

式と証明①

【3次式の展開[1]】

1 次の式を展開せよ。

(1) $(x+2)^3$

(2) $(3a+b)^3$

(3) $(x-2y)^3$

【3次式の展開[2]】

2 次の式を展開せよ。

(1) $(x+2)(x^2-2x+4)$

(2) $(2x-a)(4x^2+2ax+a^2)$

【3次式の因数分解】

3 次の式を因数分解せよ。

(1) x^3+64

(2) $125x^3-y^3$

【3次式の因数分解】

4 次の式を因数分解せよ。

(1) x^6-1

(2) a^6-64b^6

【二項定理[1]】

5 次の展開式を、二項定理を使って求めよ。

(1) $(x+1)^4$

(2) $(x-2)^6$

【二項定理[2]】

6 次の展開式において、[] 内に指定された項の係数を求めよ。

(1) $(2x+3)^4$ [x^3]

(2) $(x-2y)^5$ [x^2y^3]

【 $(a+b+c)^n$ の展開】

7 $(a+b-2c)^7$ の展開式における $a^2b^2c^3$ の項の係数を求めよ。

【整式の除法】

8 次の整式 A , B について、 A を B で割った商と余りを求めよ。

(1) $A=5x^2+2x^3-2x+4$, $B=x^2-x+2$

(2) $A=x^3-7x+6$, $B=x^2-3+2x$

【文字を含む整式の除法】

9 $A=6x^2-11ax-10a^2$, $B=3x+2a$ を、 x についての整式とみて、 A を B で割った商と余りを求めよ。

式と証明②

【整式の商と余り】

10 整式 $x^3 + 4x^2 + 4x - 2$ を整式 B で割ると、商が $x + 3$ 、余りが $2x + 1$ であるという。
 B を求めよ。

【分数式の約分】

11 次の分数式を約分して、既約分数式で表せ。

(1) $\frac{15ab^4}{6a^3b^2}$

(2) $\frac{x^2 - 2x - 3}{2x^2 - 7x + 3}$

【分数式の積・商】

12 次の計算をせよ。

(1) $\frac{2x}{2x+1} \times \frac{2x^2 - 3x - 2}{x-2}$

(2) $\frac{x-2}{x^2+3x} \div \frac{x^2-3x}{x^2-9}$

【分数式の和・差[1]】

13 次の計算をせよ。

(1) $\frac{2x}{x+3} + \frac{x+9}{x+3}$

(2) $\frac{3x+1}{x-2} - \frac{2x-3}{x-2}$

(3) $\frac{2x^2}{x-1} - \frac{x+1}{x-1}$

【分数式の和・差[2]】

14 次の計算をせよ。

(1) $\frac{2}{x+1} + \frac{3}{x-2}$

(2) $\frac{x}{x+1} + \frac{3x-1}{x^2-2x-3}$

(3) $\frac{3x+5}{x^2-1} - \frac{1}{x^2+x}$

【繁分数式】

15 次の式を簡単にせよ。

$$\frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}}}$$

【恒等式の係数決定】

16 等式 $2x^2 - 7x + 8 = (x - 3)(ax + b) + c$ が x についての恒等式であるとき、定数 a , b , c の値を求めよ。

【分数式の恒等式】

17 等式 $\frac{1}{x(x+1)} = \frac{a}{x} + \frac{b}{x+1}$ が x についての恒等式となるように、定数 a , b の値を求めよ。

【等式の証明】

18 次の等式を証明せよ。

(1) $a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3ab(a - b)$

(2) $(a^2 + 1)(b^2 + 1) = (ab + 1)^2 + (a - b)^2$

【条件付きの等式の証明】

19 次の等式が成り立つことを示せ。

(1) $a + b + c = 0$ のとき、 $a^2 + ca = b^2 + bc$

(2) $a + b + c = 0$ のとき、 $ab(a + b) + bc(b + c) + ca(c + a) + 3abc = 0$

【比例式】

20 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ のとき、次の等式を証明せよ。

(1) $\frac{a + c}{b + d} = \frac{2a - 3c}{2b - 3d}$

(2) $\frac{a^2 + c^2}{b^2 + d^2} = \frac{a^2}{b^2}$

式と証明④

【条件付きの不等式の証明】

21 次の不等式を証明せよ。

(1) $x > y$ のとき, $3x - 4y > x - 2y$

(2) $x > 2$, $y > 3$ のとき, $xy + 6 > 3x + 2y$

【不等式の証明】

22 次の不等式を証明せよ。また, (1), (3) は等号が成り立つときを調べよ。

(1) $(a + b)^2 \geq 4ab$

(2) $x^2 + y^2 \geq 2(x + y - 1)$

(3) $a^2 + b^2 \geq ab$

【 $\sqrt{\quad}$ を含む不等式の証明】

23 $x > 0$ のとき, 次の不等式を証明せよ。

$$1 + x > \sqrt{1 + 2x}$$

【絶対値を含む不等式の証明】

24 次の不等式を証明せよ。また, 等号が成り立つときを調べよ。

$$|a| + |b| \geq |a + b|$$

【相加平均と相乗平均】

25 $a > 0$, $b > 0$ のとき, 次の不等式を証明せよ。また, 等号が成り立つときを調べよ。

(1) $a + \frac{4}{a} \geq 4$

(2) $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$

(3) $\left(a + \frac{1}{b}\right)\left(b + \frac{9}{a}\right) \geq 16$