空間ベクトル①

【空間座標】

1 xy 平面，zx 平面，y 軸，原点のそれぞれに関して，点 $(1,\ -3,\ 2)$ と対称な点の座標を求めよ。

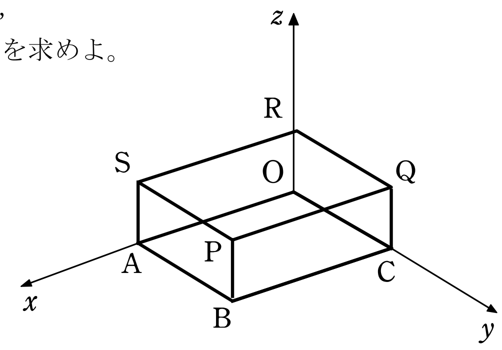
xy 平面　(　　　，　　　，　　　)

zx 平面　(　　　，　　　，　　　)

y 軸　(　　　，　　　，　　　)

原点　(　　　，　　　，　　　)

2 右の図の直方体 OABC−RSPQ において，
点 P の座標が $(3,\ 2,\ 1)$ のとき，次の点の座標を求めよ。



B　(　　　，　　　，　　　)

C　(　　　，　　　，　　　)

Q　(　　　，　　　，　　　)

R　(　　　，　　　，　　　)

3 原点 O と次の点の距離を求めよ。

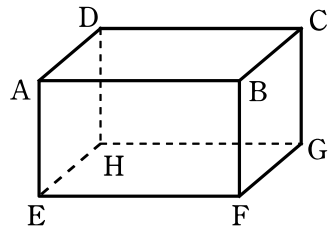
(1)　$P(2,\ 3,\ 6)$　　　(2)　$Q(3,\ 4,\ -5)$

4 2 点 $A(3,\ a,\ 1)$，$B(1,\ 4,\ -3)$ が，原点 O から等距離にあるとき，a の値を求めよ。

5 y 軸上にあって，2 点 $A(3,\ 1,\ 0)$，$B(0,\ 3,\ 5)$ から等距離にある点 P の座標を求めよ。

【空間のベクトル】

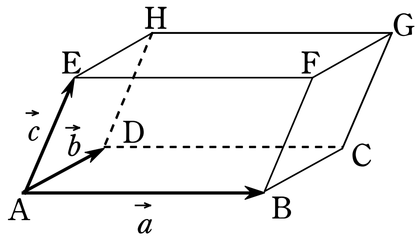
6 右の図の直方体において，$\overrightarrow{AE}$ に等しいベクトルをあげよ。また，$\overrightarrow{AD}$ の逆ベクトルで $\overrightarrow{DA}$ 以外のものをあげよ。



(1)　$\overrightarrow{AE}$ に等しいベクトル

(2)　$\overrightarrow{AD}$ の逆ベクトル

7 右の図の平行六面体において，次のベクトルを $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ を用いて表せ。



(1)　$\overrightarrow{EC}$

(2)　$\overrightarrow{BH}$

(3)　$\overrightarrow{DF}$

【空間のベクトルの成分と大きさ】

8 次のベクトルの大きさを求めよ。

(1)　$\vec{a}=(3,\ 4,\ 5)$　　　(2)　$\vec{b}=(-1,\ 2,\ -2)$

9 $\vec{a}=(1,\ 3,\ -2)$，$\vec{b}=(4,\ -3,\ 0)$ のとき，次のベクトルを求めよ。

(1)　$3\vec{a}+2\vec{b}$

(2)　$2(-\vec{a}+4\vec{b})$

10 次の 2 点 A，B について，$\overrightarrow{AB}$ を成分表示し，$|\overrightarrow{AB}|$ を求めよ。

(1)　$A(2,\ 1,\ 4)$，$B(3,\ -1,\ 5)$　　　(2)　$A(3,\ 0,\ -2)$，$B(1,\ -4,\ 2)$

空間ベクトル②

$\boxed{11}$ $\vec{a}=(x,\ y,\ z)$, $\vec{b}=(-2y+7,\ 1-z,\ 5x+2)$ が等しくなるように，x, y, z の値を定めよ。

$\boxed{12}$ $\vec{a}=(1,\ -2,\ -1)$, $\vec{b}=(1,\ -1,\ -2)$, $\vec{c}=(3,\ -2,\ -2)$ のとき，$\vec{p}=(-2,\ 3,\ -2)$ を $\vec{p}=s\vec{a}+t\vec{b}+u\vec{c}$ の形に表せ。

$\boxed{13}$ 座標空間に平行四辺形 ABDC があり，A $(2,\ 1,\ 5)$, B $(-1,\ 2,\ 3)$, C $(1,\ 0,\ -1)$, D $(x,\ y,\ z)$ であるとする。x, y, z の値を定めよ。

$\boxed{14}$ $\vec{a}=(2,\ -4,\ -3)$, $\vec{b}=(1,\ -1,\ 1)$ について，$|\vec{a}+t\vec{b}|$ を最小にする実数 t の値と，そのときの最小値を求めよ。

【ベクトルの内積となす角】

$\boxed{15}$ 次の 2 つのベクトル $\vec{a}$, $\vec{b}$ のなす角 θ を求めよ。

$\vec{a}=(2,\ -1,\ -2)$, $\vec{b}=(4,\ 3,\ -5)$

$\boxed{16}$ 3 点 A$(2,\ 1,\ 0)$, B$(0,\ 2,\ 1)$, C$(1,\ 0,\ 2)$ を頂点とする $\triangle$ABC において，$\angle$BAC の大きさを求めよ。

【ベクトルの成分と垂直条件】

$\boxed{18}$ ベクトル $\vec{a}=(1,\ 0,\ 1)$, $\vec{b}=(-1,\ 1,\ 0)$ の両方に垂直で，大きさが 3 のベクトル $\vec{p}$ を求めよ。

$\boxed{17}$ $\vec{a}=(1,\ 2,\ x)$, $\vec{b}=(-x^2,\ 2,\ 3)$ が垂直になるように，x の値を定めよ。

【一直線上にある 3 点】

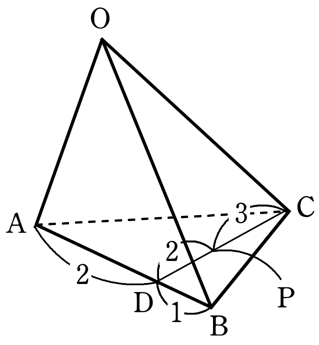
$\boxed{19}$ 次の 3 点 A$(2,\ 3,\ 6)$, B$(8,\ 1,\ 8)$, C$(-1,\ x,\ y)$ が一直線上にあるとき，x, y の値を求めよ。

【同一平面上にある 4 点】

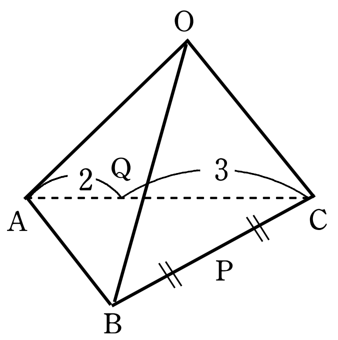
$\boxed{20}$ 3 点 A$(3,\ 1,\ 2)$, B$(2,\ 0,\ -2)$, C$(1,\ 1,\ 0)$ の定める平面 ABC 上に点P$(2,\ 3,\ z)$ があるとき，z の値を求めよ。

【四面体と内分点】

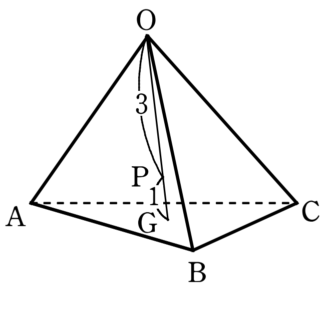
$\boxed{21}$ 四面体 OABC において，辺 AB を 2 : 1 に内分する点を D，線分 CD を 3 : 2 に内分する点を P とする。$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{OC}=\vec{c}$ とするとき，$\overrightarrow{OP}$ をそれぞれ $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ を用いて表せ。



$\boxed{22}$ 四面体 OABC において，辺 BC の中点を P，辺 CA を 3 : 2 に内分する点を Q とする。$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{OC}=\vec{c}$ とするとき，$\overrightarrow{AP}$，$\overrightarrow{BQ}$ をそれぞれ $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ を用いて表せ。

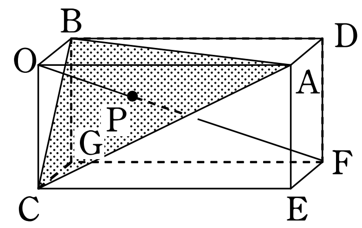


$\boxed{23}$ 四面体 OABC において，△ABC の重心を G，線分 OG を 3 : 1 に内分する点を P とする。$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$，$\overrightarrow{OC}=\vec{c}$ とするとき，$\overrightarrow{OP}$ をそれぞれ $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ を用いて表せ。

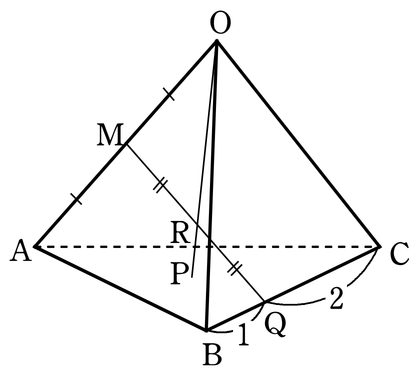


【空間ベクトルと平面】

$\boxed{24}$ 右の図のような直方体において，
対角線 OF と平面 ABC の交点を P とする。
OP : OF を求めよ。



$\boxed{25}$ 四面体 OABC において，辺 OA の中点を M，辺 BC を 1 : 2 に内分する点を Q，線分 MQ の中点を R とし，直線 OR と平面 ABC の交点を P とする。OR : OP を求めよ。



【内分点･外分点，三角形の重心の座標】

$\boxed{26}$ 2点 A$(0,\ 3,\ 7)$，B$(3,\ -3,\ 1)$，C$(-6,\ 2,\ -1)$ について，次の点の座標を求めよ。

(1) 線分 AB を $2:1$ に内分する点

(2) 線分 AB を $3:2$ に外分する点

(3) 線分 BC の中点

(4) $\triangle$ABC の重心

【座標平面に平行な平面の方程式】

$\boxed{27}$ 点 $(1,\ 2,\ 3)$ を通り，次のような平面の方程式を求めよ。

(1) xy 平面　(2) yz 平面　(3) y 軸に垂直

【球の公式】

$\boxed{28}$ 次のような球面の方程式を求めよ。

(1) 原点を中心とする半径 3 の球面

(2) 点 $(1,\ 2,\ -3)$ を中心とする半径 4 の球面

(3) 点 A$(0,\ 4,\ 1)$ を中心とし，点 B$(2,\ 4,\ 5)$ を通る球面

(4) 2点 A$(4,\ -2,\ 1)$，B$(0,\ 4,\ -5)$ が直径の両端とする球面

【球面と平面が交わってできる円の中心と半径】

$\boxed{29}$ 球面 $(x+1)^2+(y-4)^2+(z-2)^2=3^2$ と次の平面が交わる部分は円である。その中心の座標と半径を求めよ。

(1) yz 平面

(2) 平面 $y=4$

$\boxed{30}$ 中心が点 $(-2,\ 0,\ a)$，半径が 4 の球面が，xy 平面と交わってできる円の半径が 3 であるとき，a の値を求めよ。

空間ベクトル⑥

【直線の方程式】

$\boxed{31}$ 次の条件を満たす直線の方程式を求めよ。

(1) 点 A$(1,\ 2,\ -3)$ を通り，$\vec{d}=(2,\ 5,\ 1)$ に平行な直線

(2) 2 点 A$(-1,\ 3,\ -2)$，B$(2,\ 7,\ 3)$ を通る直線

(3) 2 点 A$(2,\ -1,\ 1)$，B$(-1,\ 3,\ 1)$ を通る直線

(4) 点 A$(-3,\ 5,\ 2)$ を通り，z 軸に平行な直線

【平面の方程式】

$\boxed{32}$ 次の条件を満たす平面の方程式を求めよ。

(1) 点 A$(2,\ 3,\ 1)$ を通り，$\vec{n}=(3,\ 1,\ 5)$ に垂直な平面

(2) 点 A$(1,\ 2,\ 3)$ を通り，直線 $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{-2}=z+3$ に垂直な平面

(3) 点 A$(2,\ 3,\ -1)$ を通り，平面 $3x+4y-5z-7=0$ に平行な平面

(4) 3 点 A$(1,\ 0,\ 2)$，B$(0,\ 1,\ 0)$，C$(2,\ 1,\ -3)$ を通る平面