなわち C を通る

すなわち

→ → → → ↑ ↑ ↑

$$\frac{7!}{4!3!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2} = 35 \text{ 通り}$$

C を通る

(2) 通り 18 通り

よって

$$35 - 18 = \underline{17 \text{ 通り}}$$

【重複を許して作る組合せ】

29 3種類の果実から重複を許して5個取って作る組合せを求めよ。

0 0 | 0 0 | 0

$$\frac{7!}{2!5!} = \frac{7 \cdot 6}{2} = \underline{21 \text{ 通り}}$$

30 4個の文字 a, b, c, d から重複を許して7個取る組合せの総数を求めよ。

0 | 0 0 | 0 0 | 0 0

$$\frac{10!}{3!7!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2} = \underline{120 \text{ 通り}}$$

31 等式  $x+y+z=8$  を満たす負でない整数  $x, y, z$  の組は、全部で何個あるか。

0 と正

0 0 0 | 0 0 0 | 0 0

$$\frac{10!}{2!8!} = \frac{10 \cdot 9}{2} = \underline{45 \text{ 通り}}$$

【順列と組合せ】

32 次の問いに答えよ。

(1) 6人から3人を選んで1列に並べる

△ △ △

$$6 \cdot 5 \cdot 4 = \underline{120 \text{ 通り}}$$

(2) 6人のうち、2人が男、4人が女るとき、男2人が両端にくる

男 0 0 0 0 男 男の並べ方

$$(2-1) \times (4-3-2-1) = \underline{48 \text{ 通り}}$$

(3) 6人のうち、2人が男、4人が女るとき、男2人が隣り合う

0 (男) (男) 0 0 0 男の並べ方

$$(2-1) \times (5-4-3-2-1) = \underline{240 \text{ 通り}}$$

(4) 6人全員が丸いテーブルに座る

$$(6-1)! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = \underline{120 \text{ 通り}}$$

(5) 6人全員でじゃんけんをする

$$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = \underline{729 \text{ 通り}}$$

(6) 6人から3人選ぶ

$$6C_3 = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2 \cdot 1} = \underline{20 \text{ 通り}}$$

(7) 6人を3人、2人、1人の3組に分ける

$$6C_3 \times 3C_2 \times 1C_1 = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2 \cdot 1} \times 3 = \underline{60 \text{ 通り}}$$

(8) 6人を2人ずつ3組に分ける

$$\frac{6C_2 \times 4C_2 \times 2C_2}{3!} = \frac{\frac{6 \cdot 5}{2 \cdot 1} \times \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1}}{3 \cdot 2} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 3}{3 \cdot 2} = \underline{15 \text{ 通り}}$$

(9) a3個, b2個, c1個を1列に並べる

$$\frac{6!}{3!2!1!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{3 \cdot 2 \cdot 2} = \underline{60 \text{ 通り}}$$