【関数の値】

1 ２次関数 $f(x)=x^2-2x+1$ において，次の値を求めよ。

(1) $f(3)$

$= 9-6+1$

$= 4$

(2) $f(-1)$

$=(-1)^2-2\cdot(-1)+1$

$=1+2+1$

$=4$

(3) $f(-a)$

$=(-a)^2-2\cdot(-a)+1$

$=a^2+2a+1$

(4) $f(a+1)$

$=(a+1)^2-2(a+1)+1$

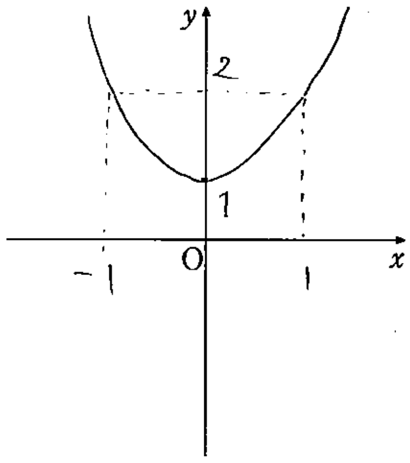
$=a^2+2a+1-2a-2+1$

$=a^2$

【$y=a(x-p)^2+q$ のグラフ】

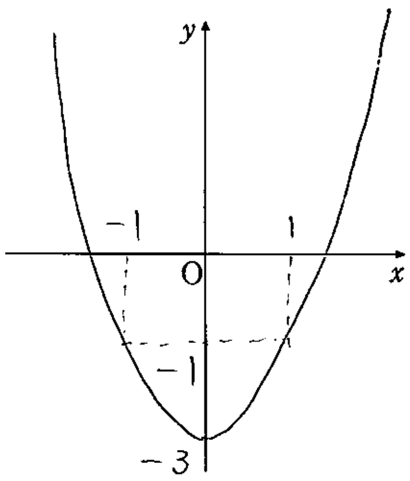
2 次の２次関数のグラフをかき，その頂点を求めよ。

(1) $y=x^2+1$



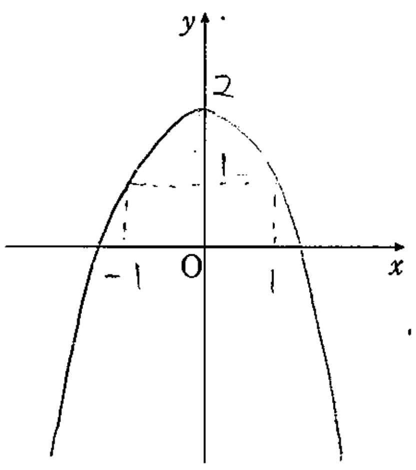
頂点（ 0 , 1 ）

(2) $y=2x^2-3$



頂点（ 0 , −3 ）

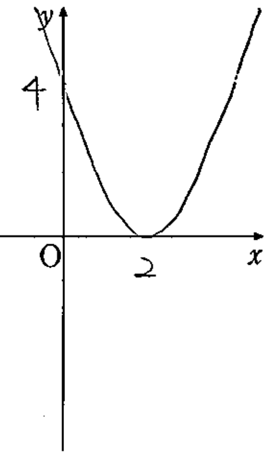
(3) $y=-x^2+2$



頂点（ 0 , 2 ）

3 次の２次関数のグラフをかけ。また，その頂点と軸を求めよ。

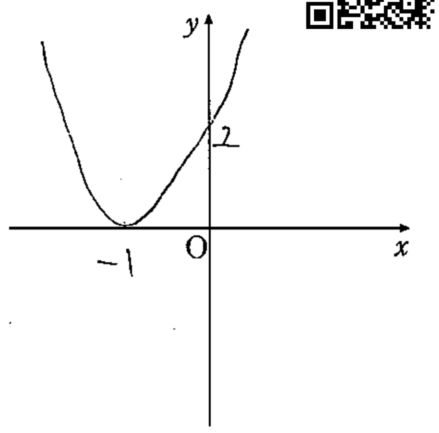
(1) $y=(x-2)^2$



頂点（ 2 , 0 ）

軸　$x=2$

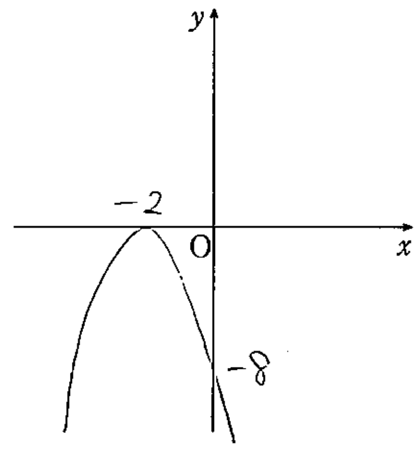
(2) $y=2(x+1)^2$



頂点（ −1 , 0 ）

軸　$x=-1$

(3) $y=-2(x+2)^2$

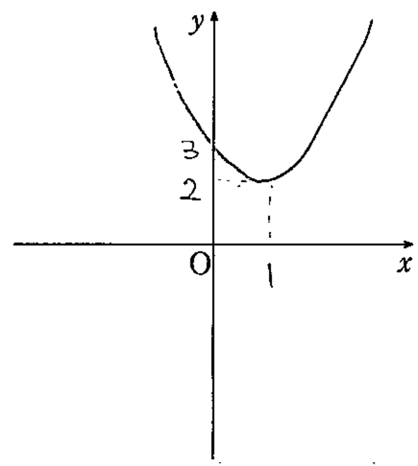


頂点（ −2 , 0 ）

軸　$x=-2$

4 次の２次関数のグラフをかけ。また，その頂点と軸を求めよ。

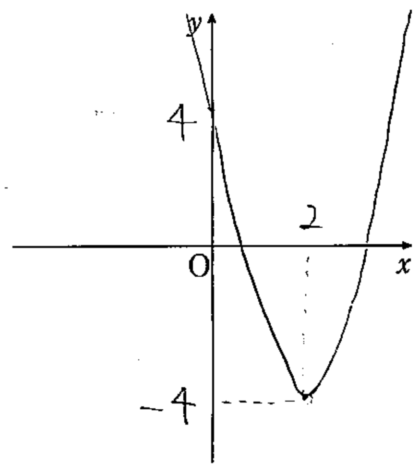
(1) $y=(x-1)^2+2$



頂点（ 1 , 2 ）

軸　$x=1$

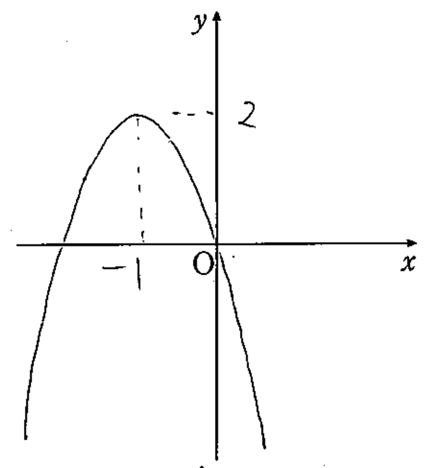
(2) $y=2(x-2)^2-4$



頂点（ 2 , −4 ）

軸　$x=-2$

(3) $y=-2(x+1)^2+2$



頂点（ −1 , 2 ）

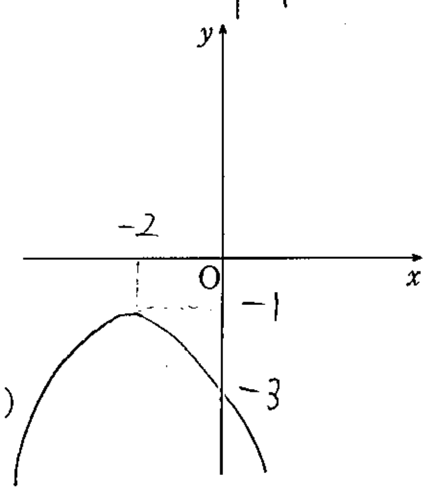
軸　$x=-1$

(4) $y=-\frac{1}{2}(x+2)^2-1$

$y(0)=-\frac{1}{2}\cdot 4-1$

$=-2-1$

$=-3$



頂点（ −2 , −1 ）

軸　$x=-2$

【$y=ax^2+bx+c$ のグラフ】

$\boxed{5}$ 次の2次式を平方完成せよ。

(1) x^2+8x $=(x+4)^2-16$

(2) x^2-6x+8 $=(x-3)^2-9+8$

$=(x-3)^2-1$

(3) $2x^2+4x+5$ $=2(x^2+2x)+5$

$=2\{(x+1)^2-1\}+5$

$=2(x+1)^2-2+5$

$=2(x+1)^2+3$

(4) $3x^2-6x-2$ $=3(x^2-2x)-2$

$=3\{(x-1)^2-1\}-2$

$=3(x-1)^2-5$

(5) x^2+x-2 $=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{4}-2$

$=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{9}{4}$

(6) $-2x^2+6x+4$ $=-2(x^2-3x)+4$

$=-2\left\{\left(x-\frac{3}{2}\right)^2-\frac{9}{4}\right\}+4$

$=-2\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{9}{2}+4$

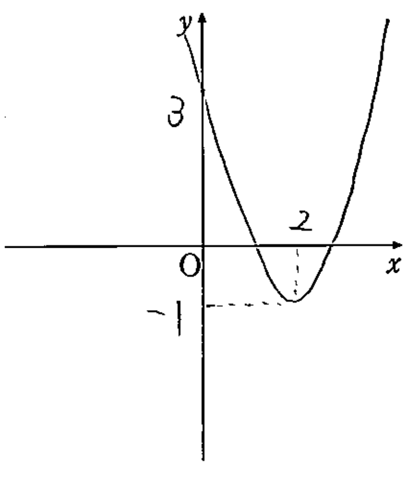
$=-2\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{17}{2}$

$\boxed{6}$ 次の2次関数のグラフをかけ。また，その頂点と軸を求めよ。

(1) $y=x^2-4x+3$

$=(x-2)^2-4+3$

$=(x-2)^2-1$



頂点 $(2,\ -1)$

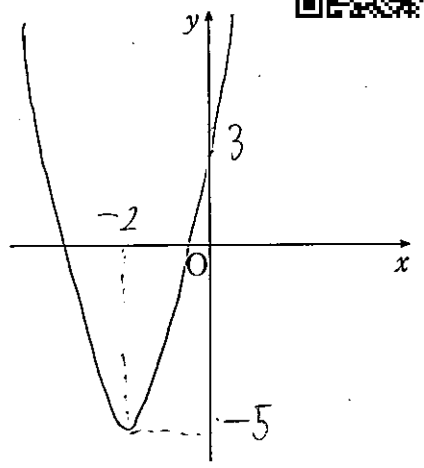
軸 $x=2$

(2) $y=2x^2+8x+3$

$=2(x^2+4x)+3$

$=2\{(x+2)^2-4\}+3$

$=2(x+2)^2-5$



頂点 $(-2,\ -5)$

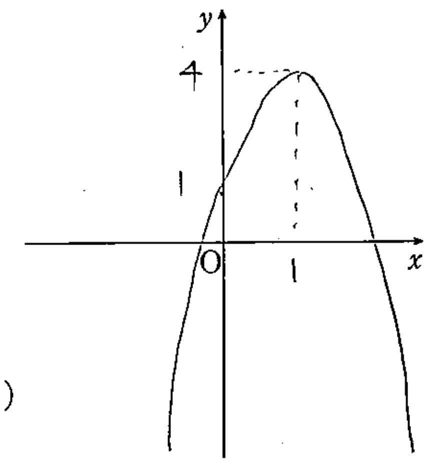
軸 $x=-2$

(3) $y=-3x^2+6x+1$

$=-3(x^2-2x)+1$

$=-3\{(x-1)^2-1\}+1$

$=-3(x-1)^2+4$



頂点 $(1,\ 4)$

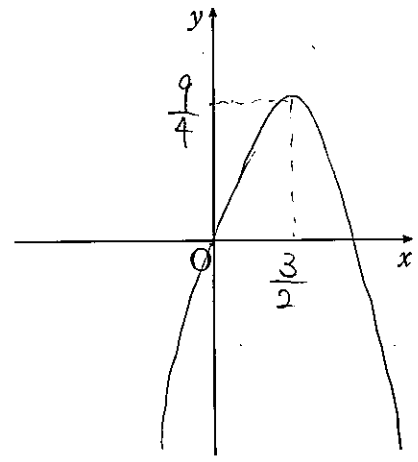
軸 $x=1$

(4) $y=-x^2+3x$

$=-(x^2-3x)$

$=-\left\{\left(x-\frac{3}{2}\right)^2-\frac{9}{4}\right\}$

$=-\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{9}{4}$



頂点 $\left(\frac{3}{2},\ \frac{9}{4}\right)$

軸 $x=\frac{3}{2}$

【グラフの平行移動】

$\boxed{7}$ 放物線 $y=2x^2-4x$ を平行移動して放物線 $y=2x^2+4x-3$ に重ねるには，どのように平行移動すればよいか。

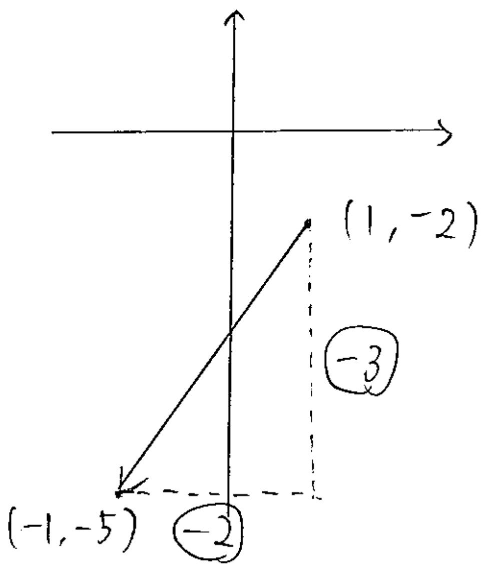
$y=2x^2-4x$

$=2(x^2-2x)$

$=2\{(x-1)^2-1\}$

$=2(x-1)^2-2$

頂点 $(1,-2)$



$y=2x^2+4x-3$

$=2(x^2+2x)-3$

$=2\{(x+1)^2-1\}-3$

$=2(x+1)^2-5$

頂点 $(-1,-5)$

x軸方向に -2

y軸方向に -3

$\boxed{8}$ ２次関数 $y=2x^2-5x+3$ のグラフを，x 軸方向に -2，y 軸方向に１だけ平行移動するとき，移動後の放物線の方程式を求めよ。

$$\boxed{\begin{array}{l} x \longrightarrow x+2 \\ y \longrightarrow y-1 \end{array}}$$

$y-1=2(x-1)^2-5(x-1)+3$

$y-1=2(x^2+4x+4)-5x-10+3$

$y=2x^2+8x+8-5x-6$

$\underline{y=2x^2+3x+2}$ //

【グラフの対称移動】

$\boxed{9}$ ２次関数 $y=x^2+4x+1$ のグラフの，x 軸，y 軸，原点それぞれに関する対称移動後の放物線の方程式を求めよ。

x軸：　$-y=x^2+4x+1$

$\underline{y=-x^2-4x-1}$ //

y軸　$y=(-x)^2+4(-x)+1$

$\underline{y=x^2-4x+1}$ //

原点：　$-y=(-x)^2+4(-x)+1$

$-y=x^2-4x+1$

$\underline{y=-x^2+4x-1}$ //

【関数の最大・最小】

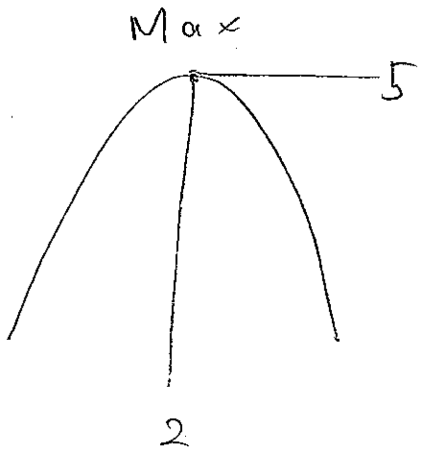
$\boxed{10}$ 次の２次関数に最大値，最小値があれば，それを求めよ。

(1)　$y=-2x^2+8x-3$

$=-2\{x^2-4x\}-3$

$=-2\{(x-2)^2-4\}-3$

$=-2(x-2)^2+5$



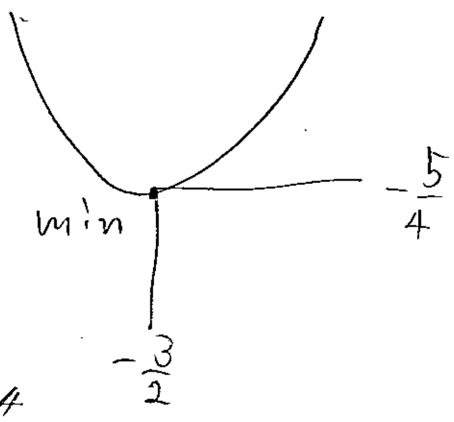
Max　5　$(x=2)$

min　なし //

(2)　$y=x^2+3x+1$

$=\left(x+\frac{3}{2}\right)^2-\frac{9}{4}+1$

$=\left(x+\frac{3}{2}\right)^2-\frac{5}{4}$



Max　なし

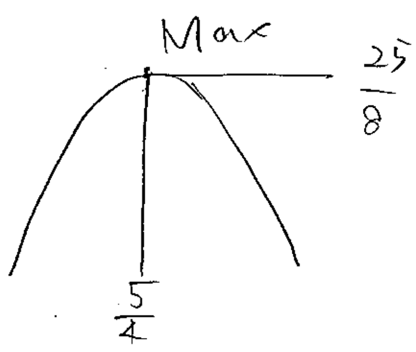
min　$-\frac{5}{4}$　$\left(x=-\frac{3}{2}\right)$ //

(3)　$y=-2x^2+5x$

$=-2\left\{x^2-\frac{5}{2}x\right\}$

$=-2\left\{\left(x-\frac{5}{4}\right)^2-\frac{25}{16}\right\}$

$=-2\left(x-\frac{5}{4}\right)^2+\frac{25}{8}$

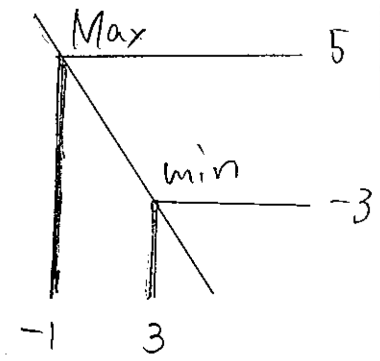


Max　$\frac{25}{8}$　$\left(x=\frac{5}{4}\right)$

min　なし //

$\boxed{11}$ 次の関数に最大値，最小値があれば，それを求めよ。また，(1)，(2) は値域を求めよ。

(1)　$y=-2x+3$　$(-1\leqq x\leqq 3)$



Max　5　$(x=-1)$

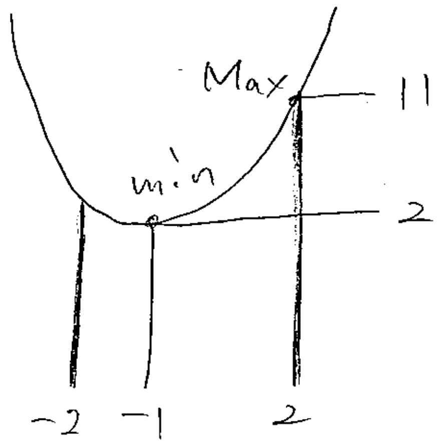
min　-3　$(x=3)$

値域　$-3\leqq y\leqq 5$ //

(2)　$y=x^2+2x+3$　$(-2\leqq x\leqq 2)$

$=(x+1)^2-1+3$

$=(x+1)^2+2$



Max 11　$(x=2)$

min 2　$(x=-1)$

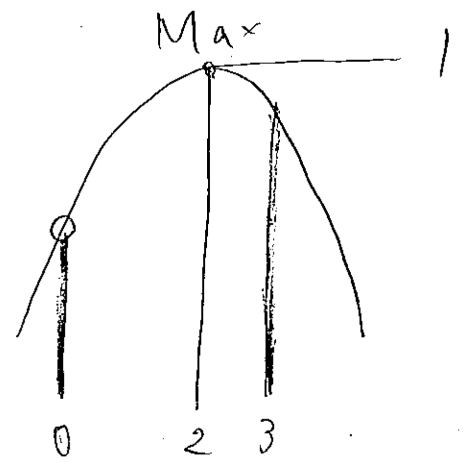
値域　$2\leqq y\leqq 11$ //

(3)　$y=-x^2+4x-3$　$(0<x\leqq 3)$

$=-\{x^2-4x\}-3$

$=-\{(x-2)^2-4\}-3$

$=-(x-2)^2+1$



Max　1　$(x=2)$

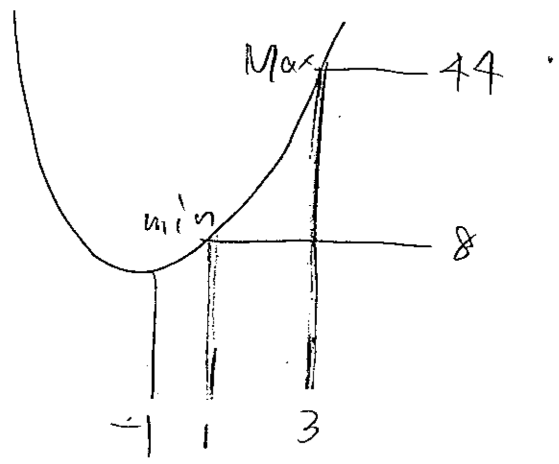
min　なし //

(4)　$y=3x^2+6x-1$　$(1\leqq x\leqq 3)$

$=3\{x^2+2x\}-1$

$=3\{(x+1)^2-1\}-1$

$=3(x+1)^2-4$



Max 44　$(x=3)$

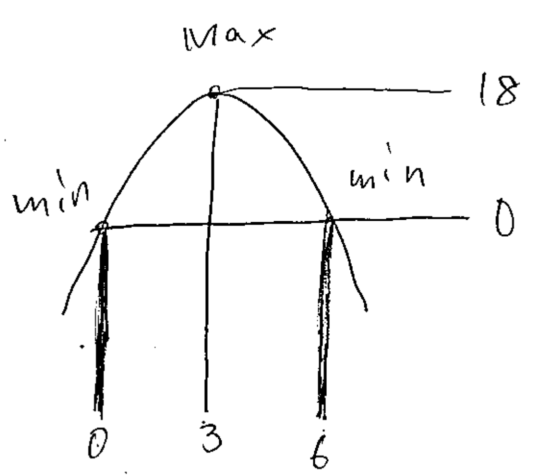
min 8　$(x=1)$ //

(5)　$y=-2x^2+12x$　$(0\leqq x\leqq 6)$

$=-2\{x^2-6x\}$

$=-2\{(x-3)^2-9\}$

$=-2(x-3)^2+18$



Max 18　$(x=3)$

min 0　$(x=0,6)$ //

12 次の条件を満たすように，定数 c の値を定めよ。

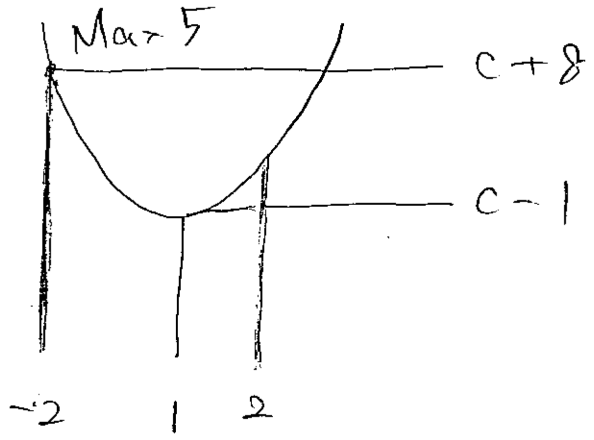
(1) 関数 $y=x^2-2x+c$ $(-2 \leqq x \leqq 2)$ の最大値が5である。

$y=(x-1)^2-1+c$

よって

$c+8=5$

$c=-3$

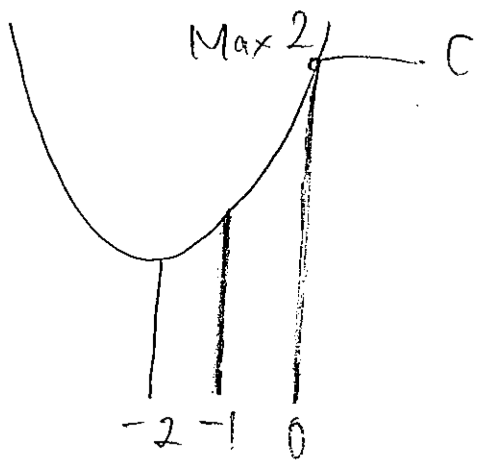


(2) 関数 $y=x^2+4x+c$ $(-1 \leqq x \leqq 0)$ の最大値が2である。

$y=(x+2)^2-4+c$

よって

$c=2$



(3) 関数 $y=-x^2+6x+c$ $(1 \leqq x \leqq 4)$ の最小値が -7 である。

$y=-\{x^2-6x\}+c$

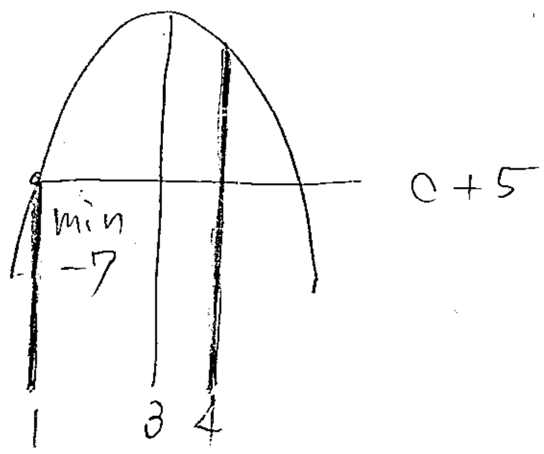
$=-\{(x-3)^2-9\}+c$

$=-(x-3)^2+9+c$

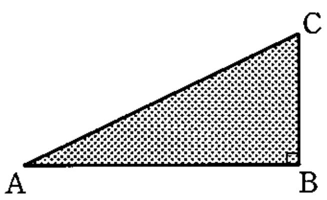
よって

$c+5=-7$

$\underline{c=-12}$



13 直角三角形ABCにおいて，直角をはさむ2辺AB，BCの長さの和が14 cmであるとする。このような三角形の面積の最大値を求めよ。



$AB=x$ とすると

$BC=14-x$

範囲は

$x>0$ かつ $14-x>0$

$x<14$

$0<x<14$

$\triangle ABC=\frac{1}{2}x(14-x)$

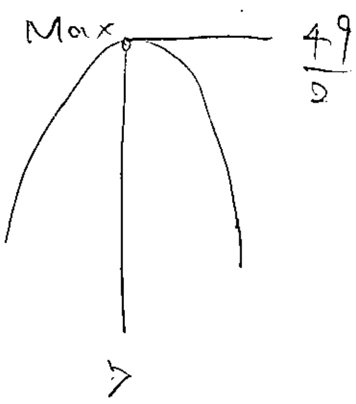
$=-\frac{1}{2}x^2+7x$

$=-\frac{1}{2}\{x^2-14x\}$

$=-\frac{1}{2}\{(x-7)^2-49\}$

$=-\frac{1}{2}(x-7)^2+\frac{49}{2}$

よって $\underline{\frac{49}{2}\ \mathrm{cm}^2}$

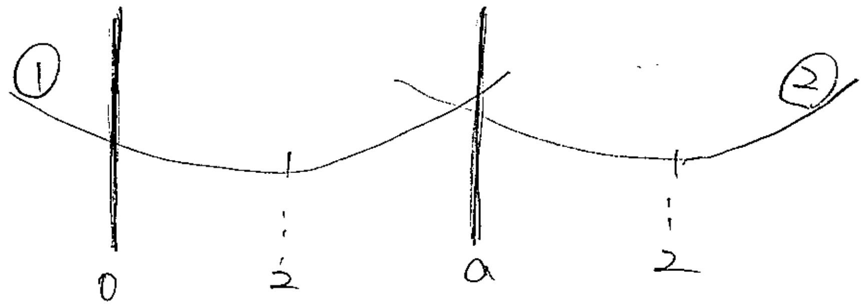


【定義域が広がるときの最大･最小】

14 $a>0$ とする。関数 $y=x^2-4x+5$ $(0 \leqq x \leqq a)$ について，次の問いに答えよ。

(1) 最小値を求めよ。

$y=(x-2)^2+1$　頂 $(2,1)$



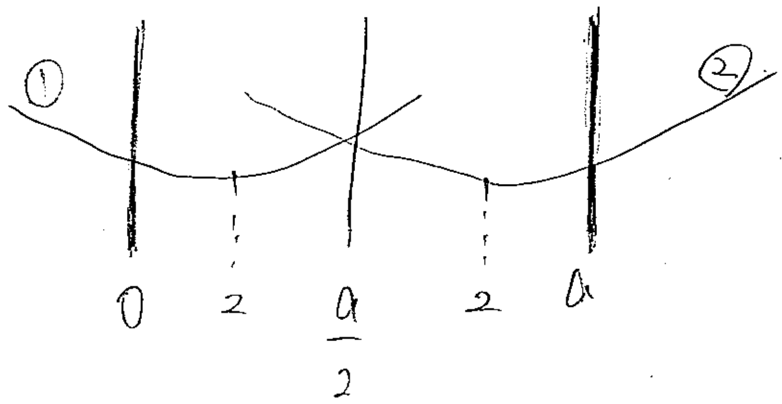
① $2 \leqq a$ のとき

$\underline{\min\ 1\quad (x=2)}$

② $a \leqq 2$ のとき

$\underline{\min\ y(a)=a^2-4a+5\quad (x=a)}$

(2) 最大値を求めよ。



① $2 \leqq \frac{a}{2}$

$4 \leqq a$ のとき

$\underline{\mathrm{Max}\ y(a)=a^2-4a+5\quad (x=a)}$

② $a \leqq 4$ のとき

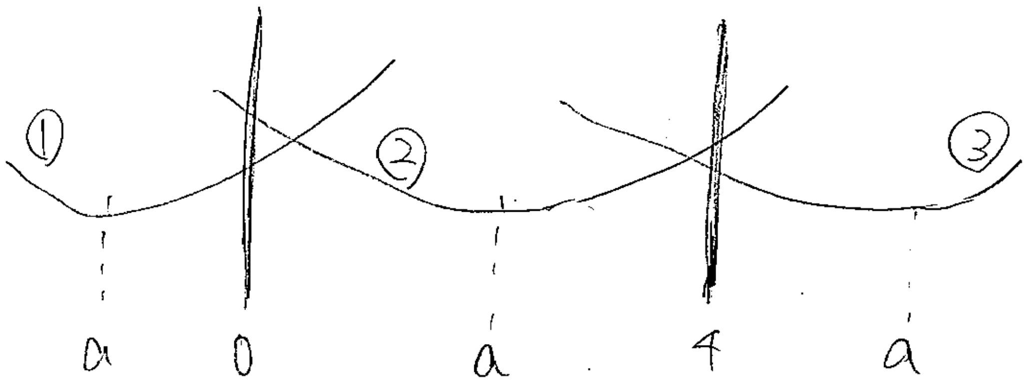
$\underline{\mathrm{Max}\ y(0)=5\quad (x=0)}$

【軸が動くときの最大･最小】

15 関数 $y=x^2-2ax+4$ $(0\leqq x\leqq 4)$ ついて，次の問いに答えよ。

(1) 最小値を求めよ。

$y=(x-a)^2-a^2+4$ 　頂 $(a,\ -a^2+4)$



① $a\leqq 0$ のとき

min $y(0)=4$ 　$(x=0)$ //

② $0\leqq a\leqq 4$ のとき

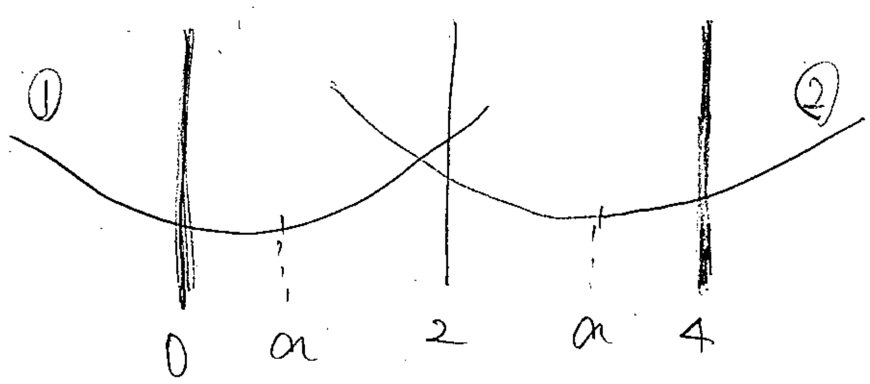
min $-a^2+4$ 　$(x=a)$ //

③ $4\leqq a$

min $y(4)=16-8a+4$

$=20-8a$ 　$(x=4)$ //

(2) 最大値を求めよ。



① $a\leqq 2$ のとき

Max $y(4)=20-8a$ 　$(x=4)$ //

② $2\leqq a$ のとき

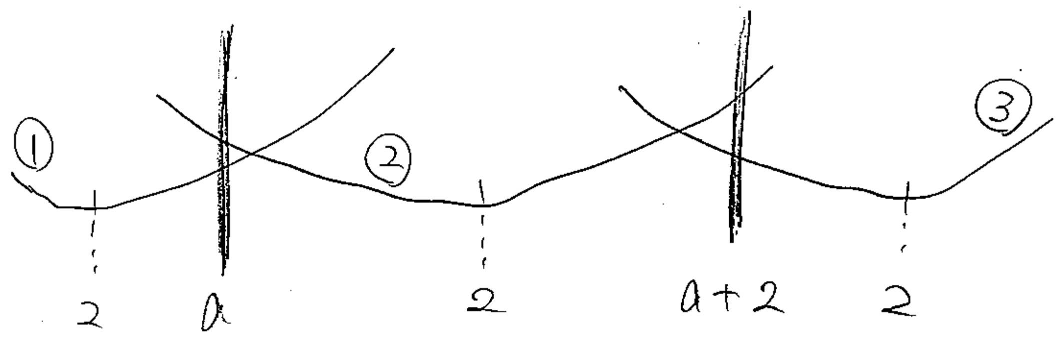
Max $y(0)=4$ 　$(x=0)$ //

【区間が動くときの最大･最小】

16 関数 $y=x^2-4x+3$ $(a\leqq x\leqq a+2)$ について次の問いに答えよ。

(1) 最小値を求めよ。

$y=(x-2)^2-1$ 　頂 $(2,\ -1)$



① $2\leqq a$ のとき

min $y(a)=a^2-4a+3$ 　$(x=a)$ //

③ $a+2\leqq 2$

$a\leqq 0$ のとき

min $y(a+2)=(a+2)^2-4(a+2)+3$

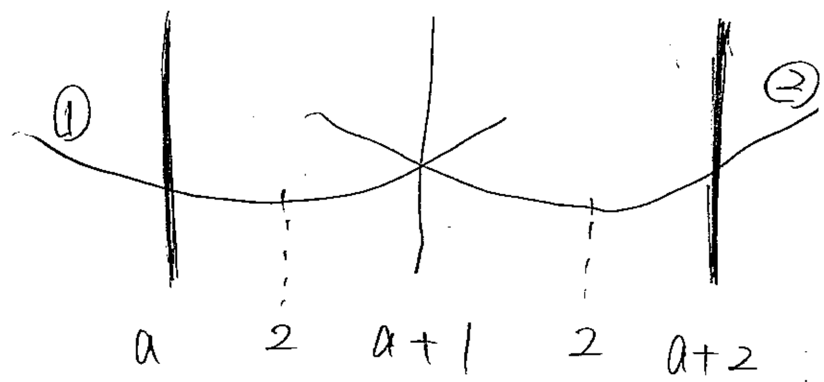
$=a^2+4a+4-4a-8+3$

$=a^2-1$ 　$(x=a+2)$ //

② $0\leqq a\leqq 2$ のとき

min -1 　$(x=2)$ //

(2) 最大値を求めよ。



① $2\leqq a+1$

$1\leqq a$ のとき

Max $y(a+2)=a^2-1$ 　$(x=a+2)$ //

② $a\leqq 1$ のとき

Max $y(a)=a^2-4a+3$ 　$(x=a)$ //

【２次関数の決定（軸，頂点が条件）】

17 グラフが次の条件を満たす２次関数を求めよ。

(1) 頂点が点$(-2,\ 4)$で，点$(-4,\ 2)$を通る。

$y=a(x+2)^2+4$

条件より

$2=a(-4+2)^2+4$

$4a=-2$

$a=-\frac{1}{2}$

よって

$y=-\frac{1}{2}(x+2)^2+4$

(2) 軸が直線$x=1$で，２点$(3,\ -6)$，$(0,\ -3)$を通る。

$y=a(x-1)^2+q$

条件より

$\begin{cases}-6=4a+q & \text{—①}\\ -3=a+q & \text{—②}\end{cases}$

①－②

$-3=3a$

$a=-1$

②に代入

$-3=-1+q$

$q=-2$

よって

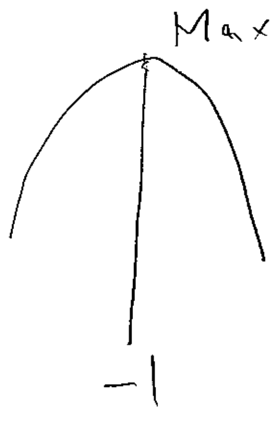
$y=-(x-1)^2-2$

【２次関数の決定（最大値，最小値が条件）】

18 次の条件を満たす２次関数を求めよ。

(1) $x=-1$ で最大となり，そのグラフが２点$(1,\ 5)$，$(3,\ -7)$を通る。

$y=a(x+1)^2+q \quad (a<0)$



条件より

$\begin{cases}5=4a+q & \text{—①}\\ -7=16a+q & \text{—②}\end{cases}$

②－①

$-12=12a$

$a=-1 \quad$ ($a<0$を満たす)

②に代入

$-7=-16+q$

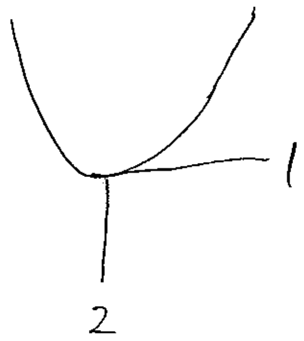
$q=9$

よって

$y=-(x+1)^2+9$

(2) $x=2$ で最小値１をとり，$x=4$ のとき $y=9$ となる

$y=a(x-2)^2+1 \quad (a>0)$



条件より

$9=4a+1$

$4a=8$

$a=2 \quad$ ($a>0$を満たす)

よって

$y=2(x-2)^2+1$

19 ２次関数のグラフが$(2,\ -2)$，$(3,\ 5)$，$(-1,\ 1)$を通るとき，その２次関数を求めよ。

$y=ax^2+bx+c$

条件より

$\begin{cases}4a+2b+c=-2 & \text{—①}\\ 9a+3b+c=5 & \text{—②}\\ a-b+c=1 & \text{—③}\end{cases}$

②－①

$5a+b=7 \quad$ —④

②－③

$8a+4b=4$

$2a+b=1 \quad$ —⑤

④－⑤

$3a=6$

$a=2$

⑤に代入

$4+b=1$

$b=-3$

$a=2,\ b=-3$ を③に代入

$2+3+c=1$

$c=-4$

よって

$y=2x^2-3x-4$

【条件式がある場合の最大･最小】

20 実数 x，y が $2x+y=5$ を満たしながら変化するとき，x^2+y^2 の最小値と，そのときの x，y の値を求めよ。 —②

$y=5-2x \quad$ —①

①を②に代入

$x^2+(5-2x)^2=x^2+25-20x+4x^2$

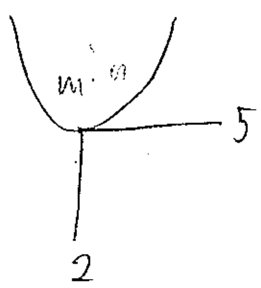
$=5x^2-20x+25$

$=5\{x^2-4x\}+25$

$=5\{(x-2)^2-4\}+25$

$=5(x-2)^2-20+25$

$=5(x-2)^2+5$



よって

min 5 $(x=2,\ y=1)$ $\boxed{x=2\text{を①に代入}}$

【2 次方程式】

21 次の 2 次方程式を解け。

(1) $x^2+x-2=0$

$(x+2)(x-1)=0$

$x=-2,\ 1$

(2) $-2x^2-5x+3=0$

$2x^2+5x-3=0$

$(x+3)(2x-1)=0$

$x=-3,\ \frac{1}{2}$

(3) $4x^2-4x+1=0$

$(2x-1)^2=0$

$x=\frac{1}{2}$ (重解)

(4) $x^2-x-1=0$

$x=\frac{1\pm\sqrt{1+4}}{2}$

$=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$

(5) $x^2+2\sqrt{3}x+3=0$

$x=-\sqrt{3}\pm\sqrt{3-3}$

$=-\sqrt{3}$ (重解)

(6) $x^2-2\sqrt{3}x+2=0$

$x=\sqrt{3}\pm\sqrt{3-2}$

$=\sqrt{3}\pm1$

(7) $x^2-2x-5=0$

$x=1\pm\sqrt{1+5}$

$=1\pm\sqrt{6}$

(8) $3x=1-2x^2$

$2x^2+3x-1=0$

$x=\frac{9\pm\sqrt{9+8}}{4}$

$=\frac{9\pm\sqrt{17}}{4}$

(9) $(x-6)(x+2)=9$

$x^2-4x-12-9=0$

$x^2-4x-21=0$

$(x-7)(x+3)=0$

$x=-3,\ 7$

(10) $x^2+(a+2)x+2a=0$

$(x+a)(x+2)=0$

$x=-a,\ -2$

【方程式の解から係数決定】

22 2 次方程式 $2x^2+ax-3b=0$ の解が $x=-2,\ 3$ であるとき，定数 a，b の値を求めよ。

条件より

$\begin{cases} 18+3a-3b=0 & \text{―①} \\ 8-2a-3b=0 & \text{―②} \end{cases}$

①－②

$10+5a=0$

$a=-2$

②に代入

$8+4-3b=0$

$3b=12$

$b=4$

よって

$a=-2$

$b=4$

【2 次方程式の実数解の個数】

23 次の 2 次方程式の実数解の個数を求めよ。

$\boxed{D}$

(1) $x^2+3x-5=0$

$D=9+20$

$=29>0$

よって 2つ

(2) $3x^2-5x+4=0$

$D=25-48$

$=-23<0$

よって 0つ

(3) $3x^2+2\sqrt{3}x+1=0$

$\frac{D}{4}=3-3$

$=0$

よって 1つ

24 2 次方程式 $x^2-4x+m=0$ が実数解をもつとき，定数 m の値の範囲を求めよ。

$\boxed{D\geqq0}$

$\frac{D}{4}=4-m\geqq0$

$-m\geqq-4$

$m\leqq4$

25 2 次方程式 $x^2+(m+2)x+m+5=0$ が重解をもつとき，定数 m の値を求めよ。また，そのときの重解を求めよ。

$\boxed{D=0}$

$D=(m+2)^2-4(m+5)=0$

$m^2+4m+4-4m-20=0$

$m^2-16=0$

$m^2=16$

$m=\pm4$

$m=4$ のとき　$x^2+6x+9=0$

$(x+3)^2=0$

$x=-3$ (重解)

$m=-4$ のとき　$x^2-2x+1=0$

$(x-1)^2=0$

$x=1$ (重解)

よって

$m=4$ のとき　$x=-3$

$m=-4$ のとき　$x=1$

2次関数⑧

【x 軸との共有点の座標】

$\boxed{26}$ 次の２次関数のグラフと x 軸の共有点の座標を求めよ。

(1) $y=x^2-2x-3$

$x^2-2x-3=0$

$(x-3)(x+1)=0$

$x=-1,\ 3$

よって

$(-1,0),\ (3,0)$

(2) $y=-x^2+3x-1$

$-x^2+3x-1=0$

$x^2-3x+1=0$

$x=\dfrac{3\pm\sqrt{9-4}}{2}$

$=\dfrac{3\pm\sqrt{5}}{2}$

よって

$\left(\dfrac{3-\sqrt{5}}{2},\ 0\right),\ \left(\dfrac{3+\sqrt{5}}{2},\ 0\right)$

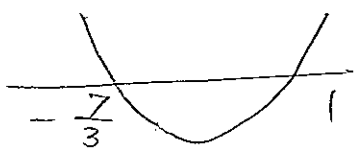
$\boxed{27}$ 次の２次関数のグラフが x 軸から切り取る線分の長さを求めよ。

(1) $y=3x^2+4x-7$

$3x^2+4x-7=0$

$(3x+7)(x-1)=0$

$x=-\dfrac{7}{3},\ 1$



よって

$1-\left(-\dfrac{7}{3}\right)=\dfrac{10}{3}$

(2) $y=x^2+2x-1$

$x^2+2x-1=0$

$x=\dfrac{-2\pm\sqrt{4+4}}{2}$

$=\dfrac{-2\pm2\sqrt{2}}{2}$

$=-1\pm\sqrt{2}$

よって

$-1+\sqrt{2}-(-1-\sqrt{2})$

$=2\sqrt{2}$

【x 軸との共有点の個数】

$\boxed{28}$ 次の２次関数のグラフと x 軸の共有点の個数を求めよ。 $\boxed{D}$

(1) $y=x^2+3x+3$

$D=9-12$

$=-3<0$

よって

0コ

(2) $y=\frac{1}{2}x^2-2x+2$

$\dfrac{D}{4}=1-\dfrac{1}{2}\cdot2$

$=0$

よって

1コ

$\boxed{29}$ 2次関数 $y=x^2-2x-m-1$ のグラフと x 軸の共有点の個数は，定数 m の値によってどのように変わるか。

$\boxed{D}$

$\dfrac{D}{4}=1-(-m-1)$

$=m+2$

$\dfrac{D}{4}>0$ 　 $m+2>0$

$m>-2$ のとき 2コ

$\dfrac{D}{4}=0$ 　 $m=-2$ のとき 1コ

$\dfrac{D}{4}<0$ 　 $m<-2$ のとき 0コ

【放物線と直線の共有点の座標】

$\boxed{30}$ 放物線 $y=x^2-6x+11$ と次の直線の共有点の座標を求めよ。

(1) $y=3x-3$

$x^2-6x+11=3x-3$

$x^2-9x+14=0$

$(x-7)(x-2)=0$

$x=2,\ 7$

よって

$(2,3),\ (7,18)$

(2) $y=-2x+7$

$x^2-6x+11=-2x+7$

$x^2-4x+4=0$

$(x-2)^2=0$

$x=2$ （重解）

よって

$(2,3)$

【放物線と直線の共有点の個数】

$\boxed{31}$ 放物線 $y=-x^2+3x-3$ と直線 $y=x+k$ の共有点の個数は，定数 k の値によってどのように変わるか。

$\boxed{D}$

$-x^2+3x-3=x+k$

$x^2-2x+k+3=0$

$(a=1\quad b=-1\quad c=k+3)$

$\dfrac{D}{4}=1-(k+3)$

$=-k-2$

$\dfrac{D}{4}>0$ 　 $-k-2>0$

$k<-2$ のとき 2コ

$\dfrac{D}{4}=0$ 　 $k=-2$ のとき 1コ

$\dfrac{D}{4}<0$ 　 $k<-2$ のとき 0コ

$\boxed{32}$ 放物線 $y=x^2-3x$ と直線 $y=x+k$ が接するとき，定数 k の値を求めよ。また，そのときの接点の座標を求めよ。

$\boxed{D=0}$

$x^2-3x=x+k$

$x^2-4x-k=0$ ——①

$\dfrac{D}{4}=4+k=0$

$k=-4$

①に代入

$x^2-4x+4=0$

$(x-2)^2=0$

$x=2$ （重解）

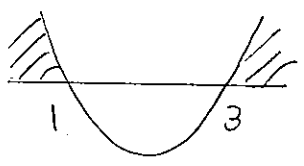
よって

$(2,-2)$

【２次不等式】

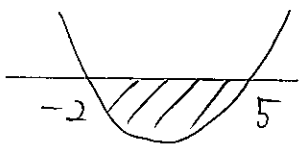
33 次の２次不等式を解け。

(1) $(x-1)(x-3)>0$



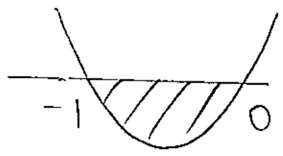
$x<1,\ 3<x$ //

(2) $(x+2)(x-5)<0$



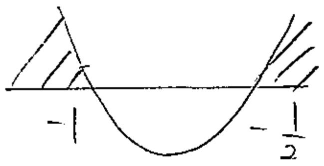
$-2<x<5$ //

(3) $x(x+1)\leqq 0$



$-1\leqq x\leqq 0$ //

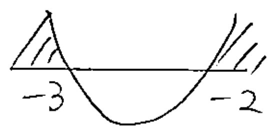
(4) $(2x+1)(x+1)\geqq 0$



$x\leqq -1,\ -\frac{1}{2}\leqq x$ //

(5) $x^2+5x+6>0$

$(x+3)(x+2)>0$

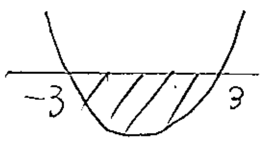


$x<-3,\ -2<x$ //

(6) $x^2\leqq 9$

$x^2-9\leqq 0$

$(x+3)(x-3)\leqq 0$



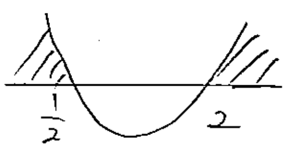
$-3\leqq x\leqq 3$ //

34 次の２次不等式を解け。

(1) $2x^2-5x+2\geqq 0$

$\begin{matrix}2 & & -1 & & -1\\ 1 & \times & -2 & & -4\\ & & & & -5\end{matrix}$

$(2x-1)(x-2)\geqq 0$

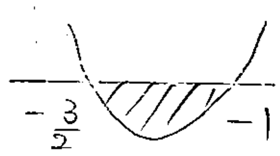


$x\leqq \frac{1}{2},\ 2\leqq x$ //

(2) $2x^2+5x+3<0$

$\begin{matrix}2 & & 3 & & 3\\ 1 & \times & 1 & & 2\\ & & & & 5\end{matrix}$

$(2x+3)(x+1)<0$



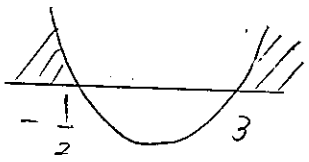
$-\frac{3}{2}<x<-1$ //

(3) $-2x^2+5x+3<0$

$2x^2-5x-3>0$

$\begin{matrix}2 & & 1 & & 1\\ 1 & \times & -3 & & -6\\ & & & & -5\end{matrix}$

$(2x+1)(x-3)>0.$



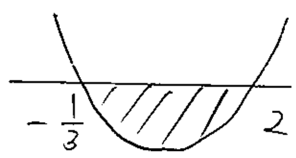
$x<-\frac{1}{2},\ 3<x$ //

(4) $-3x^2+5x+2\geqq 0$

$3x^2-5x-2\leqq 0$

$\begin{matrix}3 & & 1 & & 1\\ 1 & \times & -2 & & -6\\ & & & & -5\end{matrix}$

$(3x+1)(x-2)\leqq 0$



$-\frac{1}{3}\leqq x\leqq 2$ //

35 次の２次不等式を解け。

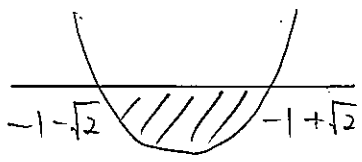
(1) $x^2+2x-1\leqq 0$

$x^2+2x-1=0$

$x=\dfrac{-2\pm\sqrt{4+4}}{2}$

$=\dfrac{-2\pm 2\sqrt{2}}{2}$

$=-1\pm\sqrt{2}$



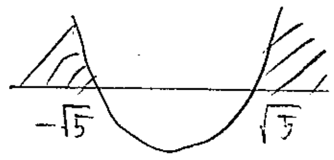
$-1-\sqrt{2}\leqq x\leqq -1+\sqrt{2}$ //

(2) $x^2-5>0$

$x^2-5=0$

$x^2=5$

$x=\pm\sqrt{5}$

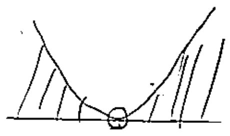


$x<-\sqrt{5},\ \sqrt{5}<x$ //

36 次の２次不等式を解け。

(1) $x^2-4x+4>0$

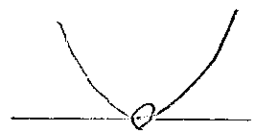
$(x-2)^2>0$



2以外のすべての実数 //

(2) $x^2-10x+25<0$

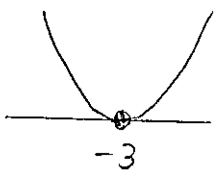
$(x-5)^2<0$



解なし //

(3) $x^2+6x+9\leqq 0$

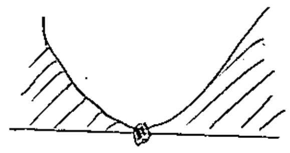
$(x+3)^2\leqq 0$



$x=-3$ //

(4) $4x^2+4x+1\geqq 0$

$(2x+1)^2\geqq 0$



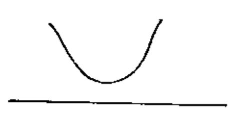
すべての実数 //

37 次の２次不等式を解け。

(1) $x^2-4x+6>0$

$x^2-4x+6=0$

$x=\dfrac{4\pm\sqrt{16-24}}{2}$

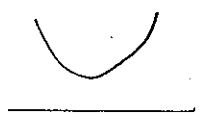


すべての実数 //

(2) $x^2-2x+2\leqq 0$

$x^2-2x+2\leqq 0$

$x=\dfrac{2\pm\sqrt{4-8}}{2}$

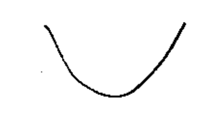


解なし //

(3) $2x^2+4x+3<0$

$2x^2+4x+3=0$

$x=\dfrac{-4\pm\sqrt{16-24}}{4}$



解なし //

(4) $2x^2+8x+10\geqq 0$

$2x^2+8x+10=0$

$x=\dfrac{-8\pm\sqrt{64-80}}{4}$

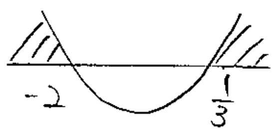
すべての実数 //

38 次の２次不等式を解け。

(1) $3x^2+5x-2\geqq 0$

$$\begin{matrix} 3 & & -1 \\ & \times & \\ 1 & & 2 \end{matrix} \qquad \begin{matrix} -1 \\ 6 \\ \hline 5 \end{matrix}$$

$(3x-1)(x+2)\geqq 0$

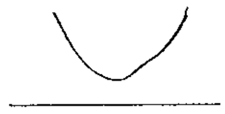


$x\leqq -2,\ \frac{1}{3}\leqq x$ //

(2) $-x^2+x-1\geqq 0$

$x^2-x+1\leqq 0$

$x=\dfrac{1\pm\sqrt{1-4}}{2}$



解なし //

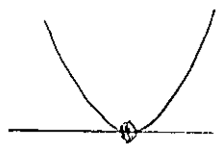
(3) $3x^2-2\sqrt{3}x+1\leqq 0$

$3x^2-2\sqrt{3}x+1=0$

$x=\dfrac{2\sqrt{3}\pm\sqrt{12-12}}{6}$

$=\dfrac{2\sqrt{3}}{6}$

$=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$



$x=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ //

(4) $x^2-3x+2>2x^2-x$

$-x^2-2x+2>0$

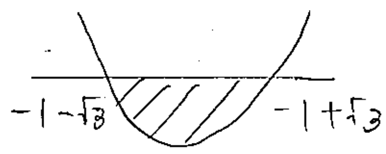
$x^2+2x-2<0$

$x=\dfrac{-2\pm\sqrt{4+8}}{2}$

$=\dfrac{-2\pm\sqrt{12}}{2}$

$=\dfrac{-2\pm 2\sqrt{3}}{2}$

$=-1\pm\sqrt{3}$



$-1-\sqrt{3}<x<-1+\sqrt{3}$ //

【２次関数のグラフと x 軸の共有点】

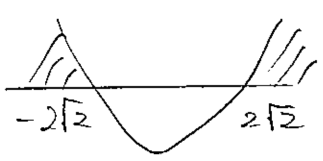
39 ２次関数 $y=2x^2+mx+1$ のグラフが x 軸と共有点を持つとき，定数 m の値の範囲を求めよ。

$D=m^2-8\geqq 0$

$m^2-8=0$

$m^2=8$

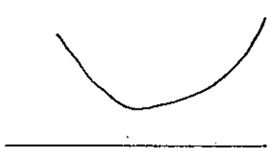
$m=\pm 2\sqrt{2}$



$x\leqq -2\sqrt{2},\ 2\sqrt{2}\leqq x$ //

【絶対不等式】

40 ２次不等式 $x^2+mx+3m-5>0$ の解がすべての実数であるとき，定数 m の値の範囲を求めよ。



$D<0$

$m^2-4(3m-5)<0$

$m^2-12m+20<0$

$(m-2)(m-10)<0$

$2<m<10$ //

【連立不等式】

41 次の連立不等式を解け。

(1) $\begin{cases} x^2-5x+4\leqq 0 & \text{―①} \\ x^2-2x-3>0 & \text{―②} \end{cases}$

①より

$(x-4)(x-1)\leqq 0$

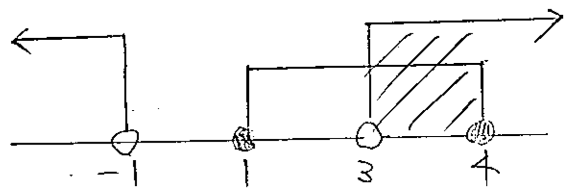
$1\leqq x\leqq 4$ ―③

②より

$(x-3)(x+1)>0$

$x<-1,\ 3<x$ ―④

③④より



$3<x\leqq 4$ //

(2) $\begin{cases} x^2+3x>0 & \text{―①} \\ x^2+4x-12\leqq 0 & \text{―②} \end{cases}$

①より

$x(x+3)>0$

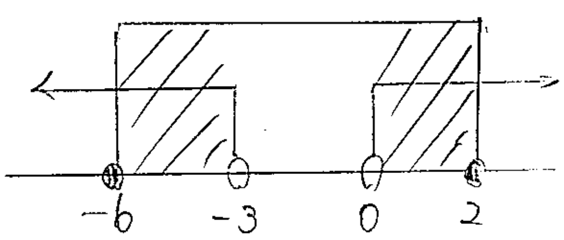
$x<-3,\ 0<x$ ―③

②より

$(x+6)(x-2)\leqq 0$

$-6\leqq x\leqq 2$ ―④

③④より



$-6\leqq x<-3,\ 0<x\leqq 2$ //

42 次の不等式を解け。

$$5<x^2-4x\leqq 6-3x$$

①　②

①より

$x^2-4x-5>0$

$(x-5)(x+1)>0$

$x<-1,\ 5<x$ —③

②より

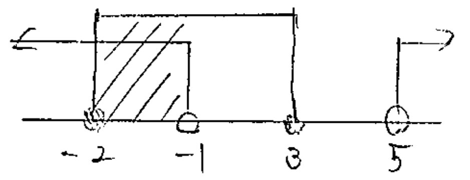
$x^2-4x-6+3x\leqq 0$

$x^2-x-6\leqq 0$

$(x-3)(x+2)\leqq 0$

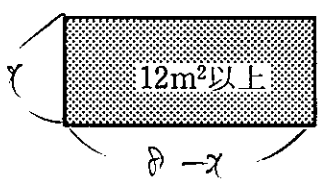
$-2\leqq x\leqq 3$ —④

③④より



$-2\leqq x<-1$

43 周の長さが 16 m で，縦の長さが横の長さ以下の長方形状の囲いを作る。囲いの中の面積を 12 m² 以上にするには，縦の長さをどのような範囲にとればよいか。



タテ　x

ヨコ　$8-x$

条件

$\begin{cases} x>0 & —① \\ x\leqq 8-x & —② \end{cases}$

②より

$2x\leqq 8$

$x\leqq 4$ —③

①③より

$0<x\leqq 4$ —④

面積

$x(8-x)\geqq 12$

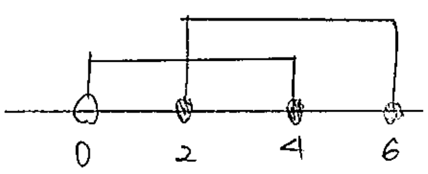
$8x-x^2-12\geqq 0$

$x^2-8x+12\leqq 0$

$(x-6)(x-2)\leqq 0$

$2\leqq x\leqq 6$ —⑤

④⑤より

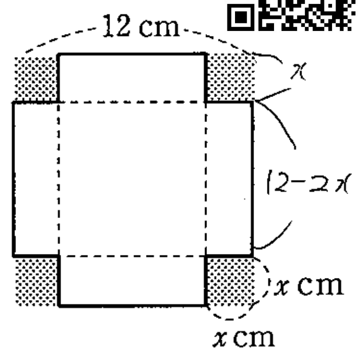


$2\leqq x\leqq 4$

よって

2m以上 4m以下

44 1 辺が 12 cm の正方形の厚紙がある。この厚紙の四隅から合同な正方形を切り取り，ふたのない箱を作る。底面の正方形の 1 辺を 6 cm 以上で，側面の 4 個の長方形の面積の和を 40 cm² 以上にするとき，切り取る正方形の 1 辺の長さをどのような範囲にとればよいか。



x とする

条件

$\begin{cases} x>0 & —① \\ 12-2x>6 & —② \end{cases}$

②より

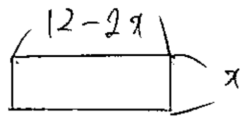
$-2x>-6$

$x<3$ —③

①③より

$0<x<3$ —④

面積



$\times 4$

$x(12-2x)\times 4\geqq 40$

$12x-2x^2\geqq 10$

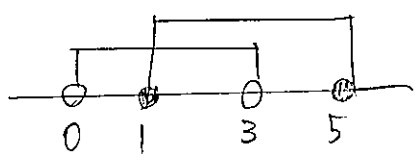
$6x-x^2\geqq 5$

$x^2-6x+5\leqq 0$

$(x-5)(x-1)\leqq 0$

$1\leqq x\leqq 5$ —⑤

④⑤より



$1\leqq x<3$

よって

1cm以上 3cm以下

【不等式の解より係数決定】

45 2 次不等式 $ax^2+bx+4>0$ の解が $-2<x<1$ であるように，定数 a，b の値を求めよ。

解が $-2<x<1$ の 2次不等式は

$(x-1)(x+2)<0$

$x^2+x-2<0$

$2x^2+2x-4<0$

$\underbrace{-2}_{a}x^2\underbrace{-2}_{b}x+4>0$

よって

$a=-2$　$b=-2$

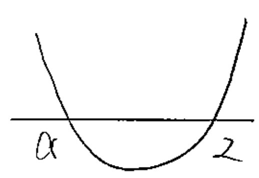
【文字係数の不等式】

46 a を定数とする。次の x についての不等式を解け。

$$x^2-(a+2)x+2a<0$$

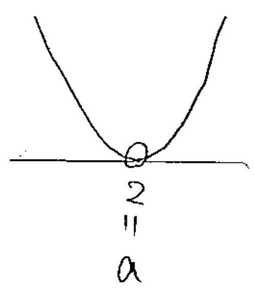
$(x-2)(x-a)<0$

あ　$a\leqq 2$ のとき



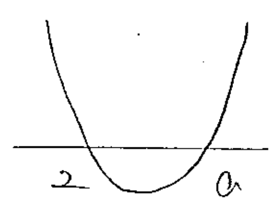
$a<x<2$

い　$a=2$ のとき



解なし

う　$2\leqq a$ のとき



$2<x<a$

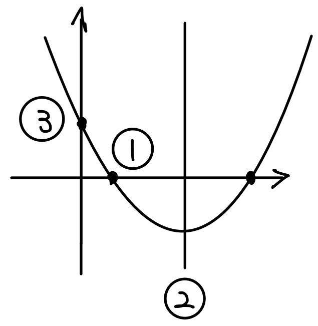
【解の存在範囲】

$\boxed{47}$ ２次方程式 $x^2-2mx+m+2=0$ が次のような異なる２つの解をもつとき，定数 m の値の範囲を求めよ。

(1)　ともに正の解

$f(x) = x^2-2mx+m+2$ とおく

$(a=1 \quad b=-m \quad c=m+2)$



① $D>0$
② 軸 >0
③ $f(0)>0$

① $\dfrac{D}{4}>0$

$\dfrac{D}{4} = m^2-(m+2)>0$

$m^2-m-2>0$

$(m-2)(m+1)>0$

$m<-1,\ 2<m$

② 軸 >0

軸 $= m>0$

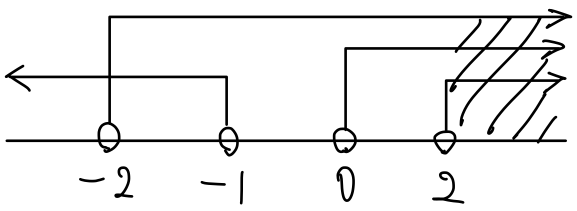
$$ax^2+2bx+c=0 \qquad 軸 = \frac{-b}{a}$$

③ $f(0)>0$

$f(0) = m+2>0$

$m>-2$

①②③ より



$\underline{2<m}$

(2)　ともに負の解

(1) より

① $\dfrac{D}{4}>0$

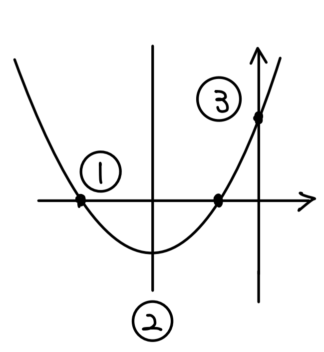
$m<-1,\ 2<m$

② 軸 <0

$m<0$

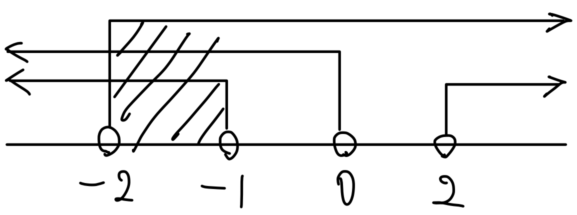
③ $f(0)>0$

$m>-2$



① $D>0$
② 軸 <0
③ $f(0)>0$

①②③ より

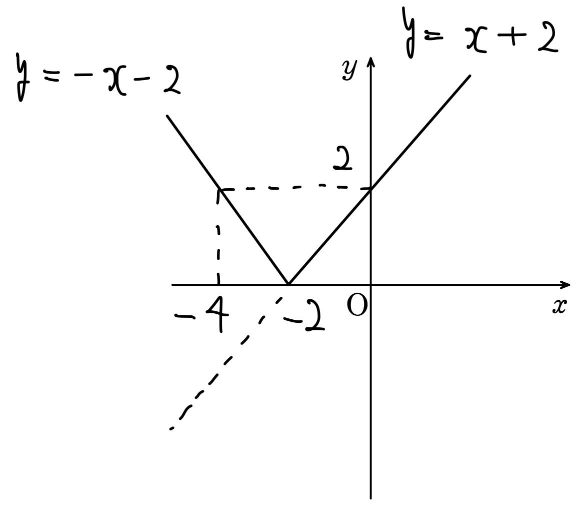


$\underline{-2<m<-1}$

【絶対値を含む関数のグラフ】

$\boxed{48}$ 次の関数のグラフをかけ。

(1)　$y=|x+2|$



(2)　$y=|x^2-2x-3|$

頂点

$y = x^2-2x-3$

$= (x-1)^2-1-3$

$= (x-1)^2-4$

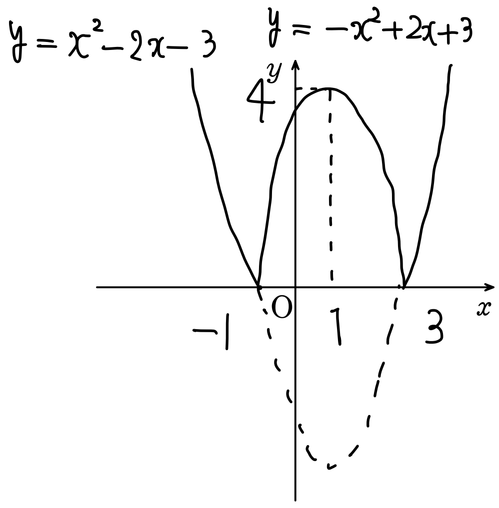
頂 $(1,-4)$

x軸との交点

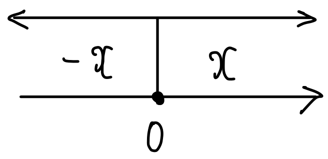
$x^2-2x-3=0$

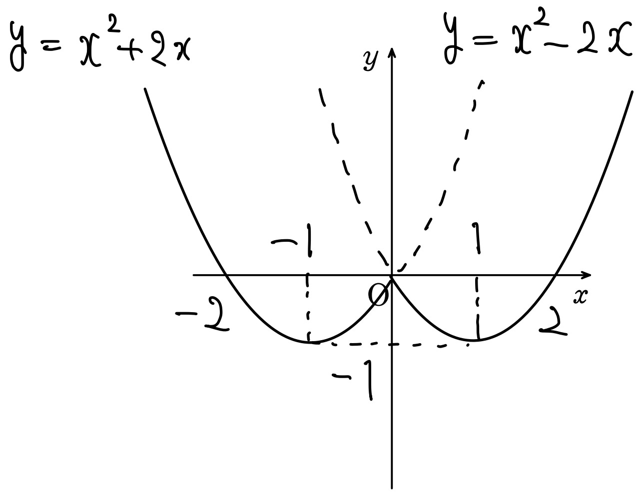
$(x-3)(x+1)=0$

$x=-1,\ 3$



(3)　$y=x^2-2|x|$





① $x \leqq 0$ のとき

$y = x^2+2x$

$y = x(x+2)$

頂点

$y = x^2+2x$

$= (x+1)^2-1$

頂 $(-1,-1)$

② $0 \leqq x$ のとき

$y = x^2-2x$

$y = x(x-2)$

頂点

$y = x^2-2x$

$= (x-1)^2-1$

頂 $(1,-1)$