



【関数の値】

1 2 次関数 $f(x) = x^2 - 2x + 1$ において、次の値を求めよ。

(1) $f(3)$

$$= 9 - 6 + 1$$

$$= 4$$

(2) $f(-1)$

$$= (-1)^2 - 2(-1) + 1$$

$$= 1 + 2 + 1$$

$$= 4$$

(3) $f(-a)$

$$= (-a)^2 - 2(-a) + 1$$

$$= a^2 + 2a + 1$$

(4) $f(a+1)$

$$= (a+1)^2 - 2(a+1) + 1$$

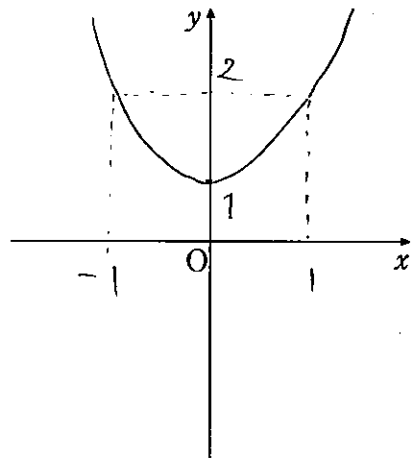
$$= a^2 + 2a + 1 - 2a - 2 + 1$$

$$= a^2$$

【 $y = a(x-p)^2 + q$ のグラフ】

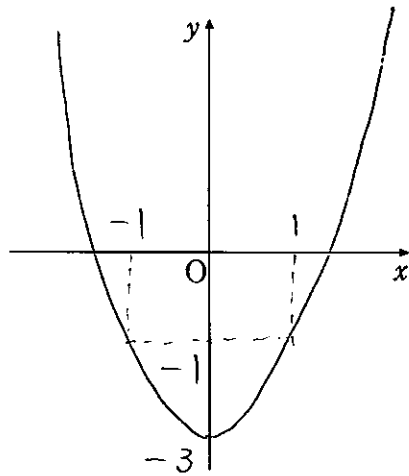
2 次の 2 次関数のグラフをかき、その頂点を求めよ。

(1) $y = x^2 + 1$



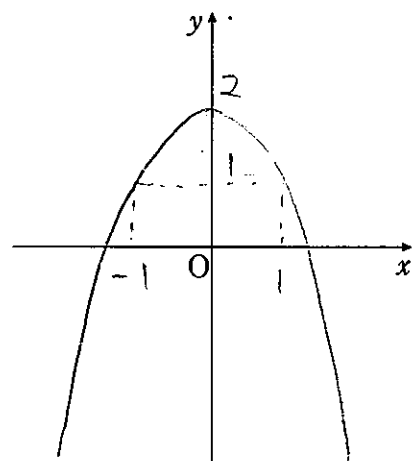
頂点 (0 , 1)

(2) $y = 2x^2 - 3$



頂点 (0 , -3)

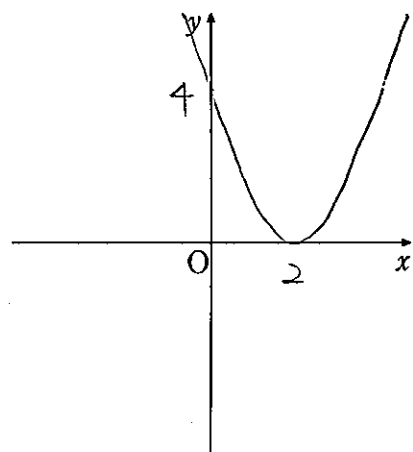
(3) $y = -x^2 + 2$



頂点 (0 , 2)

3 次の 2 次関数のグラフをかけ。また、その頂点と軸を求めよ。

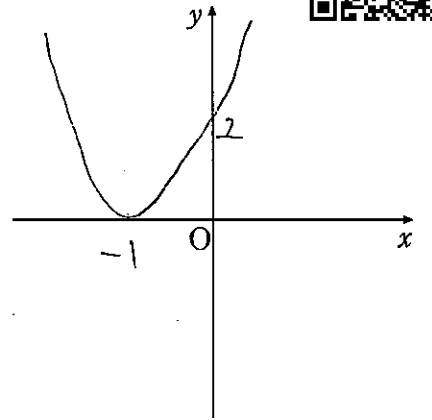
(1) $y = (x-2)^2$



頂点 (2 , 0)

軸 $x = 2$

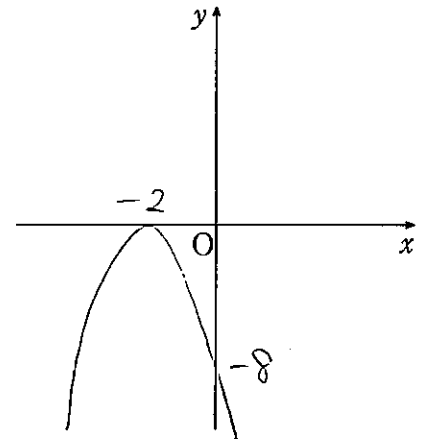
(2) $y = 2(x+1)^2$



頂点 (-1 , 0)

軸 $x = -1$

(3) $y = -2(x+2)^2$

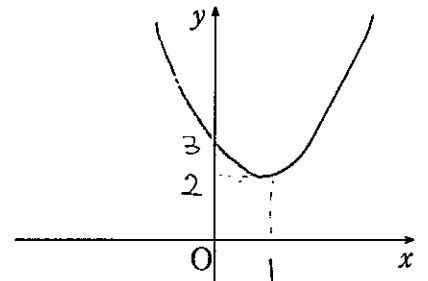


頂点 (-2 , 0)

軸 $x = -2$

4 次の 2 次関数のグラフをかけ。また、その頂点と軸を求めよ。

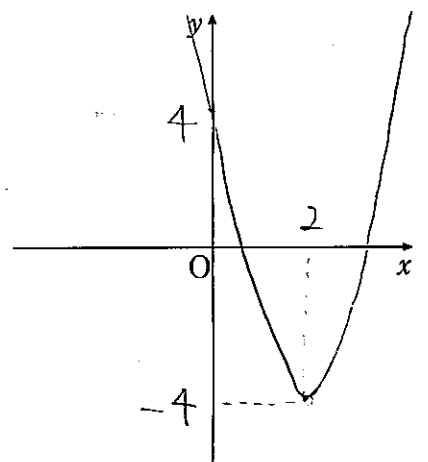
(1) $y = (x-1)^2 + 2$



頂点 (1 , 2)

軸 $x = 1$

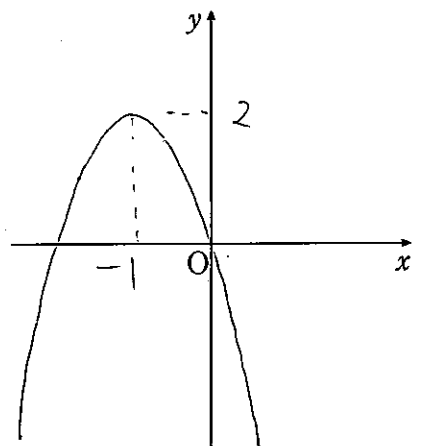
(2) $y = 2(x-2)^2 - 4$



頂点 (2 , -4)

軸 $x = 2$

(3) $y = -2(x+1)^2 + 2$



頂点 (-1 , 2)

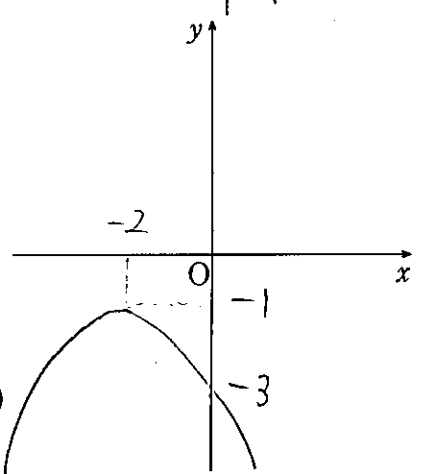
軸 $x = -1$

(4) $y = -\frac{1}{2}(x+2)^2 - 1$

$$y(0) = -\frac{1}{2} \cdot 4 - 1$$

$$= -2 - 1$$

$$= -3$$



頂点 (-2 , -1)

軸 $x = -2$

【 $y=ax^2+bx+c$ のグラフ】

[5] 次の2次式を平方完成せよ。

$$(1) x^2+8x = \underline{(x+4)^2-16} //$$

$$(2) x^2-6x+8 = (x-3)^2-9+8 \\ = \underline{(x-3)^2-1} //$$

$$(3) 2x^2+4x+5 = 2(x^2+2x)+5 \\ = 2\{(x+1)^2-1\}+5 \\ = 2(x+1)^2-2+5 \\ = \underline{2(x+1)^2+3} //$$

$$(4) 3x^2-6x-2 = 3(x^2-2x)-2 \\ = 3\{(x-1)^2-1\}-2 \\ = \underline{3(x-1)^2-5} //$$

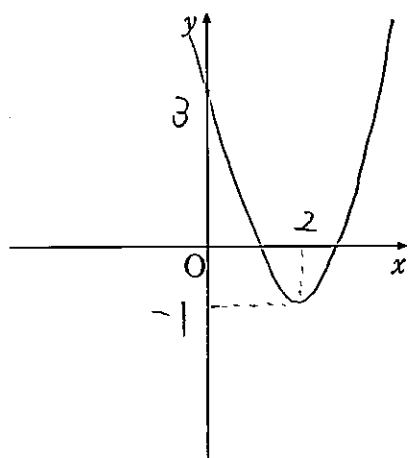
$$(5) x^2+x-2 = \left(x+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{4}-2 \\ = \underline{\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{9}{4}} //$$

$$(6) -2x^2+6x+4 = -2(x^2-3x)+4 \\ = -2\left\{\left(x-\frac{3}{2}\right)^2-\frac{9}{4}\right\}+4 \\ = -2\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{9}{2}+4 \\ = \underline{-2\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{17}{2}} //$$

[6] 次の2次関数のグラフをかけ。また、その頂点と軸を求めよ。

$$(1) y=x^2-4x+3$$

$$= (x-2)^2-4+3 \\ = (x-2)^2-1$$

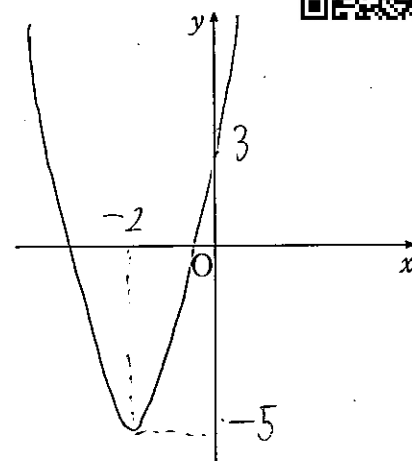


頂点 (2, -1)
軸 $x=2$

$$(2) y=2x^2+8x+3$$

$$= 2(x^2+4x)+3 \\ = 2\{(x+2)^2-4\}+3 \\ = 2(x+2)^2-5$$

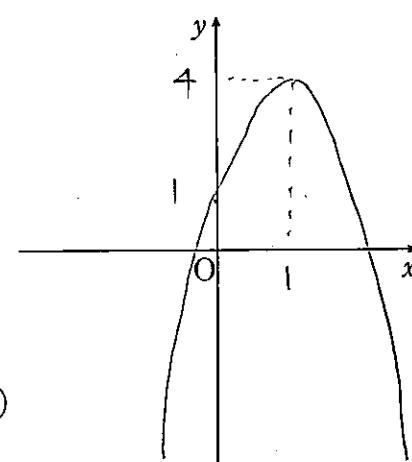
頂点 (-2, -5)
軸 $x=-2$



$$(3) y=-3x^2+6x+1$$

$$= -3(x^2-2x)+1 \\ = -3\{(x-1)^2-1\}+1 \\ = -3(x-1)^2+4$$

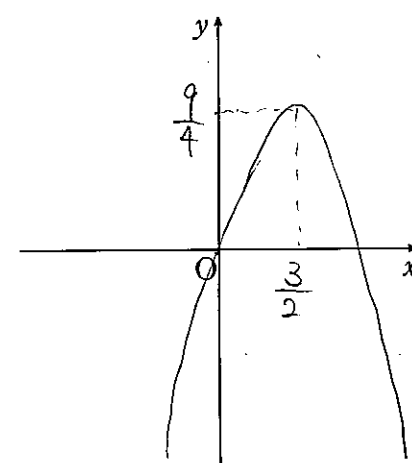
頂点 (1, 4)
軸 $x=1$



$$(4) y=-x^2+3x$$

$$= -(x^2-3x) \\ = -\left\{\left(x-\frac{3}{2}\right)^2-\frac{9}{4}\right\} \\ = -\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{9}{4}$$

頂点 $\left(\frac{3}{2}, \frac{9}{4}\right)$
軸 $x=\frac{3}{2}$



【グラフの平行移動】

[7] 放物線 $y=2x^2-4x$ を平行移動して放物線 $y=2x^2+4x-3$ に重ねるには、どのように平行移動すればよいか。

$$y = 2x^2-4x \\ = 2(x^2-2x) \\ = 2\{(x-1)^2-1\} \\ = 2(x-1)^2-2$$

頂点 (1, -2)

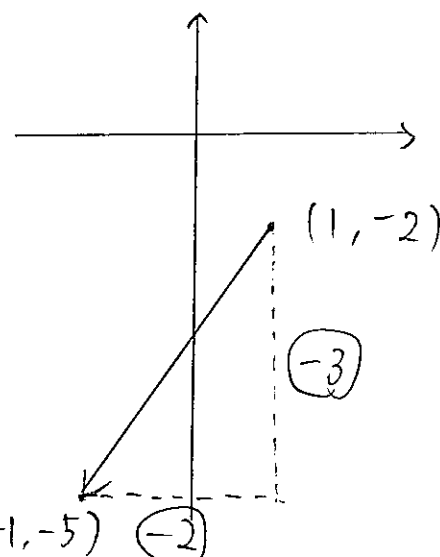
$$y = 2x^2+4x-3 \quad (-1, -5) \quad (-2)$$

$$= 2(x^2+2x)-3 \\ = 2\{(x+1)^2-1\}-3 \\ = 2(x+1)^2-5$$

頂点 (-1, -5)

x 軸方向に -2

y 軸方向に -3



2次関数③

8 2次関数 $y=2x^2-5x+3$ のグラフを、 x 軸方向に -2 、 y 軸方向に 1 だけ平行移動するとき、移動後の放物線の方程式を求めよ。

$$y-1 = 2(x+2)^2 - 5(x+2) + 3$$

$$y-1 = 2(x^2+4x+4) - 5x - 10 + 3$$

$$y = 2x^2 + 8x + 8 - 5x - 10 + 3$$

$$y = 2x^2 + 3x + 2 //$$

【グラフの対称移動】

9 2次関数 $y=x^2+4x+1$ のグラフの、 x 軸、 y 軸、原点それぞれに関する対称移動後の放物線の方程式を求めよ。

$$\begin{aligned} x\text{軸: } -y &= x^2 + 4x + 1 \\ y &= -x^2 - 4x - 1 // \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y\text{軸: } y &= (-x)^2 + 4(-x) + 1 \\ y &= x^2 - 4x + 1 // \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{原点: } -y &= (-x)^2 + 4(-x) + 1 \\ -y &= x^2 - 4x + 1 \\ y &= -x^2 + 4x - 1 // \end{aligned}$$

【関数の最大・最小】

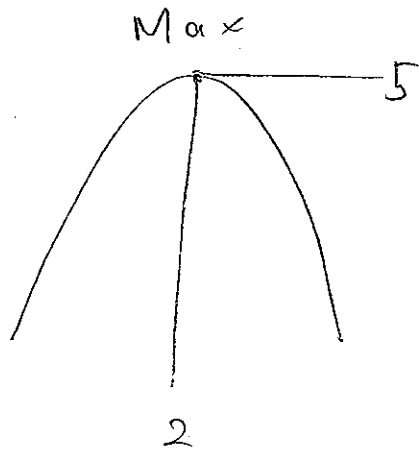
10 次の2次関数に最大値、最小値があれば、それを求めよ。

(1) $y = -2x^2 + 8x - 3$

$$\begin{aligned} &= -2 \{ x^2 - 4x \} - 3 \\ &= -2 \{ (x-2)^2 - 4 \} - 3 \\ &= -2(x-2)^2 + 5 \end{aligned}$$

$$\text{Max } 5 \quad (x=2)$$

$$\text{min } \text{なし} //$$

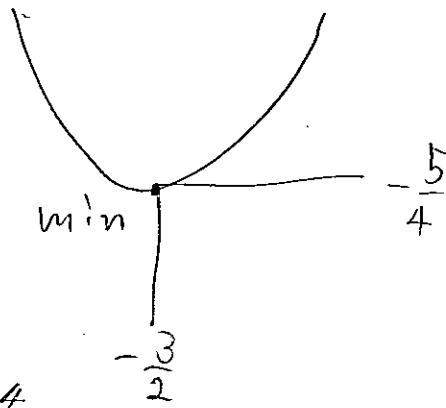


(2) $y = x^2 + 3x + 1$

$$\begin{aligned} &= \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} + 1 \\ &= \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{5}{4} \end{aligned}$$

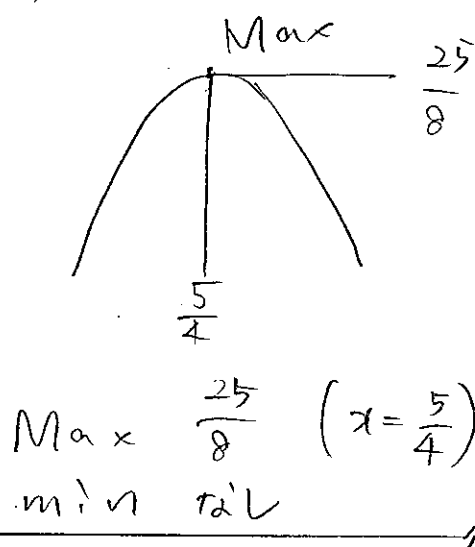
$$\text{Max } \text{なし}$$

$$\text{min } -\frac{5}{4} \quad \left(x = -\frac{3}{2}\right) //$$



(3) $y = -2x^2 + 5x$

$$\begin{aligned} &= -2 \left\{ x^2 - \frac{5}{2}x \right\} \\ &= -2 \left\{ \left(x - \frac{5}{4}\right)^2 - \frac{25}{16} \right\} \\ &= -2 \left(x - \frac{5}{4}\right)^2 + \frac{25}{8} \end{aligned}$$



$$\text{Max } \frac{25}{8} \quad \left(x = \frac{5}{4}\right)$$

$$\text{min } \text{なし} //$$

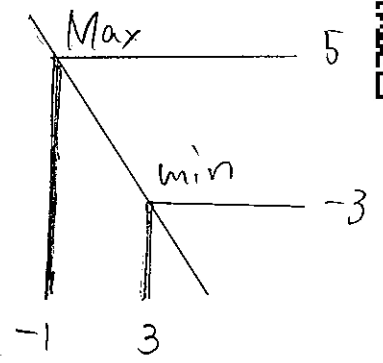
11 次の関数に最大値、最小値があれば、それを求めよ。また、(1)、(2)は値域を求めよ。

(1) $y = -2x + 3 \quad (-1 \leq x \leq 3)$

$$\text{Max } 5 \quad (x = -1)$$

$$\text{min } -3 \quad (x = 3)$$

$$\text{値域 } -3 \leq y \leq 5 //$$



(2) $y = x^2 + 2x + 3 \quad (-2 \leq x \leq 2)$

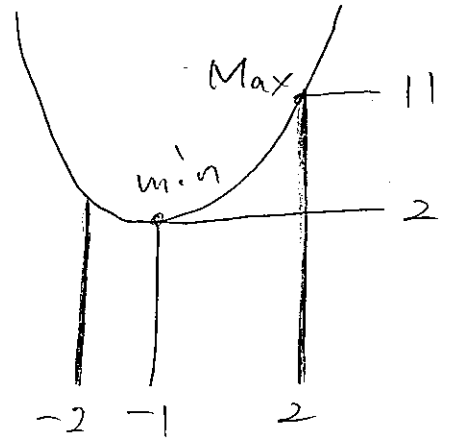
$$= (x+1)^2 - 1 + 3$$

$$= (x+1)^2 + 2$$

$$\text{Max } 11 \quad (x = 2)$$

$$\text{min } 2 \quad (x = -1)$$

$$\text{値域 } 2 \leq y \leq 11 //$$



(3) $y = -x^2 + 4x - 3 \quad (0 < x \leq 3)$

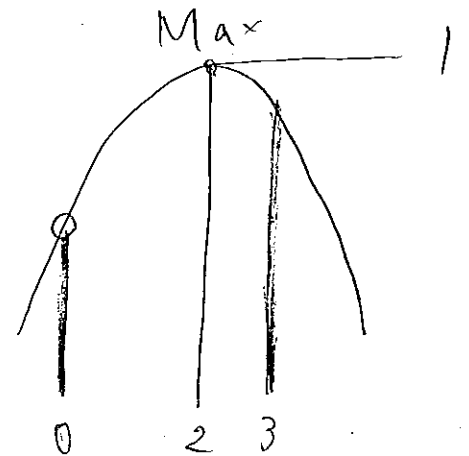
$$= -\{x^2 - 4x\} - 3$$

$$= -\{(x-2)^2 - 4\} - 3$$

$$= -(x-2)^2 + 1$$

$$\text{Max } 1 \quad (x = 2)$$

$$\text{min } \text{なし} //$$



(4) $y = 3x^2 + 6x - 1 \quad (1 \leq x \leq 3)$

$$= 3\{x^2 + 2x\} - 1$$

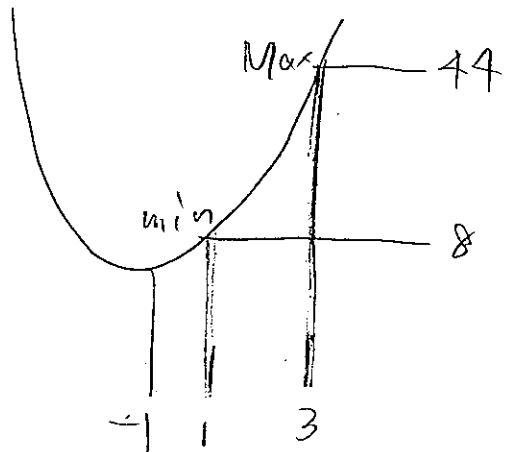
$$= 3\{(x+1)^2 - 1\} - 1$$

$$= 3(x+1)^2 - 4$$

$$\text{Max } 44 \quad (x = 3)$$

$$\text{min } 8 \quad (x = 1)$$

$$//$$



(5) $y = -2x^2 + 12x \quad (0 \leq x \leq 6)$

$$= -2\{x^2 - 6x\}$$

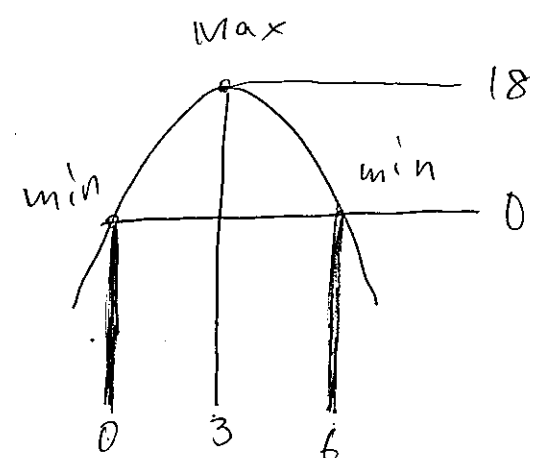
$$= -2\{(x-3)^2 - 9\}$$

$$= -2(x-3)^2 + 18$$

$$\text{Max } 18 \quad (x = 3)$$

$$\text{min } 0 \quad (x = 0, 6)$$

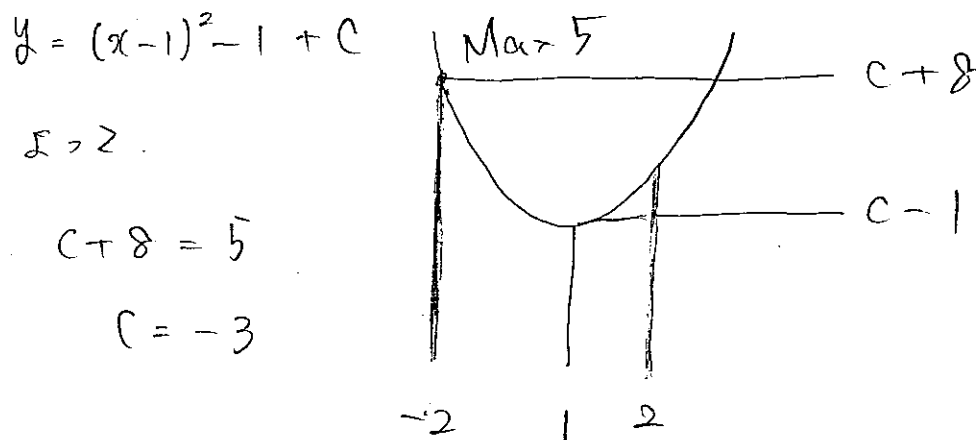
$$//$$



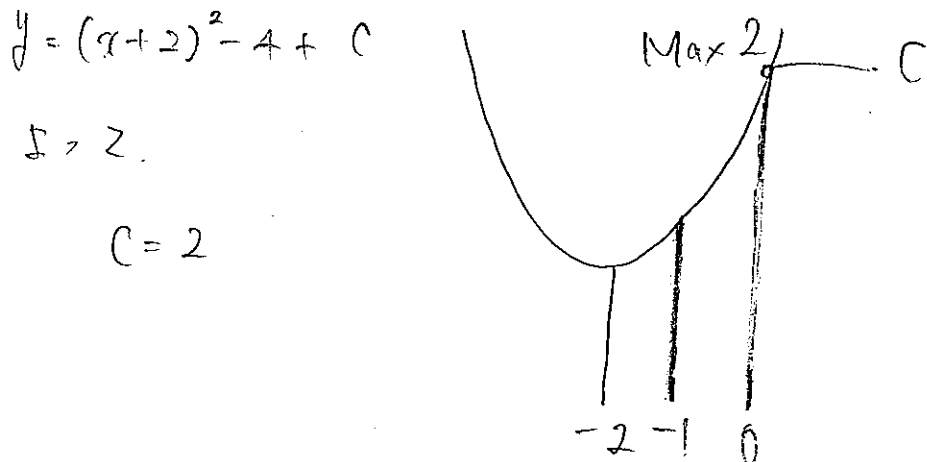


12 次の条件を満たすように、定数 c の値を定めよ。

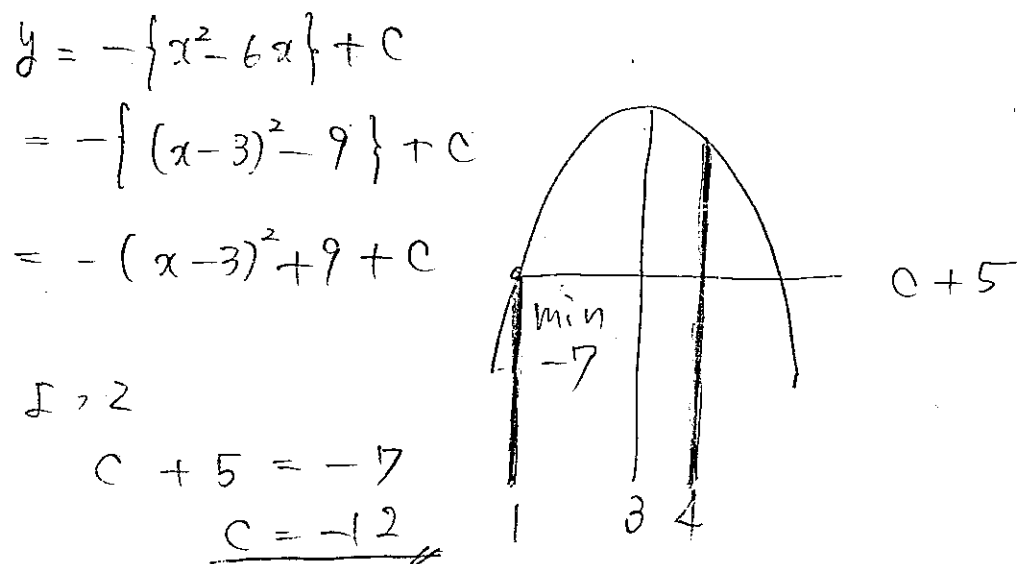
(1) 関数 $y = x^2 - 2x + c$ ($-2 \leq x \leq 2$) の最大値が5である。



(2) 関数 $y = x^2 + 4x + c$ ($-1 \leq x \leq 0$) の最大値が2である。



(3) 関数 $y = -x^2 + 6x + c$ ($1 \leq x \leq 4$) の最小値が-7である。



13 直角三角形 ABC において、直角をはさむ2辺 AB, BC の長さの和が 14 cm であるとする。このような三角形の面積の最大値を求めよ。

$AB = x$ とする

$BC = 14 - x$

$\Delta ABC = \frac{1}{2}x(14-x)$

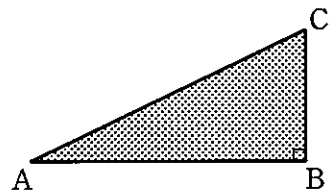
$= -\frac{1}{2}x^2 + 7x$

$= -\frac{1}{2}\{x^2 - 14x\}$

$= -\frac{1}{2}\{(x-7)^2 - 49\}$

$= -\frac{1}{2}(x-7)^2 + \frac{49}{2}$

Max $\frac{49}{2} \text{ cm}^2$

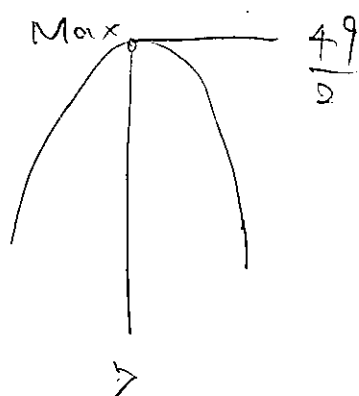


範囲は

$x > 0$ $14-x > 0$

$x < 14$

$0 < x < 14$

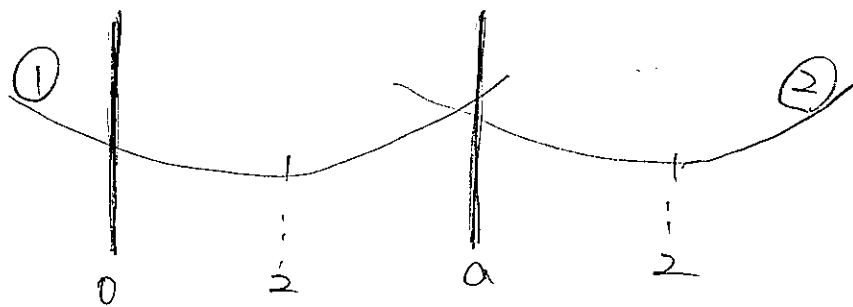


【定義域が広がるときの最大・最小】

14 $a > 0$ とする。関数 $y = x^2 - 4x + 5$ ($0 \leq x \leq a$) について、次の問いに答えよ。

(1) 最小値を求めよ。

$y = (x-2)^2 + 1$ 頂 (2, 1)



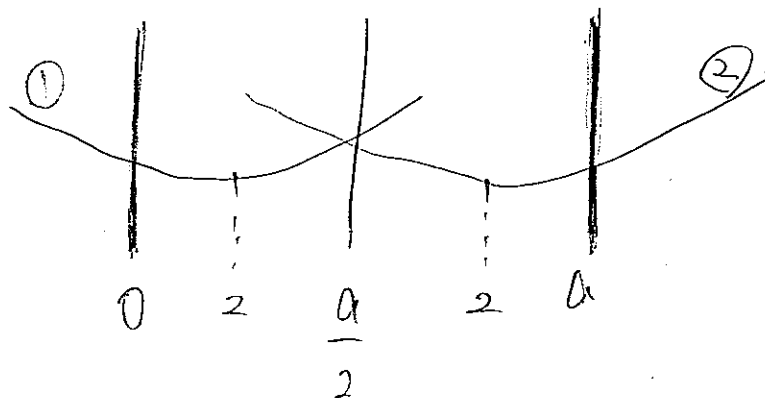
① $2 \leq a$ $a \geq 2$

min $y(2) = 1$ ($x=2$)

② $a \leq 2$ $a < 2$

min $y(a) = a^2 - 4a + 5$ ($x=a$)

(2) 最大値を求めよ。



① $2 \leq \frac{a}{2}$

$4 \leq a$ $a \geq 4$

Max $y(a) = a^2 - 4a + 5$ ($x=a$)

② $a \leq 4$ $a < 4$

Max $y(0) = 5$ ($x=0$)

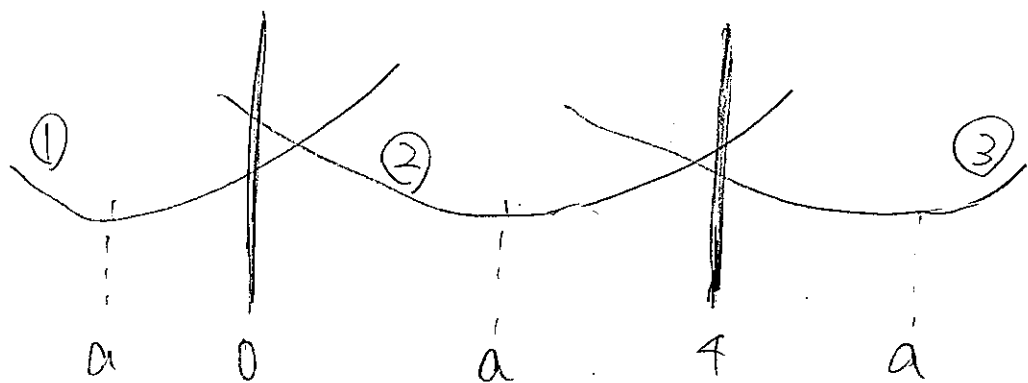


【軸が動くときの最大・最小】

15 関数 $y = x^2 - 2ax + 4$ ($0 \leq x \leq 4$) について、次の問いに答えよ。

(1) 最小値を求めよ。

$$y = (x-a)^2 - a^2 + 4 \quad \text{頂 } (a, -a^2 + 4)$$



$$\textcircled{1} \quad a \leq 0 \quad a \leq x$$

$$\min y(0) = 4 \quad (x=0)$$

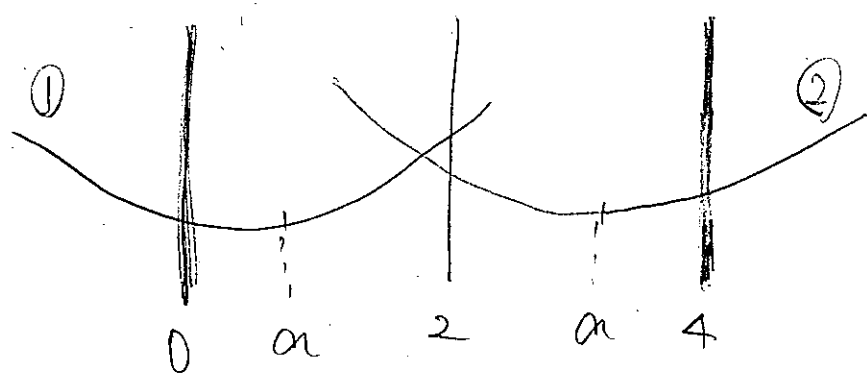
$$\textcircled{2} \quad 0 \leq a \leq 4 \quad a \leq x$$

$$\min -a^2 + 4 \quad (x=a)$$

$$\textcircled{3} \quad 4 \leq a$$

$$\min y(4) = 16 - 8a + 4 = 20 - 8a \quad (x=4)$$

(2) 最大値を求めよ。



$$\textcircled{1} \quad a \leq 2 \quad a \leq x$$

$$\max y(4) = 20 - 8a \quad (x=4)$$

$$\textcircled{2} \quad 2 \leq a \quad a \leq x$$

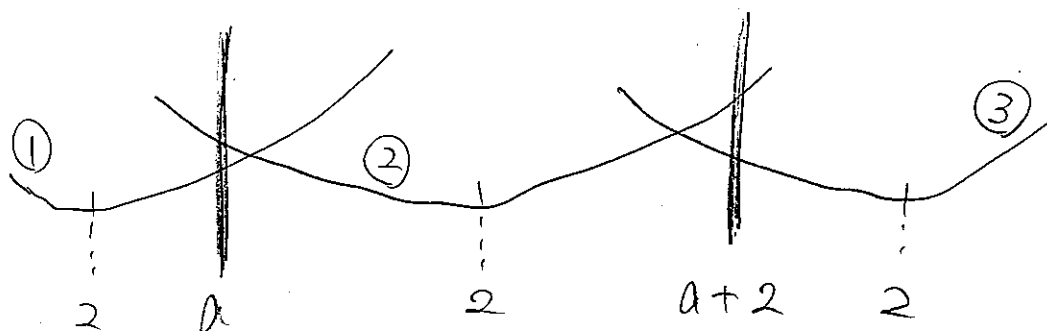
$$\max y(0) = 4 \quad (x=0)$$

【区間が動くときの最大・最小】

16 関数 $y = x^2 - 4x + 3$ ($a \leq x \leq a+2$) について次の問いに答えよ。

(1) 最小値を求めよ。

$$y = (x-2)^2 - 1 \quad \text{頂 } (2, -1)$$



$$\textcircled{1} \quad 2 \leq a \quad a \leq x$$

$$\min y(a) = a^2 - 4a + 3 \quad (x=a)$$

$$\textcircled{3} \quad a+2 \leq 2$$

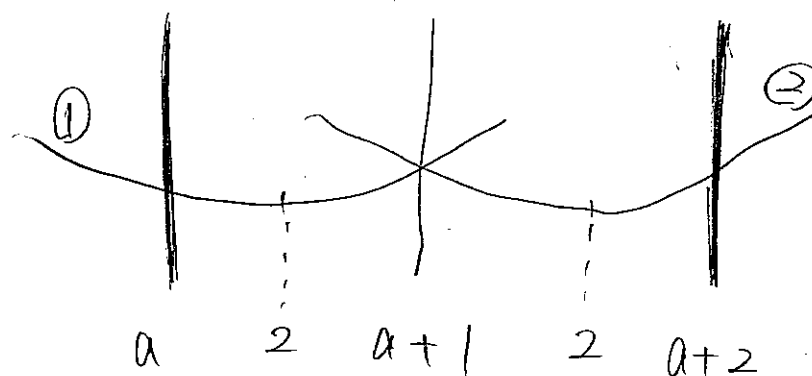
$$a \leq 0 \quad a \leq x$$

$$\begin{aligned} \min y(a+2) &= (a+2)^2 - 4(a+2) + 3 \\ &= a^2 + 4a + 4 - 4a - 8 + 3 \\ &= a^2 - 1 \quad (x=a+2) \end{aligned}$$

$$\textcircled{2} \quad 0 \leq a \leq 2 \quad a \leq x$$

$$\min -1 \quad (x=2)$$

(2) 最大値を求めよ。



$$\textcircled{1} \quad 2 \leq a+1$$

$$1 \leq a \quad a \leq x$$

$$\max y(a+2) = a^2 - 1 \quad (x=a+2)$$

$$\textcircled{2} \quad a \leq 1 \quad a \leq x$$

$$\max y(a) = a^2 - 4a + 3 \quad (x=a)$$

2 次関数⑥

【2 次関数の決定 (軸, 頂点が条件)】

17 グラフが次の条件を満たす 2 次関数を求めよ。

(1) 頂点が点 $(-2, 4)$ で, 点 $(-4, 2)$ を通る。

$$y = a(x+2)^2 + 4$$

条件より

$$2 = a(-4+2)^2 + 4$$

$$4a = -2$$

よって

$$a = -\frac{1}{2}$$

$$y = -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 4$$

(2) 軸が直線 $x=1$ で, 2 点 $(3, -6)$, $(0, -3)$ を通る。

$$y = a(x-1)^2 + b$$

条件より

$$\begin{cases} -6 = 4a + b & \text{--- ①} \\ -3 = a + b & \text{--- ②} \end{cases}$$

① - ②

$$-3 = 3a$$

$$a = -1$$

② に代入

よって

$$-3 = -1 + b$$

$$b = -2$$

$$y = -(x-1)^2 - 2$$

【2 次関数の決定 (最大値, 最小値が条件)】

18 次の条件を満たす 2 次関数を求めよ。

(1) $x=-1$ で最大となり, そのグラフが 2 点 $(1, 5)$, $(3, -7)$ を通る。

$$y = a(x+1)^2 + b \quad (a < 0)$$

条件より

$$\begin{cases} 5 = 4a + b & \text{--- ①} \\ -7 = 16a + b & \text{--- ②} \end{cases}$$

② - ①

$$-12 = 12a$$

$$a = -1 \quad (a < 0 \text{ を満たす})$$

② に代入

$$-7 = -16 + b$$

$$b = 9$$

$$y = -(x+1)^2 + 9$$

(2) $x=2$ で最小値 1 をとり, $x=4$ のとき $y=9$ となる

$$y = a(x-2)^2 + 1 \quad (a > 0)$$

条件より

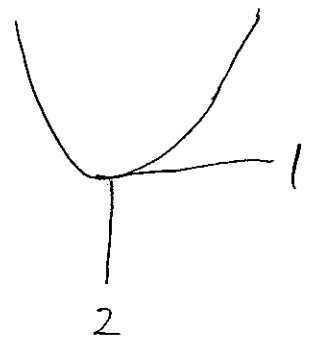
$$9 = 4a + 1$$

$$4a = 8$$

$$a = 2 \quad (a > 0 \text{ を満たす})$$

よって

$$y = 2(x-2)^2 + 1$$

19 2 次関数のグラフが $(2, -2)$, $(3, 5)$, $(-1, 1)$ を通るとき, その 2 次関数を求めよ。

$$y = ax^2 + bx + c$$

条件より

$$\begin{cases} 4a + 2b + c = -2 & \text{--- ①} \\ 9a + 3b + c = 5 & \text{--- ②} \\ a - b + c = 1 & \text{--- ③} \end{cases}$$

② - ①

$$5a + b = 7 \quad \text{--- ④}$$

② - ③

$$8a + 4b = 4$$

$$2a + b = 1 \quad \text{--- ⑤}$$

④ - ⑤

$$3a = 6$$

$$a = 2$$

$$a=2, b=-3 \text{ を ③ に代入}$$

$$2 + 3 + c = 1$$

$$c = -4$$

⑤ に代入

$$4 + b = 1$$

$$b = -3$$

よって

$$y = 2x^2 - 3x - 4$$

【条件式がある場合の最大・最小】

20 実数 x, y が $2x+y=5$ を満たしながら変化するとき, x^2+y^2 の最小値と, そのときの x, y の値を求めよ。

$$y = 5 - 2x \quad \text{--- ①}$$

① を ② に代入

$$x^2 + (5-2x)^2 = x^2 + 25 - 20x + 4x^2$$

$$= 5x^2 - 20x + 25$$

$$= 5 \{ x^2 - 4x \} + 25$$

$$= 5 \{ (x-2)^2 - 4 \} + 25$$

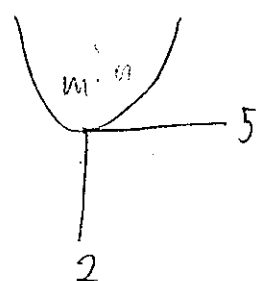
$$= 5(x-2)^2 - 20 + 25$$

$$= 5(x-2)^2 + 5$$

よって

$$\min 5 \quad (x=2, y=1)$$

$$x=2 \text{ を ① に代入}$$





【2次方程式】

21 次の2次方程式を解け。

(1) $x^2 + x - 2 = 0$

$$(x+2)(x-1) = 0$$

$$x = -2, 1$$

(3) $4x^2 - 4x + 1 = 0$

$$(2x-1)^2 = 0$$

$$x = \frac{1}{2} \text{ (重解)}$$

(5) $x^2 + 2\sqrt{3}x + 3 = 0$

$$x = -\sqrt{3} \pm \sqrt{3-3}$$

$$= -\sqrt{3} \text{ (重解)}$$

(7) $x^2 - 2x - 5 = 0$

$$x = 1 \pm \sqrt{1+5}$$

$$= 1 \pm \sqrt{6}$$

(9) $(x-6)(x+2) = 9$

$$x^2 - 4x - 12 - 9 = 0$$

$$x^2 - 4x - 21 = 0$$

$$(x-7)(x+3) = 0$$

$$x = -3, 7$$

(2) $-2x^2 - 5x + 3 = 0$

$$2x^2 + 5x - 3 = 0$$

$$(x+3)(2x-1) = 0$$

$$x = -3, \frac{1}{2}$$

(4) $x^2 - x - 1 = 0$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1+4}}{2}$$

$$= \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

(6) $x^2 - 2\sqrt{3}x + 2 = 0$

$$x = \sqrt{3} \pm \sqrt{3-2}$$

$$= \sqrt{3} \pm 1$$

(8) $3x = 1 - 2x^2$

$$2x^2 + 3x - 1 = 0$$

$$x = \frac{9 \pm \sqrt{9+8}}{4}$$

$$= \frac{9 \pm \sqrt{17}}{4}$$

(10) $x^2 + (a+2)x + 2a = 0$

$$(x+a)(x+2) = 0$$

$$x = -a, -2$$

【方程式の解から係数決定】

22 2次方程式 $2x^2 + ax - 3b = 0$ の解が $x = -2, 3$ であるとき、定数 a, b の値を求めよ。

条件より

$$\begin{cases} 18 + 3a - 3b = 0 & \text{--- ①} \\ 8 - 2a - 3b = 0 & \text{--- ②} \end{cases}$$

$$\text{①} - \text{②}$$

$$10 + 5a = 0$$

$$a = -2$$

$$\text{②に代入}$$

$$8 + 4 - 3b = 0$$

$$3b = 12$$

$$b = 4$$

$$x > 2$$

$$a = -2$$

$$b = 4$$

【2次方程式の実数解の個数】

23 次の2次方程式の実数解の個数を求めよ。

(1) $x^2 + 3x - 5 = 0$

$$D$$

$$D = 9 + 20$$

$$= 29 > 0$$

$$x > 2 \quad \underline{20}$$

(2) $3x^2 - 5x + 4 = 0$

$$D = 25 - 48$$

$$= -23 < 0$$

$$x > 2 \quad \underline{00}$$

(3) $3x^2 + 2\sqrt{3}x + 1 = 0$

$$\frac{D}{4} = 3 - 3$$

$$= 0$$

$$x > 2 \quad \underline{10}$$

24 2次方程式 $x^2 - 4x + m = 0$ が実数解をもつとき、定数 m の値の範囲を求めよ。

$$\frac{D}{4} = 4 - m \geq 0$$

$$D \geq 0$$

$$-m \geq -4$$

$$m \leq 4$$

25 2次方程式 $x^2 + (m+2)x + m+5 = 0$ が重解をもつとき、定数 m の値を求めよ。また、そのときの重解を求めよ。

$$D = 0$$

$$D = (m+2)^2 - 4(m+5) = 0$$

$$m^2 + 4m + 4 - 4m - 20 = 0$$

$$m^2 - 16 = 0$$

$$m^2 = 16$$

$$m = \pm 4$$

$$m = 4 \text{ のとき}$$

$$x^2 + 6x + 9 = 0$$

$$(x+3)^2 = 0$$

$$x = -3 \text{ (重解)}$$

$$m = -4 \text{ のとき}$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$(x-1)^2 = 0$$

$$x = 1 \text{ (重解)}$$

$$x > 2$$

$$m = 4 \text{ のとき} \quad x = -3$$

$$m = -4 \text{ のとき} \quad x = 1$$

【 x 軸との共有点の座標】[26] 次の2次関数のグラフと x 軸の共有点の座標を求めよ。

(1) $y = x^2 - 2x - 3$

(2) $y = -x^2 + 3x - 1$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$(x-3)(x+1) = 0$$

$$x = -1, 3$$

よって

$$\underline{(-1, 0), (3, 0)}$$

$$-x^2 + 3x - 1 = 0$$

$$x^2 - 3x + 1 = 0$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{9-4}}{2}$$

$$= \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

よって

$$\underline{\left(\frac{3-\sqrt{5}}{2}, 0\right), \left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}, 0\right)}$$

[27] 次の2次関数のグラフが x 軸から切り取る線分の長さを求めよ。

(1) $y = 3x^2 + 4x - 7$

(2) $y = x^2 + 2x - 1$

$$3x^2 + 4x - 7 = 0$$

$$x^2 + 2x - 1 = 0$$

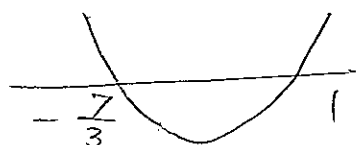
$$(3x+7)(x-1) = 0$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4+4}}{2}$$

$$x = -\frac{7}{3}, 1$$

$$= \frac{-2 \pm 2\sqrt{2}}{2}$$

$$= -1 \pm \sqrt{2}$$



よって

$$1 - \left(-\frac{7}{3}\right) = \frac{10}{3}$$

よって

$$-1 + \sqrt{2} - (-1 - \sqrt{2})$$

$$= 2\sqrt{2}$$

【 x 軸との共有点の個数】[28] 次の2次関数のグラフと x 軸の共有点の個数を求めよ。

(1) $y = x^2 + 3x + 3$

D

(2) $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 2$

$$D = 9 - 12$$

$$= -3 < 0$$

よって

$$0 \text{ 個}$$

$$\frac{D}{4} = 1 - \frac{1}{2} \cdot 2$$

$$= 0$$

よって

$$1 \text{ 個}$$

[29] 2次関数 $y = x^2 - 2x - m - 1$ のグラフと x 軸の共有点の個数は、定数 m の値によってどのように変わるか。

D

$$\frac{D}{4} = 1 - (-m-1)$$

$$= m+2$$

$$\frac{D}{4} > 0$$

$$m+2 > 0$$

$$m > -2 \quad \text{のとき} \quad 2 \text{ 個}$$

$$\frac{D}{4} = 0$$

$$m = -2 \quad \text{のとき} \quad 1 \text{ 個}$$

$$\frac{D}{4} < 0$$

$$m < -2 \quad \text{のとき} \quad 0 \text{ 個}$$

【放物線と直線の共有点の座標】

[30] 放物線 $y = x^2 - 6x + 11$ と次の直線の共有点の座標を求めよ。

(1) $y = 3x - 3$

(2) $y = -2x + 7$

$$x^2 - 6x + 11 = 3x - 3 \quad x^2 - 6x + 11 = -2x + 7$$

$$x^2 - 9x + 14 = 0$$

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$(x-7)(x-2) = 0$$

$$(x-2)^2 = 0$$

$$x = 2, 7$$

$$x = 2 \text{ (重解)}$$

よって

$$\underline{(2, 3), (7, 18)}$$

よって

$$\underline{(2, 3)}$$

【放物線と直線の共有点の個数】

[31] 放物線 $y = -x^2 + 3x - 3$ と直線 $y = x + k$ の共有点の個数は、定数 k の値によってどのように変わるか。

D

$$-x^2 + 3x - 3 = x + k$$

$$x^2 - 2x + k + 3 = 0$$

$$(a=1 \quad b=-1 \quad c=k+3)$$

$$\frac{D}{4} = 1 - (k+3)$$

$$= -k-2$$

$$\frac{D}{4} > 0 \quad -k-2 > 0$$

$$k < -2 \quad \text{のとき} \quad 2 \text{ 個}$$

$$\frac{D}{4} = 0$$

$$k = -2 \quad \text{のとき} \quad 1 \text{ 個}$$

$$\frac{D}{4} < 0$$

$$k < -2 \quad \text{のとき} \quad 0 \text{ 個}$$

[32] 放物線 $y = x^2 - 3x$ と直線 $y = x + k$ が接するとき、定数 k の値を求めよ。また、そのときの接点の座標を求めよ。

D=0

$$x^2 - 3x = x + k$$

$$x^2 - 4x - k = 0 \quad \text{--- ①}$$

$$\frac{D}{4} = 4 + k = 0$$

$$k = -4$$

①に代入

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

よって

$$(x-2)^2 = 0$$

$$x = 2 \text{ (重解)}$$

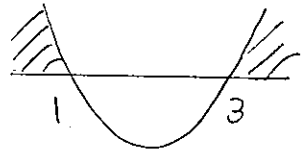
$$\underline{(2, -2)}$$



【2次不等式】

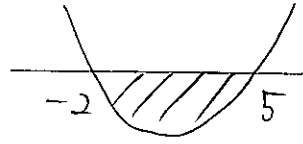
[33] 次の2次不等式を解け。

(1) $(x-1)(x-3) > 0$



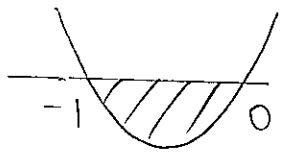
$$x < 1, 3 < x //$$

(2) $(x+2)(x-5) < 0$



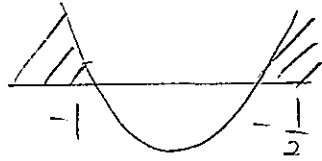
$$-2 < x < 5 //$$

(3) $x(x+1) \leq 0$



$$-1 \leq x \leq 0 //$$

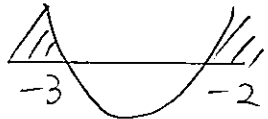
(4) $(2x+1)(x+1) \geq 0$



$$x \leq -1, -\frac{1}{2} \leq x //$$

(5) $x^2 + 5x + 6 > 0$

$$(x+3)(x+2) > 0$$

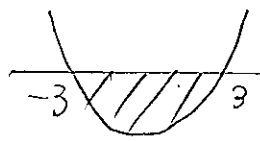


$$x < -3, -2 < x //$$

(6) $x^2 \leq 9$

$$x^2 - 9 \leq 0$$

$$(x+3)(x-3) \leq 0$$



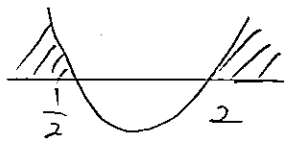
$$-3 \leq x \leq 3 //$$

[34] 次の2次不等式を解け。

(1) $2x^2 - 5x + 2 \geq 0$

$$\begin{array}{r} 2 \quad -1 \quad -1 \\ 1 \quad \times \quad -2 \quad -4 \\ \hline -5 \end{array}$$

$$(2x-1)(x-2) \geq 0$$

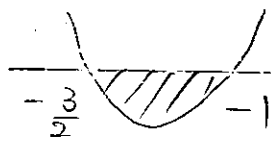


$$x \leq \frac{1}{2}, 2 \leq x //$$

(2) $2x^2 + 5x + 3 < 0$

$$\begin{array}{r} 2 \quad 3 \quad 3 \\ 1 \quad \times \quad 1 \quad 2 \\ \hline 5 \end{array}$$

$$(2x+3)(x+1) < 0$$



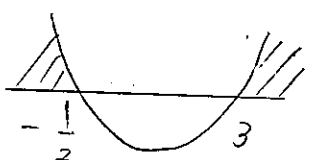
$$-\frac{3}{2} < x < -1 //$$

(3) $-2x^2 + 5x + 3 < 0$

$$2x^2 - 5x - 3 > 0$$

$$\begin{array}{r} 2 \quad 1 \quad 1 \\ 1 \quad \times \quad -3 \quad -6 \\ \hline -5 \end{array}$$

$$(2x+1)(x-3) > 0$$



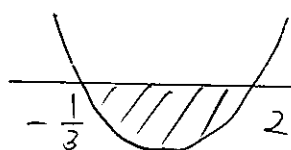
$$x < -\frac{1}{2}, 3 < x //$$

(4) $-3x^2 + 5x + 2 \geq 0$

$$3x^2 - 5x - 2 \leq 0$$

$$\begin{array}{r} 3 \quad 1 \quad 1 \\ 1 \quad \times \quad -2 \quad -6 \\ \hline -5 \end{array}$$

$$(3x+1)(x-2) \leq 0$$



$$-\frac{1}{3} \leq x \leq 2 //$$

[35] 次の2次不等式を解け。

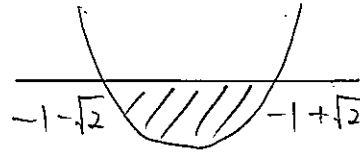
(1) $x^2 + 2x - 1 \leq 0$

$$x^2 + 2x - 1 = 0$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4+4}}{2}$$

$$= \frac{-2 \pm 2\sqrt{2}}{2}$$

$$= -1 \pm \sqrt{2}$$



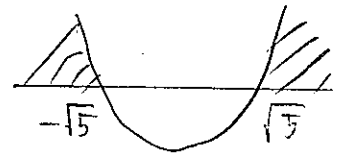
$$-1-\sqrt{2} \leq x \leq -1+\sqrt{2} //$$

(2) $x^2 - 5 > 0$

$$x^2 - 5 = 0$$

$$x^2 = 5$$

$$x = \pm\sqrt{5}$$

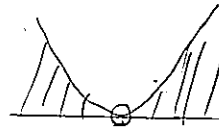


$$x < -\sqrt{5}, \sqrt{5} < x //$$

[36] 次の2次不等式を解け。

(1) $x^2 - 4x + 4 > 0$

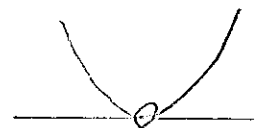
$$(x-2)^2 > 0$$



$$2 \text{ 以外のすべての実数} //$$

(2) $x^2 - 10x + 25 < 0$

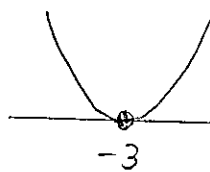
$$(x-5)^2 < 0$$



$$\text{解なし} //$$

(3) $x^2 + 6x + 9 \leq 0$

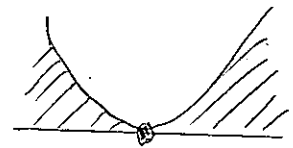
$$(x+3)^2 \leq 0$$



$$x = -3 //$$

(4) $4x^2 + 4x + 1 \geq 0$

$$(2x+1)^2 \geq 0$$



$$\text{すべての実数} //$$

[37] 次の2次不等式を解け。

(1) $x^2 - 4x + 6 > 0$

$$x^2 - 4x + 6 = 0$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16-24}}{2}$$



$$\text{すべての実数} //$$

(2) $x^2 - 2x + 2 \leq 0$

$$x^2 - 2x + 2 \leq 0$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4-8}}{2}$$

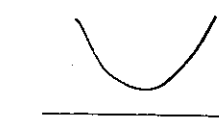


$$\text{解なし} //$$

(3) $2x^2 + 4x + 3 < 0$

$$2x^2 + 4x + 3 = 0$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{16-24}}{4}$$

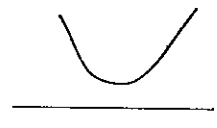


$$\text{解なし} //$$

(4) $2x^2 + 8x + 10 \geq 0$

$$2x^2 + 8x + 10 = 0$$

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{64-80}}{4}$$



$$\text{すべての実数} //$$

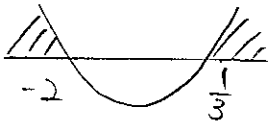


【38】 次の 2 次不等式を解け。

(1) $3x^2 + 5x - 2 \geq 0$

$$\begin{array}{r} 3 \quad -1 \quad -1 \\ 1 \quad \times \quad 2 \quad \frac{6}{5} \end{array}$$

$$(3x-1)(x+2) \geq 0$$



$$x \leq -2, \frac{1}{3} \leq x$$

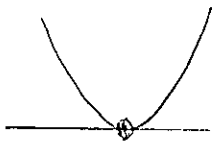
(3) $3x^2 - 2\sqrt{3}x + 1 \leq 0$

$$3x^2 - 2\sqrt{3}x + 1 = 0$$

$$x = \frac{2\sqrt{3} \pm \sqrt{12 - 12}}{6}$$

$$= \frac{2\sqrt{3}}{6}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{3}$$

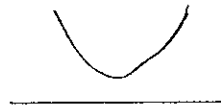


$$x = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

(2) $-x^2 + x - 1 \geq 0$

$$x^2 - x + 1 \leq 0$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1-4}}{2}$$



解なし

(4) $x^2 - 3x + 2 > 2x^2 - x$

$$-x^2 - 2x + 2 > 0$$

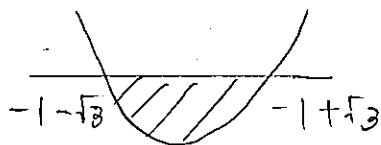
$$x^2 + 2x - 2 < 0$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4+8}}{2}$$

$$= \frac{-2 \pm \sqrt{12}}{2}$$

$$= \frac{-2 \pm 2\sqrt{3}}{2}$$

$$= -1 \pm \sqrt{3}$$



$$-1-\sqrt{3} < x < -1+\sqrt{3}$$

【2 次関数のグラフと x 軸の共有点】

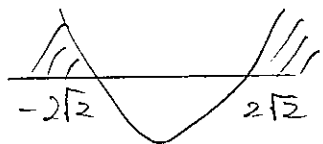
【39】 2 次関数 $y = 2x^2 + mx + 1$ のグラフが x 軸と共有点を持つとき、定数 m の値の範囲を求めよ。

$$D = m^2 - 8 \geq 0$$

$$m^2 - 8 = 0$$

$$m^2 = 8$$

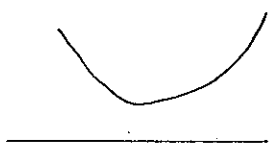
$$m = \pm 2\sqrt{2}$$



$$x \leq -2\sqrt{2}, 2\sqrt{2} \leq x$$

【絶対不等式】

【40】 2 次不等式 $x^2 + mx + 3m - 5 > 0$ の解がすべての実数であるとき、定数 m の値の範囲を求めよ。



$$D < 0$$

$$m^2 - 4(3m - 5) < 0$$

$$m^2 - 12m + 20 < 0$$

$$(m-2)(m-10) < 0$$

$$2 < m < 10$$

【連立不等式】

【41】 次の連立不等式を解け。

$$(1) \begin{cases} x^2 - 5x + 4 \leq 0 & \text{--- ①} \\ x^2 - 2x - 3 > 0 & \text{--- ②} \end{cases}$$

① ㏹

$$(x-4)(x-1) \leq 0$$

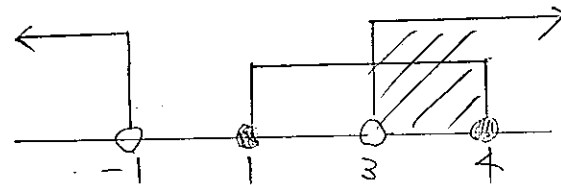
$$1 \leq x \leq 4 \quad \text{--- ③}$$

② ㏹

$$(x-3)(x+1) > 0$$

$$x < -1, 3 < x \quad \text{--- ④}$$

③ ④ ㏹



$$1 \leq x \leq 4$$

$$(2) \begin{cases} x^2 + 3x > 0 & \text{--- ①} \\ x^2 + 4x - 12 \leq 0 & \text{--- ②} \end{cases}$$

① ㏹

$$x(x+3) > 0$$

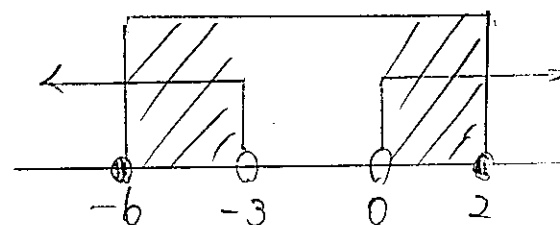
$$x < -3, 0 < x \quad \text{--- ③}$$

② ㏹

$$(x+6)(x-2) \leq 0$$

$$-6 \leq x \leq 2 \quad \text{--- ④}$$

③ ④ ㏹



$$-6 \leq x < -3, 0 < x \leq 2$$



42 次の不等式を解け。

$$5 < x^2 - 4x \leq 6 - 3x$$

① ②

① 正

$$x^2 - 4x - 5 > 0$$

$$(x-5)(x+1) > 0$$

$$x < -1, 5 < x \quad \text{--- ③}$$

② 正

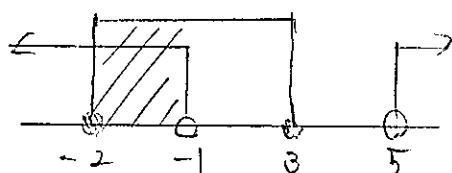
$$x^2 - 4x - 6 + 3x \leq 0$$

$$x^2 - x - 6 \leq 0$$

$$(x-3)(x+2) \leq 0$$

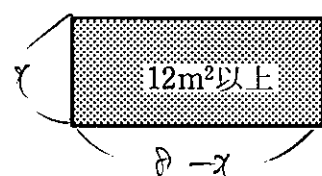
$$-2 \leq x \leq 3 \quad \text{--- ④}$$

③ ④ 正



$$-2 \leq x < -1$$

43 周の長さが16mで、縦の長さが横の長さ以下の長方形の囲いを作る。囲いの中の面積を12m²以上にするには、縦の長さをどのような範囲にとればよいか。



$$x \neq 8$$

$$x \leq 8 - x$$

条件

$$\begin{cases} x > 0 & \text{--- ①} \\ x \leq 8 - x & \text{--- ②} \end{cases}$$

② 正

$$2x \leq 8$$

$$x \leq 4 \quad \text{--- ③}$$

① ③ 正

$$0 < x \leq 4 \quad \text{--- ④}$$

面積

$$x(8-x) \geq 12$$

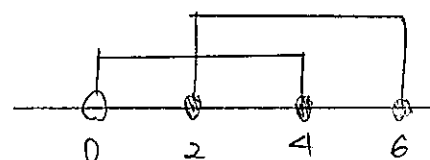
$$8x - x^2 - 12 \geq 0$$

$$x^2 - 8x + 12 \leq 0$$

$$(x-6)(x-2) \leq 0$$

$$2 \leq x \leq 6 \quad \text{--- ⑤}$$

④ ⑤ 正

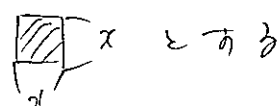
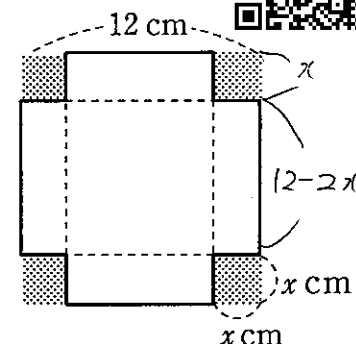


$$2 \leq x \leq 4$$

よって

$$2\text{m} \leq x \leq 4\text{m} \text{ 以下}$$

44 1辺が12cmの正方形の厚紙がある。この厚紙の四隅から合同な正方形を切り取り、ふたのない箱を作る。底面の正方形の1辺を6cm以上で、側面の4個の長方形の面積の和を40cm²以上にするとき、切り取る正方形の1辺の長さをどのような範囲にとればよいか。



条件

$$x > 0 \quad \text{--- ①}$$

$$12 - 2x > 6 \quad \text{--- ②}$$

② 正

$$-2x > -6$$

$$x < 3 \quad \text{--- ③}$$

① ③ 正

$$0 < x < 3 \quad \text{--- ④}$$

$$6x - x^2 \geq 5$$

$$x^2 - 6x + 5 \leq 0$$

$$(x-5)(x-1) \leq 0$$

$$1 \leq x \leq 5 \quad \text{--- ⑤}$$

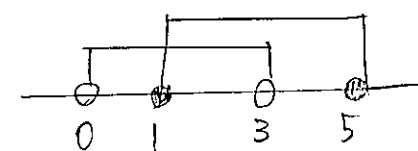
④ ⑤ 正

面積

$$(12-2x) \times x \times 4$$

$$4x(12-2x) \geq 40$$

$$12x - 2x^2 \geq 10$$



$$1 \leq x < 3$$

よって

$$1\text{cm} \leq x < 3\text{cm} \text{ 以下}$$

【不等式の解より係数決定】

45 2次不等式 $ax^2 + bx + 4 > 0$ の解が $-2 < x < 1$ であるように、定数 a, b の値を求めよ。

解 仮 $-2 < x < 1$ の2次不等式は

$$(x-1)(x+2) < 0$$

$$x^2 + x - 2 < 0$$

$$2x^2 + 2x - 4 < 0$$

よって

$$(-2)x^2 + (-2)x + 4 > 0$$

a

b

$$a = -2 \quad b = -2$$

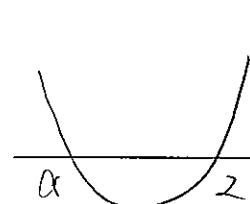
【文字係数の不等式】

46 a を定数とする。次の x についての不等式を解け。

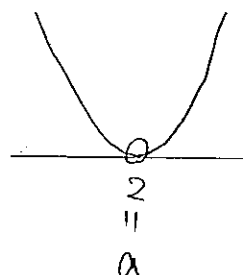
$$x^2 - (a+2)x + 2a < 0$$

$$(x-2)(x-a) < 0$$

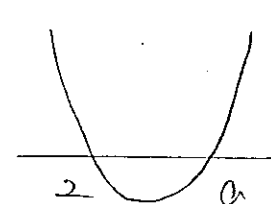
① $a \leq 2$ のとき ② $a = 2$ のとき ③ $2 \leq a$ のとき



$$a < x < 2$$



$$\text{解なし}$$



$$2 < x < a$$



【解の存在範囲】

47 2 次方程式 $x^2 - 2mx + m + 2 = 0$ が次のような異なる 2 つの解をもつとき、定数 m の値の範囲を求めよ。

(1) ともに正の解

$$f(x) = x^2 - 2mx + m + 2 \quad \text{と} \quad a < 0$$

$$(a=1 \quad b=-2m \quad c=m+2)$$

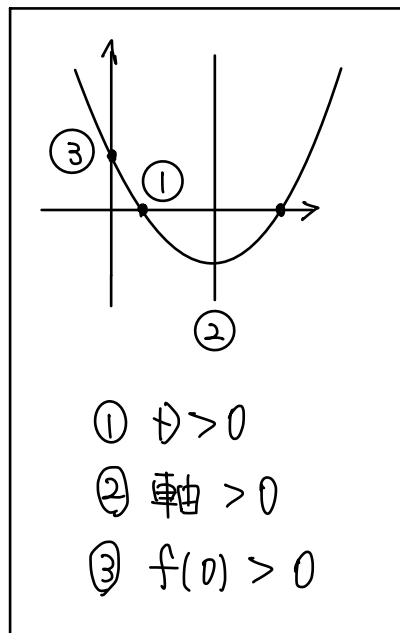
$$\textcircled{1} \quad \frac{D}{4} > 0$$

$$\frac{D}{4} = m^2 - (m+2) > 0$$

$$m^2 - m - 2 > 0$$

$$(m-2)(m+1) > 0$$

$$m < -1, 2 < m$$



$$\textcircled{2} \quad \text{軸} > 0$$

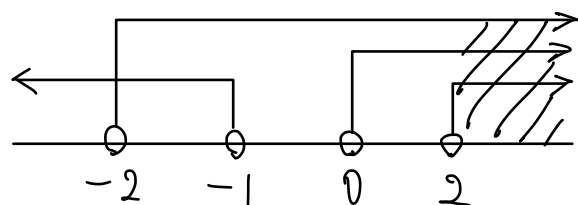
$$\text{軸} = m > 0$$

$$\textcircled{3} \quad f(0) > 0$$

$$f(0) = m + 2 > 0$$

$$m > -2$$

$$\textcircled{1} \textcircled{2} \textcircled{3} \text{ すべて}$$



$$\underline{2 < m} \quad \#$$

(2) ともに負の解

(1) すべて

$$\textcircled{1} \quad \frac{D}{4} > 0$$

$$m < -1, 2 < m$$

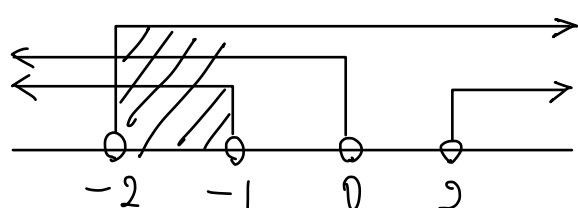
$$\textcircled{2} \quad \text{軸} < 0$$

$$m < 0$$

$$\textcircled{3} \quad f(0) > 0$$

$$m > -2$$

$$\textcircled{1} \textcircled{2} \textcircled{3} \text{ すべて}$$

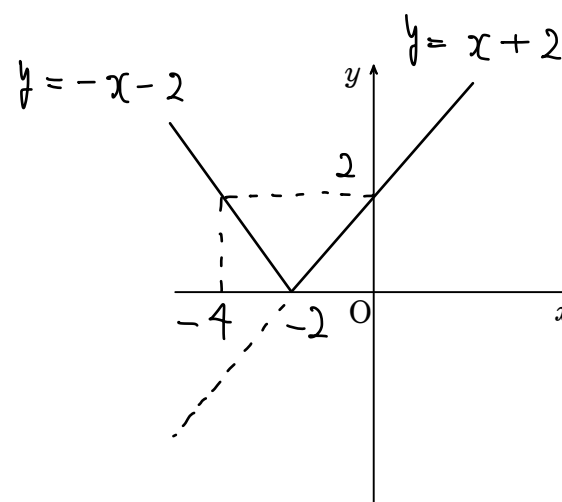


$$\underline{-2 < m < -1} \quad \#$$

【絶対値を含む関数のグラフ】

48 次の関数のグラフをかけ。

(1) $y = |x+2|$



(2) $y = |x^2 - 2x - 3|$

頂点

$$y = x^2 - 2x - 3$$

$$= (x-1)^2 - 1 - 3$$

$$= (x-1)^2 - 4$$

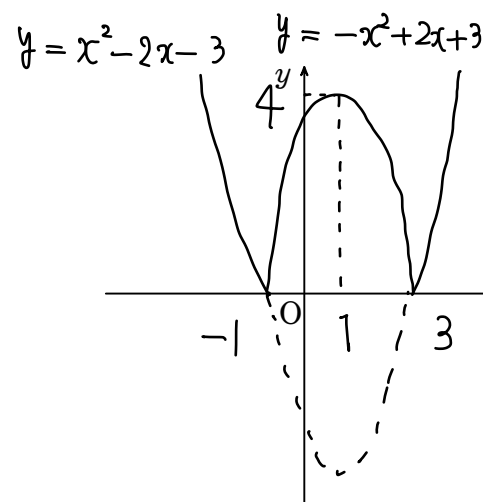
$$\text{頂点} (1, -4)$$

x 軸との交点

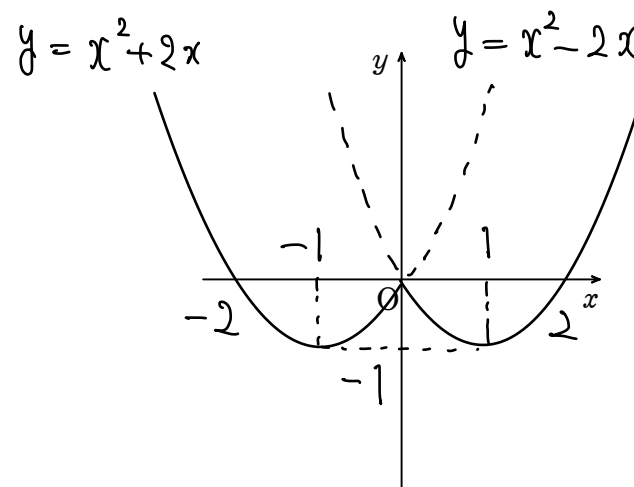
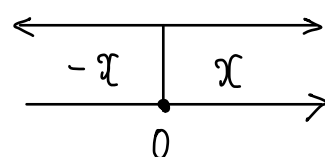
$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$(x-3)(x+1) = 0$$

$$x = -1, 3$$



(3) $y = x^2 - 2|x|$



① $x \leq 0$ のとき

$$y = x^2 + 2x$$

$$y = x(x+2)$$

頂点

$$y = x^2 + 2x$$

$$= (x+1)^2 - 1$$

$$\text{頂点} (-1, -1)$$

② $0 \leq x$ のとき

$$y = x^2 - 2x$$

$$y = x(x-2)$$

頂点

$$y = x^2 - 2x$$

$$= (x-1)^2 - 1$$

$$\text{頂点} (1, -1)$$