

平面ベクトル① (公式)

分解

$$\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA}$$

$\vec{AB}$

A(○, △), B(●, ▲)

$$\vec{AB} = (\bullet - \circ, \blacktriangle - \triangle)$$

(後) - (前)

大きさ

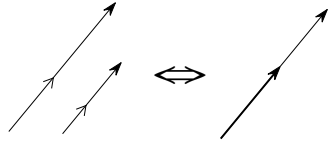
$\vec{a} = (\circ, \triangle)$  のとき

$$|\vec{a}| = \sqrt{\circ^2 + \triangle^2}$$

平行

$$\vec{a} \parallel \vec{b} \iff \vec{b} = k\vec{a}$$

( $\vec{a} = k\vec{b}$ )

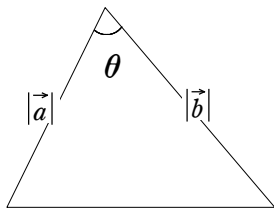


垂直

$$\vec{a} \perp \vec{b} \iff \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$$

内積 (角度があるとき)

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta$$



内積 (成分のとき)

$\vec{a} = (\circ, \triangle), \vec{b} = (\bullet, \blacktriangle)$  のとき

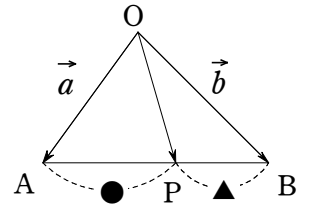
$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \circ\bullet + \triangle\blacktriangle$$

$x$  成分どうし  $y$  成分どうし

内分

線分ABを ● : ▲ に内分

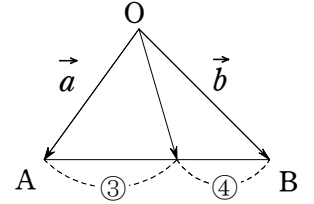
$$\vec{OP} = \frac{\blacktriangle \vec{OA} + \bullet \vec{OB}}{\bullet + \blacktriangle}$$



例

3 : 4 に内分

$$\frac{4\vec{a} + 3\vec{b}}{3+4} = \frac{4}{7}\vec{a} + \frac{3}{7}\vec{b}$$



外分

線分ABを ● : ▲ に外分

● : -▲ に内分する

$$\vec{OP} = \frac{-\blacktriangle \vec{OA} + \bullet \vec{OB}}{\bullet - \blacktriangle}$$

例

3 : 4 に外分

3 : -4 に内分する

$$\frac{-4\vec{a} + 3\vec{b}}{3-4} = 4\vec{a} - 3\vec{b}$$

中点

線分ABの中点

1 : 1 に内分する

$$\vec{OP} = \frac{\vec{OA} + \vec{OB}}{2}$$

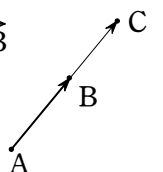
重心

3点 A( $\vec{a}$ ), B( $\vec{b}$ ), C( $\vec{c}$ ) を頂点とする  $\triangle ABC$  の重心 G

$$\vec{g} = \frac{\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}}{3}$$

一直線上

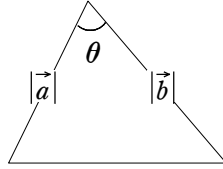
3点 A, B, C が一直線上  $\iff \vec{AC} = k\vec{AB}$



平面ベクトル② (公式)

三角形の面積 (数 I)

$$S = \frac{1}{2} |\vec{a}| |\vec{b}| \sin \theta$$



三角形の面積

$$S = \frac{1}{2} \sqrt{|\vec{a}|^2 |\vec{b}|^2 - (\vec{a} \cdot \vec{b})^2}$$

三角形の面積 (成分のとき)

$\vec{a} = (\circ, \triangle), \vec{b} = (\bullet, \blacktriangle)$  のとき

$$S = \frac{1}{2} |\circ\blacktriangle - \triangle\bullet|$$

ベクトル方程式 (直線)

定点  $A(\vec{a})$  を通り、 $\vec{d}$  に平行な直線

$$\vec{p} = \vec{a} + t\vec{d}$$

例

$A(-2, 3)$  を通り、ベクトル  $\vec{d} = (2, 1)$  に平行

解答

$P(x, y)$  とする

$$\vec{p} = \vec{a} + t\vec{d}$$

$$(x, y) = (-2, 3) + t(2, 1) \\ = (2t - 2, t + 3)$$

$$\begin{cases} x = 2t - 2 \quad \dots \textcircled{1} \\ y = t + 3 \quad \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

①②より

$$x - 2y + 8 = 0$$

2点  $A(\vec{a}), B(\vec{b})$  を通る直線

$$\vec{p} = (1-t)\vec{a} + t\vec{b}$$

定点  $A(\vec{a})$  を通り、 $\vec{n}$  に垂直な直線

$$\vec{n} \cdot (\vec{p} - \vec{a}) = 0$$

ベクトル方程式 (円)

中心  $C(\vec{c})$ , 半径  $r$  の円

$$|\vec{p} - \vec{c}| = r$$

例

$|2\vec{p} - \vec{a} - \vec{b}| = 8$  はどのような図形を表すか。

解答

$$\left| \vec{p} - \frac{1}{2}\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b} \right| = 8$$

$$\left| \vec{p} - \frac{\vec{a} + \vec{b}}{2} \right| = 8$$

よって

中心  $AB$  の中点

半径 8

の円

線分  $AB$  を直径とする円

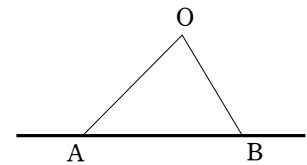
$$(\vec{p} - \vec{a}) \cdot (\vec{p} - \vec{b}) = 0$$

領域

$$\vec{OP} = \bullet \vec{OA} + \blacktriangle \vec{OB}$$

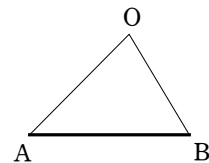
直線  $AB$

$$\bullet + \blacktriangle = 1$$



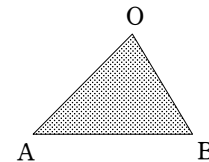
線分  $AB$

$$\begin{cases} \bullet + \blacktriangle = 1, \\ \bullet \geq 0 \\ \blacktriangle \geq 0 \end{cases}$$



$\triangle OAB$  の周と内部

$$\begin{cases} 0 \leq \bullet + \blacktriangle \leq 1 \\ \bullet \geq 0 \\ \blacktriangle \geq 0 \end{cases}$$



平行四辺形  $OACB$  の周と内部

$$\begin{cases} 0 \leq \bullet \leq 1 \\ 0 \leq \blacktriangle \leq 1 \end{cases}$$

