

空間ベクトル①

【空間座標】

1 xy 平面, zx 平面, y 軸, 原点のそれぞれに関して, 点 $(1, -3, 2)$ と対称な点の座標を求めよ。

xy 平面 (, ,)

zx 平面 (, ,)

y 軸 (, ,)

原点 (, ,)

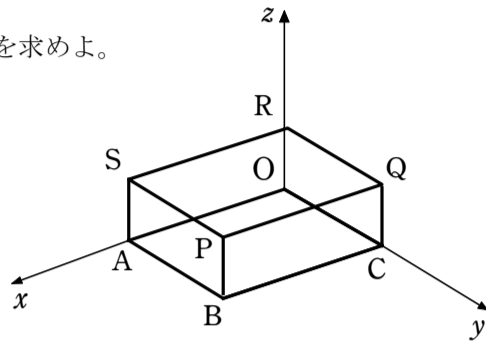
2 右の図の直方体 $OABC-RSPQ$ において, 点 P の座標が $(3, 2, 1)$ のとき, 次の点の座標を求めよ。

B (, ,)

C (, ,)

Q (, ,)

R (, ,)



3 原点 O と次の点の距離を求めよ。

(1) $P(2, 3, 6)$

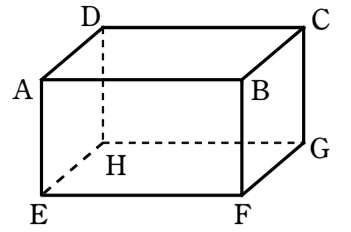
(2) $Q(3, 4, -5)$

4 2点 $A(3, a, 1)$, $B(1, 4, -3)$ が, 原点 O から等距離にあるとき, a の値を求めよ。

5 y 軸上にあつて, 2点 $A(3, 1, 0)$, $B(0, 3, 5)$ から等距離にある点 P の座標を求めよ。

【空間のベクトル】

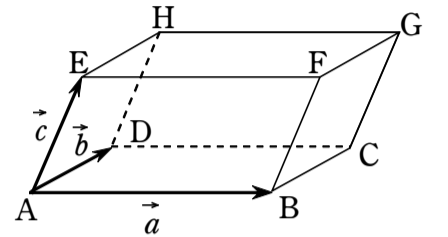
6 右の図の直方体において, \overrightarrow{AE} に等しいベクトルをあげよ。また, \overrightarrow{AD} の逆ベクトルで \overrightarrow{DA} 以外のものをあげよ。



(1) \overrightarrow{AE} に等しいベクトル

(2) \overrightarrow{AD} の逆ベクトル

7 右の図の平行六面体において, 次のベクトルを \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} を用いて表せ。



(1) \overrightarrow{EC}

(2) \overrightarrow{BH}

(3) \overrightarrow{DF}

【空間のベクトルの成分と大きさ】

8 次のベクトルの大きさを求めよ。

(1) $\vec{a} = (3, 4, 5)$

(2) $\vec{b} = (-1, 2, -2)$

9 $\vec{a} = (1, 3, -2)$, $\vec{b} = (4, -3, 0)$ のとき, 次のベクトルを求めよ。

(1) $3\vec{a} + 2\vec{b}$

(2) $2(-\vec{a} + 4\vec{b})$

10 次の2点 A, B について, \overrightarrow{AB} を成分表示し, $|\overrightarrow{AB}|$ を求めよ。

(1) $A(2, 1, 4)$, $B(3, -1, 5)$

(2) $A(3, 0, -2)$, $B(1, -4, 2)$

空間ベクトル②

11 $\vec{a}=(x, y, z)$, $\vec{b}=(-2y+7, 1-z, 5x+2)$ が等しくなるように, x, y, z の値を定めよ。

13 座標空間に平行四辺形 ABDC があり, A (2, 1, 5), B (-1, 2, 3), C (1, 0, -1), D (x, y, z) であるとする。x, y, z の値を定めよ。

14 $\vec{a}=(2, -4, -3)$, $\vec{b}=(1, -1, 1)$ について, $|\vec{a}+t\vec{b}|$ を最小にする実数 t の値と, そのときの最小値を求めよ。

12 $\vec{a}=(1, -2, -1)$, $\vec{b}=(1, -1, -2)$, $\vec{c}=(3, -2, -2)$ のとき, $\vec{p}=(-2, 3, -2)$ を $\vec{p}=s\vec{a}+t\vec{b}+u\vec{c}$ の形に表せ。

空間ベクトル③

【ベクトルの内積となす角】

15 次の2つのベクトル \vec{a} , \vec{b} のなす角 θ を求めよ。

$$\vec{a}=(2, -1, -2), \vec{b}=(4, 3, -5)$$

16 3点 A(2, 1, 0), B(0, 2, 1), C(1, 0, 2) を頂点とする $\triangle ABC$ において, $\angle BAC$ の大きさを求めよ。

【ベクトルの成分と垂直条件】

18 ベクトル $\vec{a}=(1, 0, 1)$, $\vec{b}=(-1, 1, 0)$ の両方に垂直で, 大きさが3のベクトル \vec{p} を求めよ。

17 $\vec{a}=(1, 2, x)$, $\vec{b}=(-x^2, 2, 3)$ が垂直になるように, x の値を定めよ。

【一直線上にある3点】

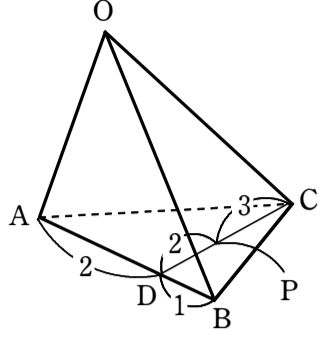
19 次の3点 A(2, 3, 6), B(8, 1, 8), C(-1, x, y) が一直線上にあるとき, x, y の値を求めよ。

【同一平面上にある4点】

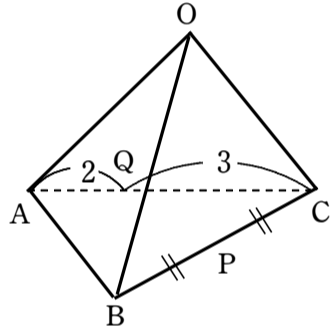
20 3点 A(3, 1, 2), B(2, 0, -2), C(1, 1, 0) の定める平面 ABC 上に点 P(2, 3, z) があるとき, z の値を求めよ。

【四面体と内分点】

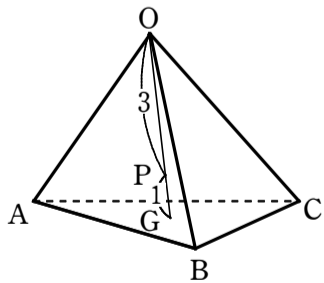
21 四面体 $OABC$ において、辺 AB を $2:1$ に内分する点を D 、線分 CD を $3:2$ に内分する点を P とする。 $\overrightarrow{OA}=\vec{a}$ 、 $\overrightarrow{OB}=\vec{b}$ 、 $\overrightarrow{OC}=\vec{c}$ とするとき、 \overrightarrow{OP} をそれぞれ \vec{a} 、 \vec{b} 、 \vec{c} を用いて表せ。



22 四面体 $OABC$ において、辺 BC の中点を P 、辺 CA を $3:2$ に内分する点を Q とする。 $\overrightarrow{OA}=\vec{a}$ 、 $\overrightarrow{OB}=\vec{b}$ 、 $\overrightarrow{OC}=\vec{c}$ とするとき、 \overrightarrow{AP} 、 \overrightarrow{BQ} をそれぞれ \vec{a} 、 \vec{b} 、 \vec{c} を用いて表せ。

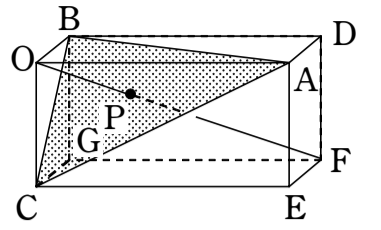


23 四面体 $OABC$ において、 $\triangle ABC$ の重心を G 、線分 OG を $3:1$ に内分する点を P とする。 $\overrightarrow{OA}=\vec{a}$ 、 $\overrightarrow{OB}=\vec{b}$ 、 $\overrightarrow{OC}=\vec{c}$ とするとき、 \overrightarrow{OP} をそれぞれ \vec{a} 、 \vec{b} 、 \vec{c} を用いて表せ。

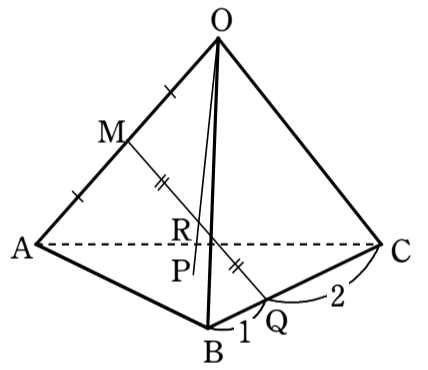


【空間ベクトルと平面】

24 右の図のような直方体において、対角線 OF と平面 ABC の交点を P とする。 $OP:OF$ を求めよ。



25 四面体 $OABC$ において、辺 OA の中点を M 、辺 BC を $1:2$ に内分する点を Q 、線分 MQ の中点を R とし、直線 OR と平面 ABC の交点を P とする。 $OR:OP$ を求めよ。



空間ベクトル⑤

【内分点・外分点，三角形の重心の座標】

26 2点 $A(0, 3, 7)$, $B(3, -3, 1)$, $C(-6, 2, -1)$ について，次の点の座標を求めよ。

(1) 線分 AB を $2:1$ に内分する点

(2) 線分 AB を $3:2$ に外分する点

(3) 線分 BC の中点

(4) $\triangle ABC$ の重心

【座標平面に平行な平面の方程式】

27 点 $(1, 2, 3)$ を通り，次のような平面の方程式を求めよ。

(1) xy 平面に平行 (2) yz 平面に平行 (3) y 軸に垂直

【球の公式】

28 次のような球面の方程式を求めよ。

(1) 原点を中心とする半径 3 の球面

(2) 点 $(1, 2, -3)$ を中心とする半径 4 の球面

(3) 点 $A(0, 4, 1)$ を中心とし，点 $B(2, 4, 5)$ を通る球面

(4) 2点 $A(4, -2, 1)$, $B(0, 4, -5)$ が直径の両端とする球面

【球面と平面が交わってできる円の中心と半径】

29 球面 $(x+1)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 3^2$ と次の平面が交わる部分は円である。その中心の座標と半径を求めよ。

(1) yz 平面

(2) 平面 $y=4$

30 中心が点 $(-2, 0, a)$ ，半径が 4 の球面が， xy 平面と交わってできる円の半径が 3 であるとき， a の値を求めよ。

空間ベクトル⑥

【直線の方程式】

31 次の条件を満たす直線の方程式を求めよ。

(1) 点 A (1, 2, -3) を通り, $\vec{d}=(2, 5, 1)$ に平行な直線

(2) 2点 A (-1, 3, -2), B(2, 7, 3) を通る直線

(3) 2点 A (2, -1, 1), B(-1, 3, 1) を通る直線

(4) 点 A (-3, 5, 2) を通り, z 軸に平行な直線

【平面の方程式】

32 次の条件を満たす平面の方程式を求めよ。

(1) 点 A (2, 3, 1) を通り, $\vec{n}=(3, 1, 5)$ に垂直な平面

(2) 点 A (1, 2, 3) を通り, 直線 $\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{-2}=z+3$ に垂直な平面

(3) 点 A (2, 3, -1) を通り, 平面 $3x+4y-5z-7=0$ に平行な平面

(4) 3点 A (1, 0, 2), B(0, 1, 0), C(2, 1, -3) を通る平面