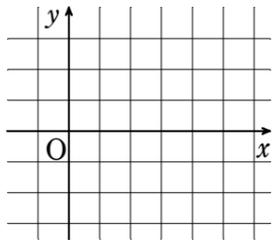


複素数平面①

1 【複素数平面】

次の点を複素数平面上に示せ。

$$P(3-2i), Q(-1-i), R(4), S(-i)$$



2 【複素数の絶対値】

次の複素数の絶対値を求めよ。

(1) $3-2i$ (2) $-2+4i$

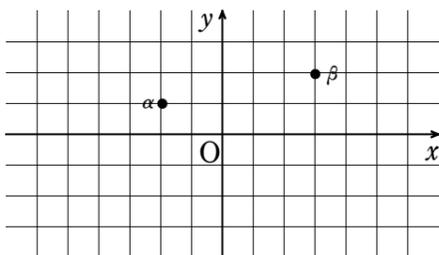
(3) -5

(4) $3i$

3 【複素数の和と差】

右の図の複素数平面上の点 α, β について、次の点を図に示せ。

(1) $\alpha + \beta$
(2) $\alpha - \beta$



4 【2点間の距離】

次の2点間の距離を求めよ。

(1) $A(2+3i), B(1+6i)$ (2) $A(3-4i), B(1-2i)$

5 【複素数の実数倍】

$\alpha=1+yi, \beta=3-6i$ とする。2点 $A(\alpha), B(\beta)$ と原点 O が一直線上にあるとき、実数 y の値を求めよ。

6 【共役複素数の性質】

複素数 α, β について、次のことを証明せよ。

(1) $\alpha\bar{\beta} + \bar{\alpha}\beta$ は実数である。

(2) $|\alpha|=1, |\beta|=1$ のとき $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \overline{\alpha + \beta}$

7

複素数 z が、 $2z + \bar{z} = 3+i$ を満たすとき、次の問いに答えよ。

(1) $2\bar{z} + z$ を求めよ。

(2) z を求めよ。

8

$|z|=3$ かつ $|z-2|=4$ を満たす複素数 z について、次の値を求めよ。

(1) $z\bar{z}$

(2) $z + \bar{z}$

9 【複素数の極形式】

次の複素数を極形式で表せ。ただし、偏角 θ の範囲は、(1), (2) では $0 \leq \theta < 2\pi$, (3) では $-\pi \leq \theta \leq \pi$ とする。

(1) $\sqrt{3} + i$

(2) $2+2i$

(3) $1 - \sqrt{3}i$

10

$z = \cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}$ とするとき、複素数 $z+1$ を極形式で表せ。ただし、偏角 θ の範囲は $0 \leq \theta \leq 2\pi$ とする。

11 【複素数の積と商の極形式】

$\alpha=2+2i, \beta=\sqrt{3}+i$ のとき、 $\alpha\beta, \frac{\alpha}{\beta}$ をそれぞれ極形式で表せ。ただし、偏角 θ の範囲は $0 \leq \theta < 2\pi$ とする。

12 【原点を中心とする回転】

次の点は、点 z をどのように回転した点か。ただし、回転の角 θ の範囲は $-\pi < \theta \leq \pi$ とする。

(1) $\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}i\right)z$

(2) $-iz$

13

$z=4-2i$ とする。点 z を原点を中心として次の角だけ回転した点を表す複素数を求めよ。

(1) $\frac{\pi}{6}$

(2) $\frac{2}{3}\pi$

(3) $-\frac{\pi}{2}$

(4) $-\frac{\pi}{3}$

14 【点 α を中心して回転した点を表す複素数】

$\alpha=1+i$, $\beta=5+3i$ とする。点 β を点 α を中心として $\frac{\pi}{6}$ だけ回転した点を表す複素数 γ を求めよ。

15 【ド・モアブルの定理】

次の式を計算せよ。

(1) $(1+\sqrt{3}i)^5$

(2) $(1+i)^8$

(3) $(1-\sqrt{3}i)^{-6}$

16 【1 の n 乗根】

1 の 6 乗根を求めよ。

17 【複素数 α の n 乗根】

次の方程式を解け。

(1) $z^2=i$

(2) $z^4=-4$

24 【半直線のなす角】

3点 $A(1-i)$, $B(2+i)$, $C(2i)$ に対して, 半直線 AB から半直線 AC までの回転角 θ を求めよ。ただし, $-\pi < \theta \leq \pi$ とする。

25 【3点が一直線上、垂直になる条件】

複素数平面上に3点 $A(-1+i)$, $B(3-i)$, $C(x+3i)$ がある。次の条件を満たすように, 実数 x の値を定めよ。

(1) 2直線 AB , AC が垂直に交わるように, x の値を定めよ。

(2) 3点 A , B , C が一直線上にあるように, x の値を定めよ。

26 【等式から三角形の形状決定】

3点 $A(\alpha)$, $B(\beta)$, $C(\gamma)$ を頂点とする $\triangle ABC$ について, 等式 $\gamma = (1-i)\alpha + i\beta$ が成り立つとき, 次のものを求めよ。

(1) 複素数 $\frac{\gamma-\alpha}{\beta-\alpha}$ の値

(2) $\triangle ABC$ の3つの角の大きさ

27 【3点から三角形の形状決定】

3点 $A(-1+i)$, $B(1-i)$, $C(-\sqrt{3}-\sqrt{3}i)$ を頂点とする $\triangle ABC$ はどのような三角形か。