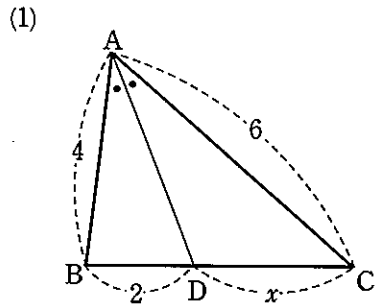
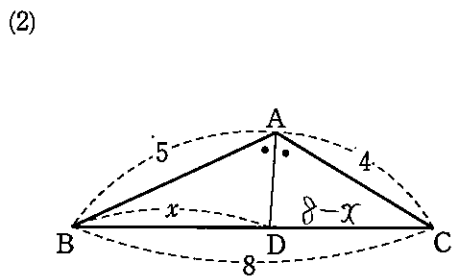


図形の性質 求値問題①

1 下の図において、 $x$ の値を求めよ。ただし、ADは $\angle A$ の二等分線である。



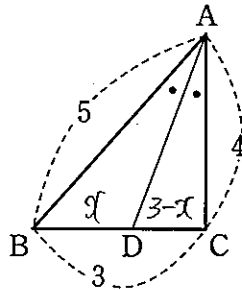
$$\begin{aligned} BD &= DC = 4 : 6 \\ &= 2 : 3 \\ 2 : 3 &= 2 : x \\ 2x &= 6 \\ x &= 3 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} 5 : 4 &= x : 8 - x \\ 4x &= 40 - 5x \\ x &= \frac{40}{9} \end{aligned}$$

2  $\triangle ABC$ において、 $\angle A$ の二等分線が辺BCと交わる点をDとする。AB=5, BC=3, CA=4のとき、BDの長さを求めよ。

$$\begin{aligned} BD &= x \text{ とおく} \\ 5 : 4 &= x : 3 - x \\ 4x &= 15 - 5x \\ 9x &= 15 \\ x &= \frac{5}{3} \end{aligned}$$

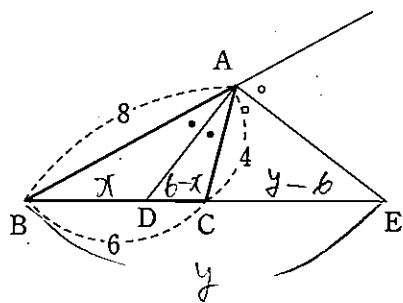


$$x > 2 \quad BD = \frac{5}{3}$$

3 AB=8, BC=6, AC=4である $\triangle ABC$ において、 $\angle A$ およびその外角の二等分線と、辺BCまたはその延長との交点をそれぞれD, Eとすると、次のものを求めよ。

(1) 線分BDの長さ

$$\begin{aligned} BD &= x \text{ とおく} \\ 2 : 1 &= x : 6 - x \\ 12 - 2x &= x \\ 3x &= 12 \\ x &= 4 \end{aligned}$$



$$x > 2 \quad BD = 4$$

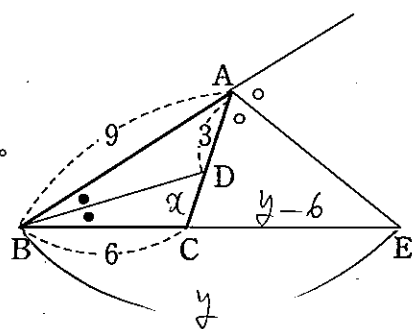
(2) 線分BEの長さ

$$\begin{aligned} BE &= y \text{ とおく} \\ 2 : 1 &= y : y - 6 \\ 2y - 12 &= y \\ y &= 12 \end{aligned}$$

$$y > 2 \quad BE = 12$$

4 AB=9, BC=6である $\triangle ABC$ の $\angle B$ の二等分線と辺CAの交点をDとし、頂点Aにおける外角の二等分線と辺BCの延長との交点をEとする。AD=3であるとき、線分DC, BEの長さを求めよ。

$$\begin{aligned} DC &= x \text{ とおく} \\ DC : DA &= 6 : 9 \\ &= 2 : 3 \\ 2 : 3 &= x : 3 \\ 3x &= 6 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

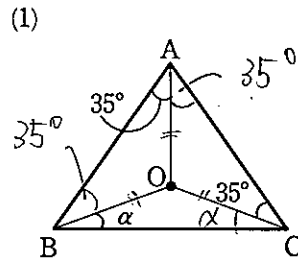


$$\begin{aligned} BE &= y \text{ とおく} \\ 9 : 5 &= y : y - 6 \\ 5y &= 9y - 54 \\ y &= \frac{27}{2} \end{aligned}$$

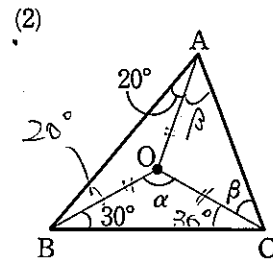
$$x > 2 \quad DC = 2$$

$$y > 2 \quad BE = \frac{27}{2}$$

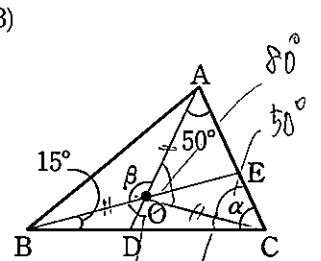
5 下の図で、点Oは $\triangle ABC$ の外心である。それぞれについて、 $\alpha, \beta$ を求めよ。



$$\begin{aligned} \triangle ABC \\ 70^\circ + (\alpha + 35^\circ) + (\alpha + 35^\circ) &= 180^\circ \\ 2\alpha &= 180^\circ - 140^\circ \\ \alpha &= 20^\circ \end{aligned}$$

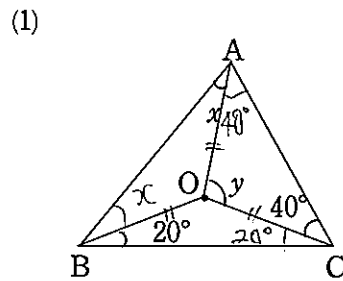


$$\begin{aligned} \triangle ABC \\ (20^\circ + \beta) + 50^\circ + (30^\circ + \beta) &= 180^\circ \\ \beta &= 40^\circ \quad \alpha = 120^\circ \end{aligned}$$



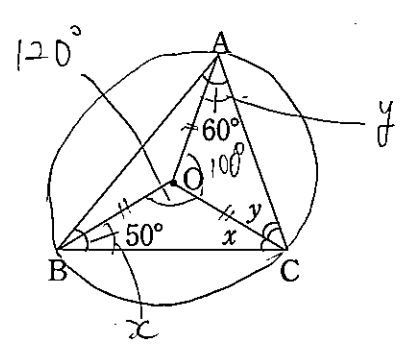
$$\begin{aligned} \triangle ABC \\ 80^\circ + 150^\circ + \beta &= 360^\circ \\ \beta &= 130^\circ \end{aligned}$$

6 下の図において、点Oは $\triangle ABC$ の外心である。 $x, y$ の値を求めよ。



$$\begin{aligned} \triangle OCA \\ y &= 180^\circ - 80^\circ \\ y &= 100^\circ \end{aligned}$$

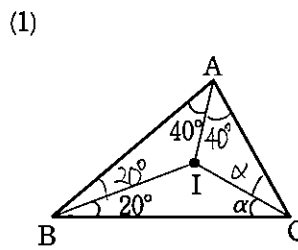
$$\begin{aligned} \triangle ABC \\ (x + 40^\circ) + (x + 20^\circ) + 60^\circ &= 180^\circ \\ 2x &= 60^\circ \\ x &= 30^\circ \end{aligned}$$



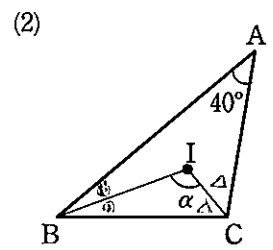
$$\begin{aligned} \triangle OBC \\ x + x + 120^\circ &= 180^\circ \\ 2x &= 60^\circ \\ x &= 30^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \triangle OCA \\ y + y + 100^\circ &= 180^\circ \\ y &= 40^\circ \end{aligned}$$

7 下の図で、点Iは $\triangle ABC$ の内心である。それぞれについて、 $\alpha, \beta$ を求めよ。

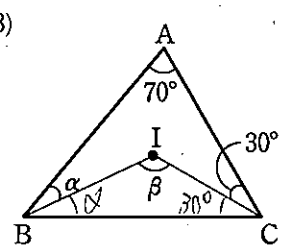


$$\begin{aligned} \triangle ABC \\ 2\alpha + 40^\circ + 80^\circ &= 180^\circ \\ 2\alpha &= 60^\circ \\ \alpha &= 30^\circ \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \triangle ABC \\ 2\alpha + 2\beta + 40^\circ &= 180^\circ \\ 2\alpha + 2\beta &= 140^\circ \\ \alpha + \beta &= 70^\circ \end{aligned}$$

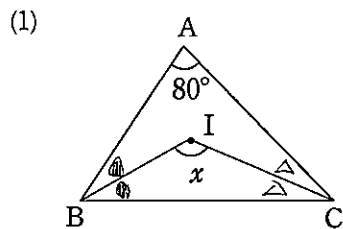
$$\begin{aligned} \triangle IBC \\ \alpha + \beta + \Delta &= 180^\circ \\ \alpha + 70^\circ &= 180^\circ \\ \alpha &= 110^\circ \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \triangle ABC \\ 70^\circ + 2\alpha + 60^\circ &= 180^\circ \\ 2\alpha &= 50^\circ \\ \alpha &= 25^\circ \end{aligned}$$

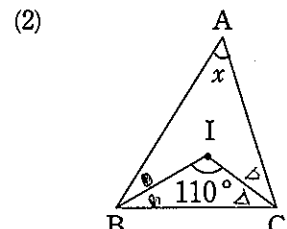
$$\begin{aligned} \triangle IBC \\ \beta &= 180^\circ - 25^\circ - 30^\circ \\ \beta &= 125^\circ \end{aligned}$$

8 下の図において、点Iは $\triangle ABC$ の内心である。 $x$ の値を求めよ。



$$\begin{aligned} \triangle ABC \\ 80^\circ + 2\alpha + 2\beta &= 180^\circ \\ 2\alpha + 2\beta &= 100^\circ \\ \alpha + \beta &= 50^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \triangle IBC \\ \alpha + \beta + \Delta &= 180^\circ \\ \alpha + 50^\circ &= 180^\circ \\ \alpha &= 130^\circ \end{aligned}$$

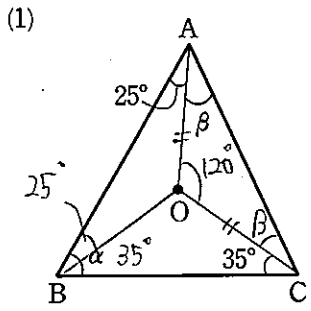


$$\begin{aligned} \triangle IBC \\ \alpha + \Delta + 110^\circ &= 180^\circ \\ \alpha + \Delta &= 70^\circ \end{aligned}$$

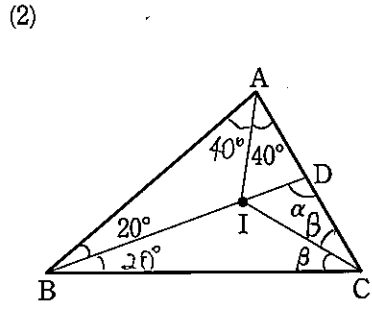
$$\begin{aligned} \triangle ABC \\ \alpha + 2\alpha + 2\Delta &= 180^\circ \\ \alpha + 2(\alpha + \Delta) &= 180^\circ \\ \alpha + 140^\circ &= 180^\circ \\ \alpha &= 40^\circ \end{aligned}$$

図形の性質 求値問題②

9 △ABCの外心をO, 内心をIとする。下の図の角α, βを求めよ。



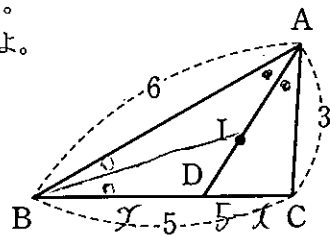
(1)  
 $\alpha = 60^\circ$   
 $120^\circ + 2\beta = 180^\circ$   
 $2\beta = 60^\circ$   
 $\beta = 30^\circ$



(2)  
 $40^\circ + 80^\circ + 2\beta = 180^\circ$   
 $2\beta = 60^\circ$   
 $\beta = 30^\circ$   
 $20^\circ + 2\beta + \alpha = 180^\circ$   
 $20^\circ + 60^\circ + \alpha = 180^\circ$   
 $\alpha = 100^\circ$

10 AB=6, BC=5, CA=3である△ABCの内心をIとする。直線AIと辺BCの交点をDとすると、AI:IDを求めよ。

BD = x とおく  
 BD:DC = 6:3  
 = 2:1

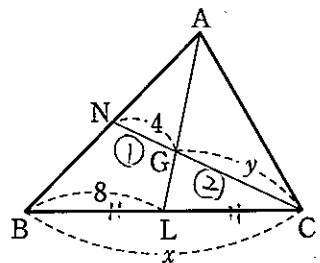


$2:1 = x:5-x$

$x = 10 - 2x$   
 $3x = 10$   
 $x = \frac{10}{3}$   
 $AI:ID = 6 = \frac{10}{3}$   
 $= 18:10$   
 $= 9:5$

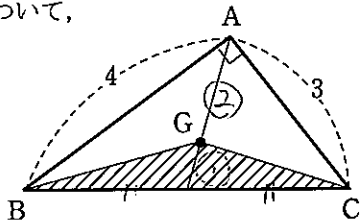
11 右の図において、点Gは△ABCの重心である。x, yの値を求めよ。

$x = 16, y = 8$

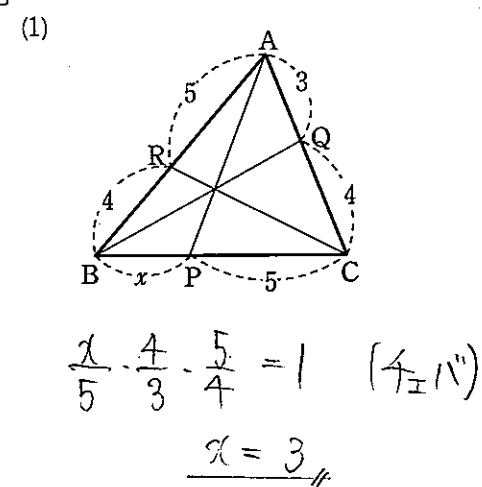


12 ∠A=90°, AB=4, AC=3である直角三角形ABCについて、その重心をGとすると、△GBCの面積を求めよ。

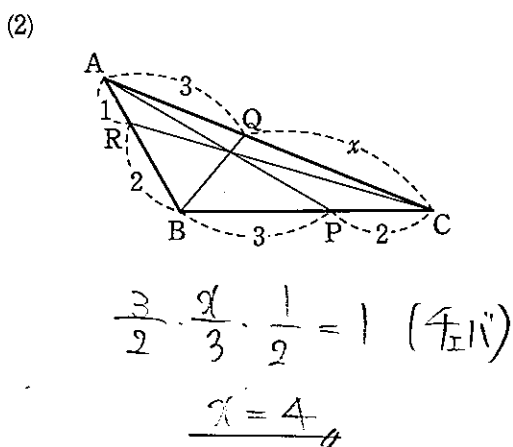
$\triangle ABC = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3 = 6$   
 $\triangle ABC : \triangle GBC = 3:1$   
 $3 \triangle GBC = \triangle ABC$   
 $\triangle GBC = \frac{1}{3} \triangle ABC$   
 $= \frac{1}{3} \cdot 6 = 2$



13 下の図において、xを求めよ。

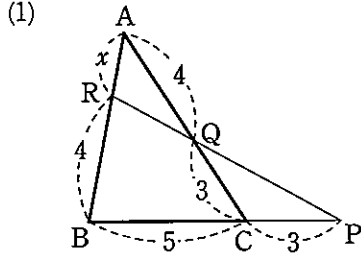


(1)  
 $\frac{x}{5} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{5}{4} = 1$  (チェイス)  
 $x = 3$

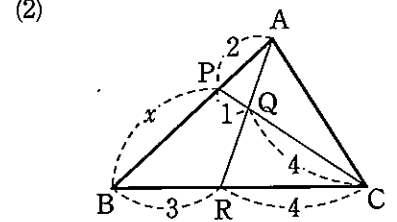


(2)  
 $\frac{3}{2} \cdot \frac{x}{3} \cdot \frac{1}{2} = 1$  (チェイス)  
 $x = 4$

14 下の図において、xを求めよ。

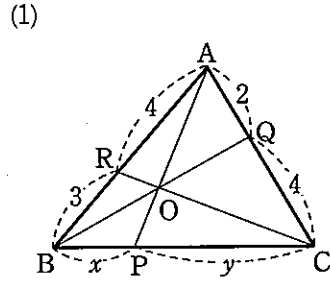


(1)  
 $\frac{8}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{x}{4} = 1$  (メネラウス)  
 $x = 2$

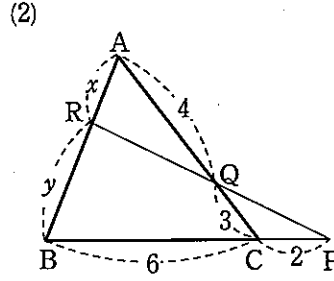


(2)  
 $\frac{x+2}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{3} = 1$  (メネラウス)  
 $x+2 = 6$   
 $x = 4$

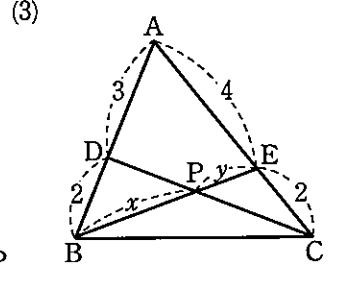
15 次の図において、x:yを求めよ。



(1)  
 $\frac{x}{y} \cdot \frac{4}{2} \cdot \frac{4}{3} = 1$  (チェイス)  
 $\frac{x}{y} = \frac{3}{8}$



(2)  
 $\frac{8}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{x}{y} = 1$  (メネラウス)  
 $\frac{x}{y} = \frac{1}{3}$



(3)  
 $\frac{6}{2} \cdot \frac{4}{x} \cdot \frac{2}{3} = 1$  (メネラウス)  
 $\frac{y}{x} = \frac{1}{2}$

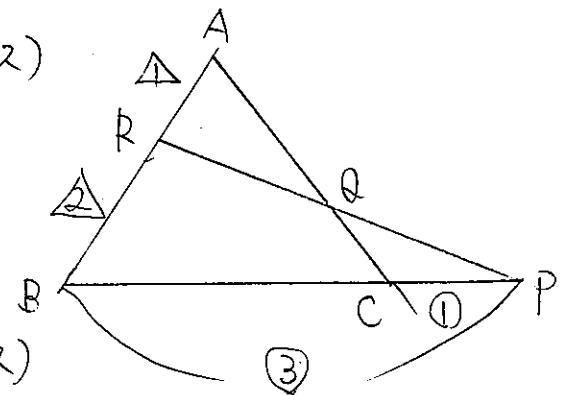
$x:y = 3:8$

$x:y = 1:3$

$x:y = 2:1$

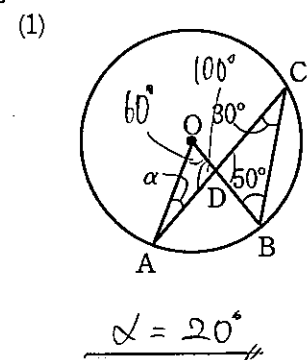
16 △ABCにおいて、辺BCを3:1に外分する点をP, 辺ABを1:2に内分する点をRとし、PRとACの交点をQとする。このとき、次の比を求めよ。

(1) CQ:QA  
 $\frac{3}{1} \cdot \frac{CQ}{QA} \cdot \frac{1}{2} = 1$  (メネラウス)  
 $\frac{CQ}{QA} = \frac{2}{3}$   
 $CQ:QA = 2:3$

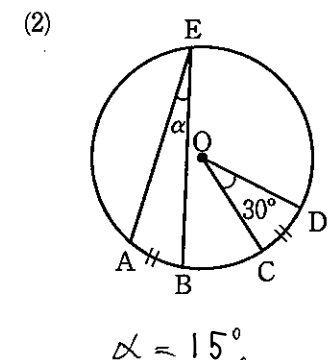


(2) PQ:QR  
 $\frac{3}{1} \cdot \frac{QR}{PQ} \cdot \frac{1}{2} = 1$  (メネラウス)  
 $\frac{QR}{PQ} = \frac{2}{3}$   
 $PQ:QR = 3:2$

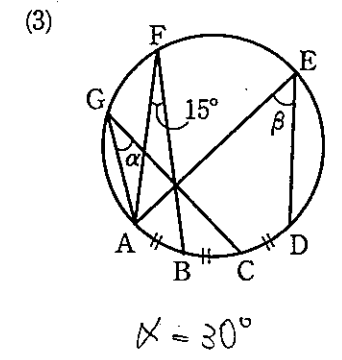
17 下の図において、α, βを求めよ。ただし、Oは円の中心とする。



(1)  
 $\alpha = 20^\circ$

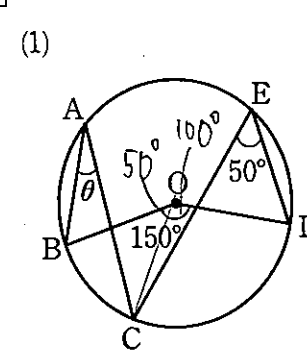


(2)  
 $\alpha = 15^\circ$

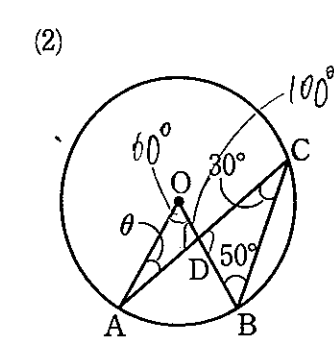


(3)  
 $\alpha = 30^\circ$   
 $\beta = 45^\circ$

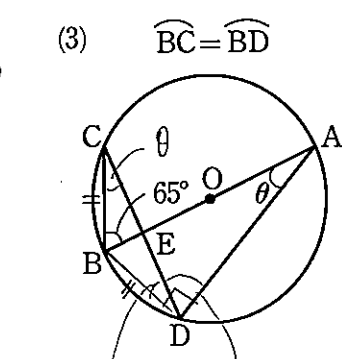
18 下の図において、角θを求めよ。ただし、Oは円の中心である。



(1)  
 $\theta = 25^\circ$



(2)  
 $\theta = 20^\circ$



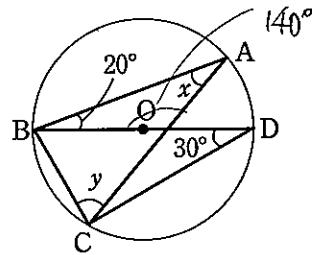
(3)  
 $\theta = 25^\circ$

図形の性質 求値問題③

19 右の図において、点Oは円の中心である。x, yの値を求めよ。

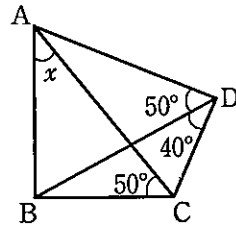
$x = 30^\circ$

$y = 70^\circ$



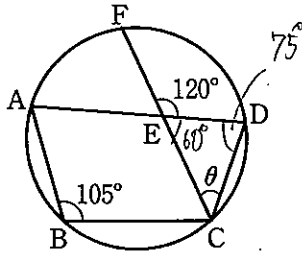
20 右の図において、∠xの大きさを求めよ。

$x = 40^\circ$



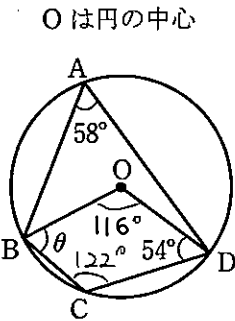
21 下の図において、角θを求めよ。

(1)



$\theta = 45^\circ$

(2)

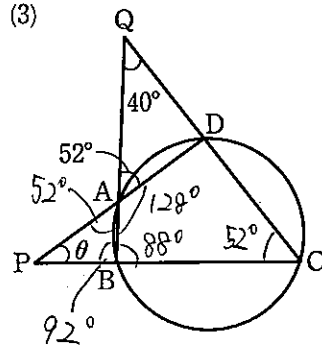


□ABCD

$\theta + 116^\circ + 122^\circ + 54^\circ = 360^\circ$

$\theta = 68^\circ$

(3)



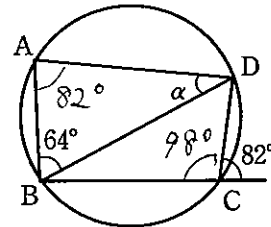
△APB

$\theta + 52^\circ + 92^\circ = 180^\circ$

$\theta = 36^\circ$

22 下の図において、αを求めよ。ただし、Oは円の中心とする。

(1)

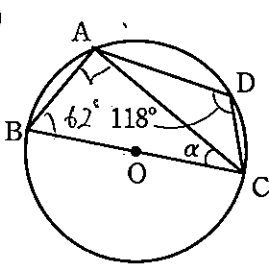


△ABD

$\alpha + 82^\circ + 64^\circ = 180^\circ$

$\alpha = 34^\circ$

(2)

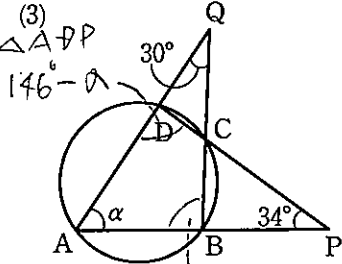


△ABC

$90^\circ + 62^\circ + \alpha = 180^\circ$

$\alpha = 28^\circ$

(3)



△ABQ

$150^\circ - \alpha$

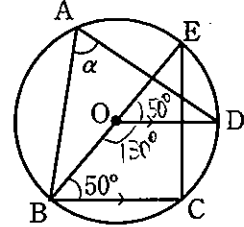
$146^\circ - \alpha + 150^\circ - \alpha = 180^\circ$

$2\alpha = 116^\circ$

$\alpha = 58^\circ$

23 下の図において、αを求めよ。ただし、Oは円の中心とする。

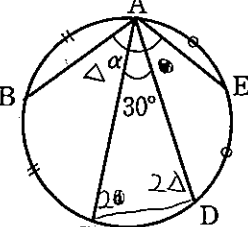
(1)



OD // BC

$\alpha = 65^\circ$

(2)



△ACD

$2\theta + 2\Delta + 30^\circ = 180^\circ$

$2\theta + 2\Delta = 150^\circ$

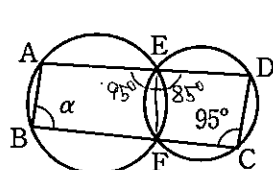
$\theta + \Delta = 75^\circ$

$\alpha = \theta + \Delta + 30^\circ$

$\alpha = 75^\circ + 30^\circ$

$\alpha = 105^\circ$

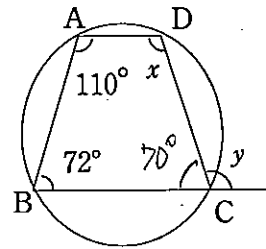
(3)



$\alpha = 85^\circ$

24 次の図において、四角形 ABCD が円に内接している。x, yの値を求めよ。点Oは円の中心である。

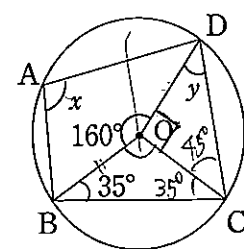
(1)



$x = 108^\circ$

$y = 110^\circ$

(2)

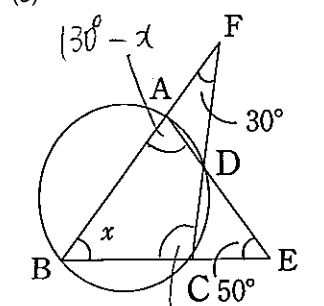


$y = 45^\circ$

$x = 180^\circ - 80^\circ$

$x = 100^\circ$

(3) △ABE



△BFC

$150^\circ - x$

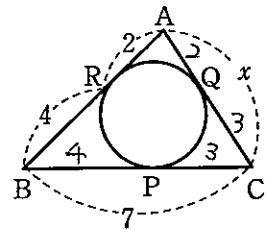
$130^\circ - x + 150^\circ - x = 180^\circ$

$2x = 100^\circ$

$x = 50^\circ$

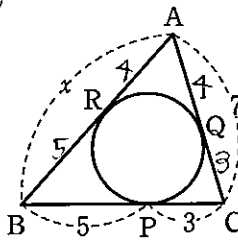
25 下の図において、xを求めよ。ただし、△ABCの内接円が辺BC, CA, ABと接する点をそれぞれ、P, Q, Rとする。

(1)



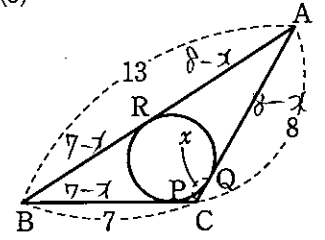
$x = 5$

(2)



$x = 9$

(3)



$7 - x + 8 - x = 13$

$2x = 2$

$x = 1$

26 ∠C=90°, BC=3, AC=4である直角三角形ABCに内接する円の半径rを求めよ。

△ABC

$3^2 + 4^2 = AB^2$

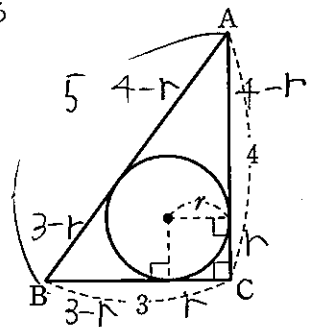
$AB^2 = 25$

$AB = 5$

$5 = 3 - r + 4 - r$

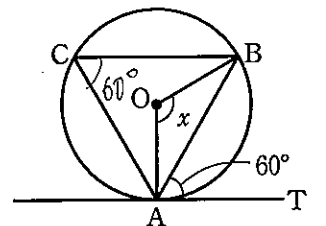
$2r = 2$

$r = 1$



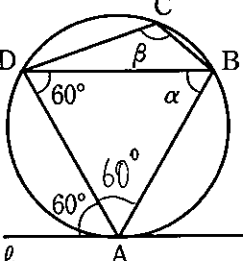
27 右の図において、直線ATは点Aで円Oに接している。∠xの大きさを求めよ。

$x = 120^\circ$



28 下の図において、α, βを求めよ。ただし、直線l, mは円の接線とする。

(1)

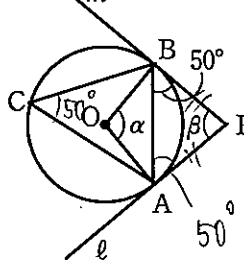


Aは円の接点

$\alpha = 60^\circ$

$\beta = 120^\circ$

(2)



A, Bは円の接点

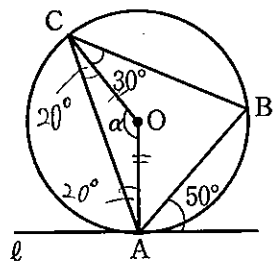
$\alpha = 100^\circ$

△ABP

$\beta = 180^\circ - 100^\circ$

$\beta = 80^\circ$

(3)



Aは円の接点

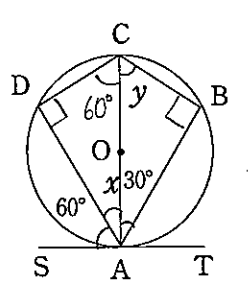
△OCA

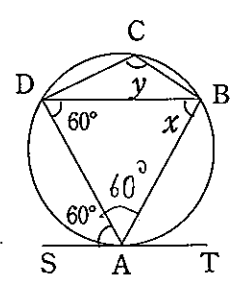
$\alpha = 180^\circ - 40^\circ$

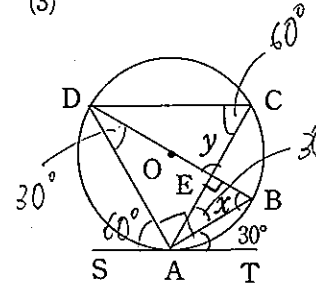
$\alpha = 140^\circ$

図形の性質 求値問題④

31 下の図において、点Oは円の中心で、直線ATは点Aで円に接している。x, yの値を求めよ。(3)ではDC//ATとする。

(1)   $x=30^\circ, y=60^\circ$

(2)   $x=60^\circ, y=120^\circ$

(3)   $x=60^\circ, y=90^\circ$

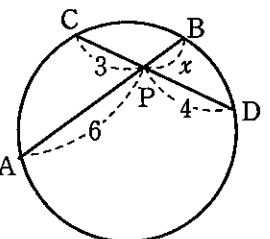
32 右の図において、PA, PBは円の接線である。 $\angle APB=40^\circ$ のとき、次の角の大きさを求めよ。

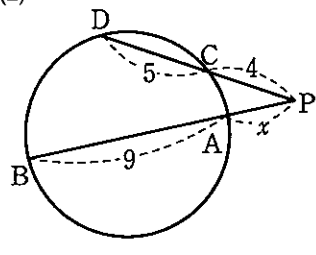
(1)  $\angle PAB = 70^\circ$

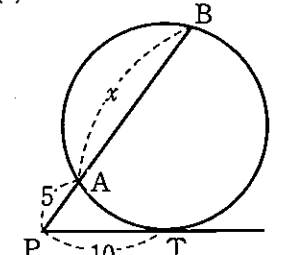
(2)  $\angle ACB = 70^\circ$



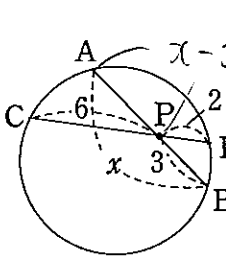
33 下の図において、xを求めよ。ただし、直線PTは円の接線で、Tは接点である。

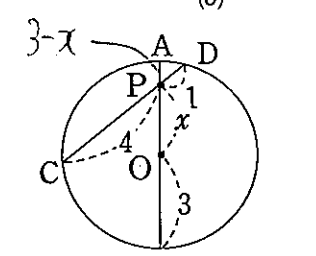
(1)   $6x=12, x=2$

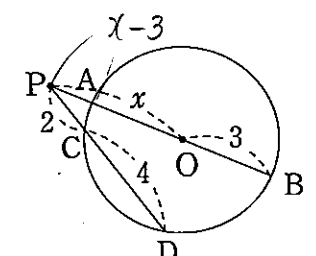
(2)   $x(x+9)=4 \cdot 9, x^2+9x=36, x^2+9x-36=0, (x+12)(x-3)=0, x=3$

(3)   $5 \cdot (x+5)=10^2, 5x=100-25, 5x=75, x=15$

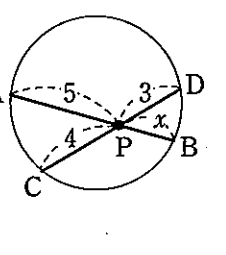
34 下の図において、xの値を求めよ。点Oは円の中心である。

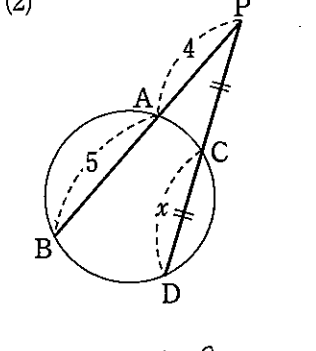
(1)   $3 \cdot (x-3)=2 \cdot 6, 3x-9=12, x=7$

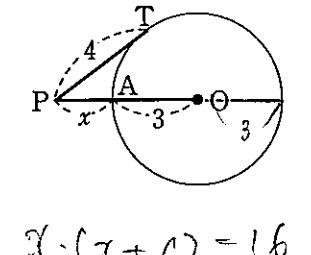
(2)   $(3-x) \cdot (3+x)=1 \cdot 4, 9-x^2=4, x^2=5, x=\sqrt{5}$

(3)   $(x-3)(x+3)=2 \cdot 6, x^2-9=12, x^2=21, x=\sqrt{21}$

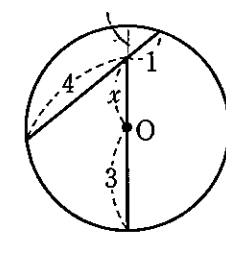
35 下の図において、xの値を求めよ。

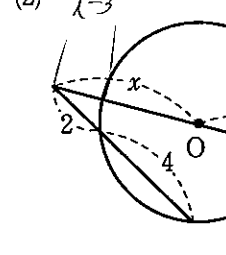
(1)   $5x=12, x=\frac{12}{5}$

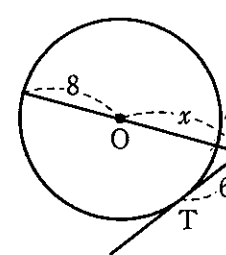
(2)   $2 \cdot 2x=4 \cdot 9, 2x^2=36, x^2=18, x=3\sqrt{2}$

(3)   $x \cdot (x+6)=16, x^2+6x-16=0, (x+8)(x-2)=0, x=2$

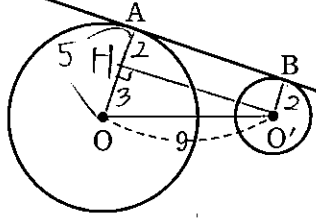
36 下の図において、xを求めよ。ただし、Oは円の中心、直線PTは円の接線で、Tは接点である。

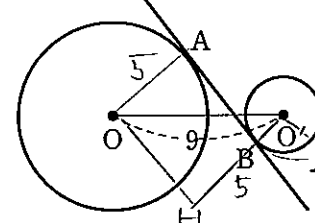
(1)   $(3-x)(3+x)=4 \cdot 1, 9-x^2=4, x^2=5, x=\sqrt{5}$

(2)   $(x-3)(x+3)=2 \cdot 6, x^2-9=12, x^2=21, x=\sqrt{21}$

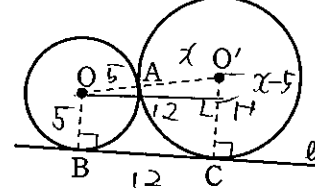
(3)   $(x-8)(x+8)=6^2, x^2-64=36, x^2=100, x=10$

37 下の図において、直線ABは円O, O'に、それぞれ点A, Bで接している。円Oの半径が5, 円O'の半径が2であるとき、線分ABの長さを求めよ。

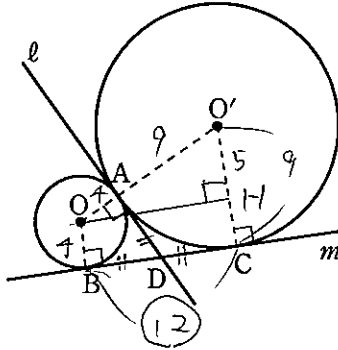
(1)   $O'H^2+3^2=9^2, O'H^2=81-9=72, O'H=6\sqrt{2}, AB=6\sqrt{2}$

(2)   $OH^2+7^2=9^2, OH^2=81-49=32, OH=4\sqrt{2}, AB=4\sqrt{2}$

38 右の図のように、2つの円O, O'が点Aで外接し、さらに2つの円がその共通接線lとそれぞれ点B, Cで接している。円Oの半径が5, BC=12であるとき、円O'の半径を求めよ。

  $O'$ の半径をxとすると  $(x-5)^2+12^2=(x+5)^2, x^2-10x+25+144=x^2+10x+25, 20x=144, x=\frac{36}{5}$

39 右の図のように、2つの円O, O'が点Aで外接している。点Aを通る2つの円の共通接線lを引き、さらにもう1本の共通接線mを引く。mと円O, O'との接点をそれぞれB, C, 直線lと直線mとの交点をDとする。円Oの半径が4, 円O'の半径が9であるとき、線分BC, ADの長さをそれぞれ求めよ。

  $\triangle OO'H, OH^2+5^2=13^2, OH^2=144, OH=12, AD=BD=DC \Rightarrow BC=12, AD=6$